



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شهید چمران اهواز،  
خوزستان، ایران.  
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



## بررسی الگوریتم‌های انتقال فاز تحت تاثیر منابع خطا

محمد خانجانی<sup>۱</sup>، سیما حسینی<sup>۱</sup>، مرتضی جعفری سیاوشانی<sup>۱</sup>، هادی برزویی<sup>۳</sup>، احسان احدی اخلاقی<sup>۱</sup>

۱- دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، کد پستی ۴۵۱۳۷۶۶۷۳۱.

۲- دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران کد پستی ۱۱۱۵۵۹۱۶۱.

۳- گروه علوم مهندسی، دانشگاه حکیم سبزواری، کد پستی ۹۶۱۷۹۷۶۴۸۷.

[Mohammadkhanjani@iasbs.ac.ir](mailto:Mohammadkhanjani@iasbs.ac.ir) [simahosseini@iasbs.ac.ir](mailto:simahosseini@iasbs.ac.ir) [m.siavashani@sharif.edu](mailto:m.siavashani@sharif.edu)  
[h.borzouei@hsu.ac.ir](mailto:h.borzouei@hsu.ac.ir) [e.a.akhlaghi@iasbs.ac.ir](mailto:e.a.akhlaghi@iasbs.ac.ir)

چکیده - در این مقاله پاسخ الگوریتم‌های شاخص انتقال فاز تحت تأثیر سه نوع منبع خطا بررسی شده است. شدت تداخلی تحت خطاهای لرزش پله N، کمترین مربعات، هاریهاران، محیطی، نوسانات شدتی و عدم صحت گام‌های جابه‌جایی فاز شبیه‌سازی شد. توزیع فاز با استفاده از الگوریتم و میانگین‌گیری به دست آمد. براساس نتایج شبیه‌سازی‌ها، روش‌های میانگین‌گیری و کمترین مربعات، بهترین صحت و دقت را دارا بودند.

کلید واژه- انتقال فاز، تداخل‌سنجی، دقت، منابع خطا، صحت

## Investigation of phase-shift algorithms affected by error sources

Mohammad Khanjani<sup>1</sup>, Sima Hosseini<sup>1</sup>, Morteza Jafari Siavashani<sup>2</sup>, Hadi Borzouei<sup>3</sup>,  
Ehsan Ahadi Akhlaghi<sup>1</sup>

1- Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan,  
4513766731, Iran.

2- Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran 111559161, Iran.

3- Department of Science engineering, Hakim Sabzevary University, Razavi Khorasan,  
9617976487, Iran.

[Mohammadkhanjani@iasbs.ac.ir](mailto:Mohammadkhanjani@iasbs.ac.ir) [simahosseini@iasbs.ac.ir](mailto:simahosseini@iasbs.ac.ir) [m.siavashani@sharif.edu](mailto:m.siavashani@sharif.edu)  
[h.borzouei@hsu.ac.ir](mailto:h.borzouei@hsu.ac.ir) [e.a.akhlaghi@iasbs.ac.ir](mailto:e.a.akhlaghi@iasbs.ac.ir)

**Abstract-** In this paper, the responses of phase shift index algorithms have been studied under the various errors; the influence of environmental vibration, intensity fluctuations, and inaccuracies of phase shift steps. The phase distribution is obtained using least-squares, Hariharan, N-buckets, and averaging algorithms. Based on the results, the least-square and averaging have the best accuracy and precision.

**Keywords:** accuracy, error sources, interferometry, phase-shift, precision.

## مقدمه

تداخل سنجی به عنوان یک روش نوری دقیق برای اندازه گیری پارامترهای مختلف شناخته می شود. معمولاً داده های به دست آمده در این روش براساس دو روش انتقال فاز و تبدیل فوریه تحلیل می شود. در روش فوریه نتایج با استفاده از تحلیل یک توزیع شدت و در نظر گرفتن رفتار جمعی نقاط در فضای فرکانس به دست می آید [۱]. در مقابل، روش انتقال فاز با استفاده از حداقل دو توزیع شدت برای هر نقطه از صفحه مشاهده، توزیع فاز را نتیجه می دهد [۲]. اگرچه روش فوریه دارای سرعت داده برداری بالاتری است، در مقابل روش انتقال فاز دارای دقت نسبی بالاتر است و داده های هر نقطه مستقل از نقاط همسایه و تعداد نقاط صفحه مشاهده است [۳-۱].

تا کنون الگوریتم های مختلفی بر اساس روش انتقال فاز معرفی شده است که هر کدام بسته به شرایط داده برداری و نوع نمونه، قابل استفاده هستند [۴]. در این مقاله، دقت، صحت و سرعت الگوریتم های مختلف انتقال فاز تحت شرایط نوبه و خطاهای محیطی مختلف بررسی شده است.

## مبانی نظری

برای تحلیل داده ها به روش انتقال فاز، شدت تداخلی برای هر گام فازی ثبت می شود و با استفاده از الگوریتم مناسب، توزیع اختلاف فاز به دست می آید. رابطه شدت تداخلی در روش انتقال فاز به صورت،

$$I_i(x, y) = I'(x, y) + I''(x, y) \cos [\Delta\phi(x, y) + \delta_i] \quad (1)$$

است. در این رابطه،  $I'$  میانگین شدت دو باریکه مرجع و نمونه،  $I''$  دامنه شدت مدوله شده و  $\Delta\phi(x, y)$  اختلاف فاز باریکه های بازوی نمونه و مرجع، مقادیر مجهول هستند و  $\delta$  اختلاف فاز گام  $N$ ام نسبت به حالت اولیه است [۴]. با مشخص بودن شدت برای هر گام و استفاده از الگوریتم مناسب، اختلاف فاز تداخلی به دست می آید.

## مبانی شبیه سازی

پاسخ الگوریتم های مختلف تحلیل فاز به انواع خطاها، توسط شبیه سازی فریزهای تداخلی بررسی شده است. تداخل نگاشت ها در شرایط وجود خطاهای تصادفی و سیستماتیک، ثبت و سپس توسط الگوریتم های کمترین مربعات، هاریهاران،  $N$ پله و میانگین گیری پردازش شده اند [۴].

**الگوریتم کمترین مربعات:** این الگوریتم حداقل به ۳ تداخل نگاشت نیاز دارد. در شبیه سازی های صورت گرفته از ۱۰ تغییر فاز با گام های نابرابر استفاده شده است.

**الگوریتم هاریهاران:** در این روش، ۵ تداخل نگاشت با گام های فازی  $\delta_i = i \frac{\pi}{2}$  ثبت می شود و توزیع اختلاف فاز با استفاده از رابطه (۲) محاسبه می شود،

$$\Delta\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[ \frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - I_5 - I_1} \right] \quad (2)$$

**الگوریتم  $N$ پله:** این الگوریتم متناسب با تعداد گام های تغییر فاز، گام فازی به مقدار  $\delta_i = \frac{(i-1)2\pi}{N}$  را اختیار می کند. توزیع اختلاف فاز از رابطه ی،

$$\Delta\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[ \frac{N - \sum_{i=1}^N I_i \sin\left(i \frac{2\pi}{N}\right)}{\sum_{i=1}^N I_i \cos\left(i \frac{2\pi}{N}\right)} \right] \quad (3)$$

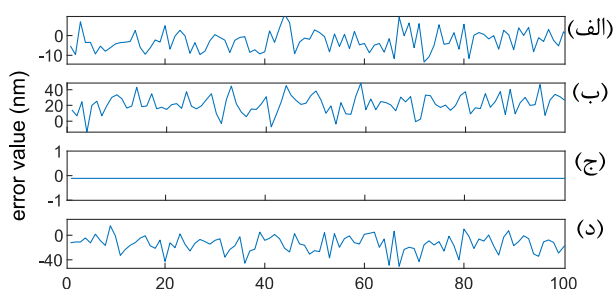
قابل محاسبه است که در شبیه سازی انجام شده  $N$  برابر ۹ در نظر گرفته شده است.

**الگوریتم میانگین گیری:** این الگوریتم به مانند الگوریتم  $N$ پله است با این تفاوت که تعداد اندازه گیری ها  $m$  مرتبه افزایش می یابد و بر این مقادیر میانگین گیری می شود. توزیع فاز از رابطه (۴) به دست می آید،

$$\Delta\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[ \frac{\sum_{j=1}^m N_j}{\sum_{j=1}^m D_j} \right] \quad (4)$$

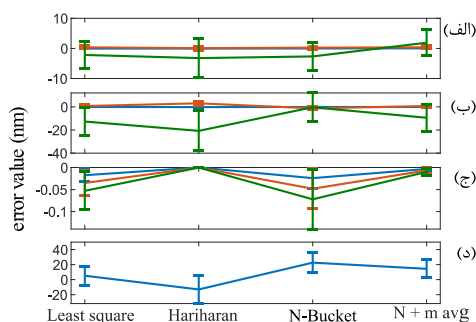
در این روش  $N = 9$  و  $m = 3$  فرض شده اند.

تاثیر سه خطای انتقال فاز، پایداری دامنه و خطای لرزش بر الگوریتم های معرفی شده بررسی شده است.



شکل ۱: اختلاف نتایج ناشی از الگوریتم کمترین مربعات نسبت مقدار ایده‌آل شبیه‌سازی برحسب راه‌نوری در حضور: (الف) خطای لرزش با بیشینه ۲۰ نانومتر، (ب) خطای پایداری دامنه با بیشینه ۰٫۲، (ج) خطای انتقال فاز به میزان ۱۰٪ به ازای هر گام، (د) هم‌زمان خطاهای بخش‌های (الف)، (ب) و (ج) در شبیه‌سازی.

شکل ۱ مشخص می‌سازد با افزودن خطا تصادفی پایداری دامنه به مقدار ۲۰ درصد تأثیر بسیار بیشتری نسبت به دیگر پارامترهای مورد بررسی دارد و در مرحله بعد لرزش چیدمان اپتیکی تأثیر از مرتبه نصف دامنه ارتعاش سیستم دارد.



شکل ۲: میانگین اختلاف ارتفاع سطح بازسازی شده و انحراف از معیار آن برای تمامی نقاط توسط الگوریتم‌ها در حضور: (الف) خطای لرزش چیدمان اپتیکی به ازای بیشینه مقادیر ۰٫۲ نانومتر (نقاط آبی)، ۲ نانومتر (نقاط قرمز) و ۲۰ نانومتر (نقاط سبز). (ب) خطای پایداری دامنه به ازای بیشینه مقادیر ۰٫۰۰۲ (نقاط آبی)، ۰٫۰۲ (نقاط قرمز) و ۰٫۲ (نقاط سبز). (ج) خطای انتقال فاز برای مقادیر ۳۳٪ (آبی)، ۶۶٪ (قرمز) و ۱۰۰٪ (سبز) به ازای هر انتقال فاز. (د) بیشینه خطاهای بخش‌های (الف)، (ب) و (ج).

در ادامه نتایج بررسی صحت و دقت پاسخ الگوریتم‌ها نسبت به حالات مختلف خطاها ارائه شده است. شکل ۲ مقدار خطای الگوریتم‌های تحلیل را برای سه نوع خطا نمایش می‌دهد. خطوط رنگی معرف اندازه دامنه خطای اعمال شده در شبیه‌سازی است، به طوری که خطوط آبی نشان‌گر کمترین مقدار و خطوط سبز معرف بیشترین مقدار خطای

خطای انتقال فاز: در روش انتقال فاز، ممکن است مقدار هر گام دقیقاً برابر با مقدار مورد انتظار نباشد و مقدار ثابتی بیش‌تر یا کم‌تر باشد که می‌تواند ناشی از سیستم تغییردهنده فاز مانند جابه‌جاگر پیزوالکتریک باشد.

خطای پایداری دامنه (منبع نور): خطای ناشی از عدم ثبات دامنه منابع نوری به صورت یک مقدار تصادفی بر روی یک مقدار ثابت در نظر گرفته شده است،

$$E'_0 = E_0 + E_{\text{error}} \quad (9)$$

در این رابطه  $E_0$  دامنه مورد انتظار با مقدار یک و  $E_{\text{error}}$  مقدار خطای دامنه تصادفی است.

خطای لرزش: لرزش چیدمان نوری باعث تغییر اختلاف راه نوری و اضافه شدن یک مقدار تصادفی به فاز می‌شود.

## نتایج

شبیه‌سازی و تحلیل توسط رایانه‌ای با مشخصات Intel(R) Core(TM) i7-6700HQ و 16GB RAM در نرم‌افزار متلب انجام شده‌اند. از آنجایی که در الگوریتم‌های انتقال فاز، تحلیل مستقل از اطلاعات نقاط همسایه انجام می‌شود، نتایج تنها برای یک نقطه داده‌برداری مورد بررسی قرار گرفته است. برای بررسی خطای تصادفی محاسبات یک میلیون مرتبه تکرار شد. مقدار دامنه در حالت پایدار برابر یک در نظر گرفته شد و برای یکسان بودن شرایط اولیه الگوریتم‌ها خطاهای تصادفی شبیه‌سازی شده برای همه الگوریتم‌ها یکسان در نظر گرفته شد. دامنه خطاها براساس مقادیر محتمل شرایط آزمایشگاهی انتخاب شده‌اند و بر این اساس پاسخ الگوریتم‌های مختلف به دست آمده است. شکل ۱ نمونه‌ای از اختلاف نتایج ناشی از الگوریتم کمترین مربعات نسبت به مقدار ایده‌آل شبیه‌سازی را برای ۱۰۰ نقطه برحسب راه نوری در حضور انواع خطا نمایش می‌دهد.

تکرارپذیری و پراکندگی نتایج تحلیل‌های انجام شده را نشان می‌دهد. در این حالت دامنه تغییرات کمتر از ۴۰ نانومتر به دست آمد. نتایج نشان می‌دهد روش کمترین مربعات دارای بهترین دقت و صحت است.

الگوریتم‌ها از نظر زمان پردازش نیز با هم مقایسه شدند که زمان پردازش الگوریتم‌های کمترین مربعات، هاریهاران،  $N$  پله و میانگین‌گیری به ترتیب برابر ۶/۹۹، ۰/۰۲، ۰/۳۳ و ۰/۳۳ به دست آمد.

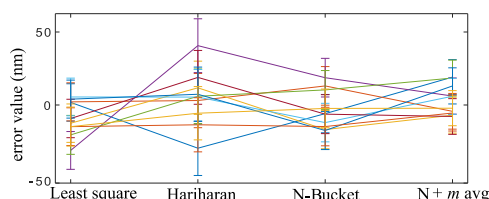
### نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی پاسخ الگوریتم‌ها کمترین مربعات، هاریهاران،  $N$  پله و میانگین‌گیری در شرایط حضور خطاهای انتقال فاز، لرزش چیدمان اپتیکی و پایداری دامنه از نظر دقت، صحت و سرعت پرداخته شد. نتایج به دست آمده نشان داد، الگوریتم کمترین مربعات در شرایط وجود انواع خطا صحت و دقت بهتری دارد و در مقابل دارای کمترین سرعت محاسبات است. هرچند الگوریتم هاریهان بهترین عملکرد را نسبت به خطای انتقال فاز نشان داده است اما نسبت به خطاهای تصادفی به خصوص خطای پایداری دامنه بیشترین تاثیرپذیری را داشته است.

### مرجع‌ها

- [1] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry", *JosA*, Vol. 72, No. 1, pp. 156-160, 1982.
- [2] K. E. Perry and Jr. J. McKelvie, "A comparison of phase shifting and fourier methods in the analysis of discontinuous fringe patterns", *Opt. and Las. in Eng.* Vol. 19, pp. 269-284, 1993.
- [3] E. B. Li, X. Peng, J. Xi, J. F. Chicharo, J. Q. Yao, and D. W. Zhang, "Multi-frequency and multiple phase-shift sinusoidal fringe projection for 3D profilometry", Vol. 13, pp. 1561-1569, 2005.
- [4] Malacara, Daniel (ed.), *Optical shop testing*, John Wiley & Sons, pp. 547-666, 2007.

اعمال شده است. با توجه به نتایج به دست آمده (شکل ۲(الف))، الگوریتم‌های میانگین‌گیری و کمترین مربعات دارای صحت بیش‌تر و الگوریتم‌های  $N$  پله و هاریهاران دارای صحت کمتری تحت نوفه لرزش چیدمان اپتیکی هستند. همچنین در این بررسی، روش  $N$  پله و هاریهاران دارای کم‌ترین دقت در مقایسه با دیگر الگوریتم‌ها هستند. در مقابل، برای خطای ناشی از نوفه‌های شدت (شکل ۲(ب))، الگوریتم  $N$  پله دارای بیش‌ترین صحت و روش هاریهاران دارای کم‌ترین صحت است. در این حالت دقت الگوریتم‌ها از یک مرتبه به دست آمده است. در بررسی خطای انتقال فاز (شکل ۲(ج))، الگوریتم هاریهاران بهترین صحت و دقت را داراست و پس از آن الگوریتم میانگین‌گیری قرار دارد. با این حال، میزان خطای به دست آمده به طور قابل ملاحظه‌ای کمتر از خطای ناشی از دیگر منابع خطا است، به طوری که می‌توان به راحتی از اثر این خطا چشم‌پوشی کرد. شکل ۲(د) نتایج حالتی را نمایش می‌دهد که تمامی خطاها وجود دارد. در این حالت الگوریتم  $N$  پله بیشترین صحت را داراست و دقت همه الگوریتم‌ها از یک مرتبه است. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت، روش‌های میانگین‌گیری و کمترین مربعات، به نسبت بهترین صحت و دقت را دارا بودند.



شکل ۳: تکرار ۱۰ بار داده‌گیری برای اندازه‌گیری میانگین اختلاف ارتفاع سطح بازسازی شده و انحراف از معیار آن برای تمامی نقاط و پاسخ الگوریتم‌ها به خطای لرزش چیدمان اپتیکی به بیشینه مقدار ۲۰ نانومتر، خطای پایداری دامنه به بیشینه مقدار ۰/۲ و خطای انتقال فاز برای ۱۰٪ به ازای هر تغییر فاز.

در ادامه، برای بررسی تکرارپذیری و میزان اعتبار نتایج به دست آمده، حالتی که تمامی خطاها بیش‌ترین مقدار فرض شده خود را دارا هستند، ۱۰ مرتبه تکرار شد. شکل ۳ میزان