بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

ایجاد حالت‌های «گربه شرودینگر» مبتنی بر سامانه‌های الکترومکانیکی

جلال جلالی، ابراهیم عزیزی و مرتضی سلطانی

گروه فیزیک، دانشکده علوم، اصفهان

چکیده - در این مقاله ابتدا مروری خواهیم داشت بر اینکه چگونه سامانه های کوانتومیِ مرکب از یک میدان کاواک و یک آینه‌ی متحرک برای تولید گستره‌ی عظیمی از حالات غیرکلاسیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند. سپس نشان خواهیم داد که سامانه‌های جدیدی موسوم به سامانه‌های الکترومکانیکی، که مشابه سامانه‌های اپتومکانیکی روی یک مدار هستند، می‌توانند برای تولید حالات گربه شرودینگر قابل استفاده باشند. نهایتاً برخی از کاربردهای حالات گربه شرودینگر در تکنولوژی اطلاعات کوانتومی را مرور میکنیم.

کلید واژه - اطلاعات کوانتومی، حالات غیر کلاسیکی حالات گربه شرودینگر، سامانه های اپتومکانیکی، سامانه های الکترومکانیکی

Generation of Schrodinger's cat stats with electromechanical systems

Jalal jalali, ebrahim azizi, morteza soltani and hamed ezzat-abadi-pour

Physics Group, Faculty of Science, University of Isfahan

Abstract - In this paper, at first, we review how a quantum system composed of a cavity field interacting with a movable mirror can be utilized to generate a large variety of nonclassical states of both the cavity field and the mirror. Then we show that new electromechanical systems, as an on-chip optomechanical systems, can be used to generate a Schrodinger's cat stat as a nonclassical states. At the end we review some of applications of Schrodinger's cat stat in quantum information technology.

Keywords: electromechanical systems, nonclassical states, optomechanical systems, quantum information, Schrodinger's cat stat

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]

۱- مقدمه

با توجه به ضرورت حفظ همدوسی برای اهداف محاسباتی و ارتباطی در سامانه‌های کوانتومی، ساخت حالات درهمتنیده بسیار مهم خواهد شد، حالاتی شبیه به چیزی که نخستین بار شرودینگر به واسطه‌ی مفهوم «گربه‌ی شرودینگر» مطرح کرد که در واقع حالت درهمتنیده‌ای بین سامانه‌های میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک هستند.

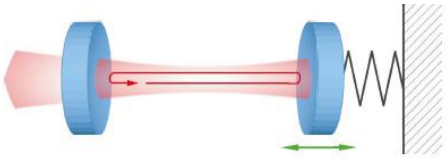
۲- حالت گربه شرودینگر مبتنی بر سامانه‌های اپتومکانیکی

برای شروع، در این بخش قصد داریم به تشریح این مطلب بپردازیم که چگونه سامانه‌های کوانتومیِ شامل یک مد کاواک، که با یک آینه متحرک برهمکنش می‌کنند، می‌توانند در ایجاد حجم عظیمی از حالات غیر کلاسیک مورد استفاده قرار گیرند.

۲-۱- معرفی سیستم

تاکنون مولفین بسیاری سامانه‌های شامل یک میدان کاواک و یک آینه‌ی متحرک را بررسی کرده‌اند، هم بطور کوانتومی و هم بطور کلاسیکی و نیز بصورت تئوری و یا آزمایشگاهی. برای شروع از یک سامانه اپتومکانیکی مرسوم استفاده می‌کنیم، در اینجا آینه‌ی متحرکی را در نظر می‌گیریم که نقش یک نوسانگر هماهنگ با فرکانس ω_mرا دارد، و عملگر نابودی مدهای آن با b نمایش داده می‌شود. این آینه با میدان کاواکی، با فرکانس ω_c برهم‌کنش می‌کند که عملگر نابودی مدهای آن با a نمایش داده می‌شود. هامیلتونی این سیستم، بدون در نظر گرفتن جملات مربوط به نشت و میرایی، بصورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$H = \hbar\omega_c a^\dagger a + \hbar\omega_m b^\dagger b - \hbar g a^\dagger a\left(b^\dagger + b\right) \qquad (۱)$$



فرض کنید حالت اولیه‌ی سیستم بصورت زیر باشد [۱]؛

$$|\psi(0)\rangle = |\alpha\rangle_c \otimes |\beta\rangle_m \qquad (۲)$$

یعنی حالتی حاصلضربی از حالت مد میدان فوتونی و حالت مد ارتعاشی جزء مکانیکی.

اکنون تحول زمانی این حالت را تحت هامیلتونی خود سیستم طبق رابطه‌ی $U(t) = \exp(-\frac{iHt}{\hbar})$ بررسی می‌کنیم. می‌توان نشان داد که با عملیات نسبتاً طولانی و پیچیده‌ای عملگر تحول زمانی به شکل نهاییِ زیر قابل استخراج است؛

$$U\left(t\right) = e^{-ira^\dagger a} e^{iE(t)\left(a^\dagger a\right)^2} e^{iF(t)a^\dagger a x(t)} e^{-ib^\dagger bt} \qquad (۳)$$

که در آن پارامترهای r ، $E(t)$ ، $F(t)$ و $x(t)$ عبارتند از؛

$$\begin{aligned} r &= \frac{\omega_0}{\omega_m} \\ E\left(t\right) &= k^2\left(t - \sin\left(t\right)\right) \\ x\left(t\right) &= b^\dagger e^{-i\frac{t}{2}} + b e^{i\frac{t}{2}} \\ F\left(t\right) &= 2k\,\sin\left(\frac{t}{3}\right) \end{aligned} \qquad (۴)$$

و k هم درواقع ضریب جفت‌شدگی مقیاس شده است.

$$k = {g}/{\omega_m} \qquad (۵)$$

اکنون با توجه به اینکه حالات اولیه فوتونی (مربوط به مد میدان) و فونونی (مربوط به مد نوسانات آینه) را بصورت همدوس فرض کردیم، داریم:

$$|\psi(0)\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle \otimes |\beta\rangle_m \qquad (۶)$$

اکنون با اعمال عملگر تحول زمانی (۳) روی این حالت اولیه خواهیم داشت؛

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\sum_{0}^{\infty}\frac{\alpha^2}{\sqrt{n!}}e^{ik^2n^2(t-\sin t)}|n\rangle_c \otimes |\phi_n(t)\rangle_m$$

$$|\phi_n(t)\rangle_m = \left|\beta e^{-it} + kn\left(1 - e^{-it}\right)\right\rangle_m \qquad (۷)$$

که در آن عملگر تحول زمانی به ترتیب روی بخش فوتونی و فونونی بصورت جداگانه اثر کرده است.

اکنون در لحظه $t = 2\pi$ حالت مربوط به مد میدان را بصورت زیر خواهیم داشت؛

$$|\xi\rangle_c = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\sum\frac{\alpha^2}{\sqrt{n!}}e^{i\,2\pi k^2 n^2}|n\rangle_c \qquad (۸)$$

اکنون با در نظر گرفتن $k = \frac{1}{2}$ خواهیم داشت؛

$$|\xi\rangle_c = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\left[\left(\frac{1+i}{2}\right)|+\alpha\rangle_c + \left(\frac{1-i}{2}\right)|-\alpha\rangle_c\right] \qquad (۹)$$

این نتیجه یک حالت خاص، موسوم به حالت گربه شرودینگر دو گانه (دو مؤلفه‌ای) است. درواقع دیده

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]

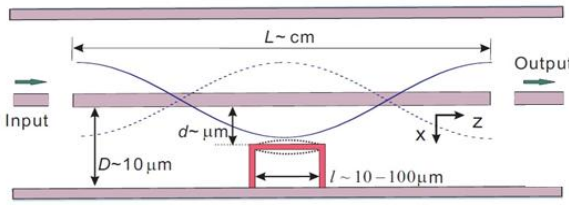
می‌شود که بازای مقادیر مختلف k حالات گربه شرودینگر دوگانه، سه‌گانه و بالاتر تولید می‌شوند [۱] و به همین خاطر ادعا می‌شود که گستره‌ی عظیمی از این حالات قابلیت تولید دارند.

۳- پیشنهاد یک سامانه‌ی مبتنی بر عناصر مداری برای تولید حالات گربه شرودینگر

در این بخش سامانه‌ای را معرفی می‌کنیم که مبتنی بر یک خط انتقال مشدد است و نشان خواهیم داد که هامیلتونی این سیستم دقیقاً به شکل هامیلتونی (۱) قابل استخراج است و به همین دلیل این امکان وجود دارد که از این سیستم دقیقاً با همان رهیافت پیشین برای تولید حالات گربه شرودینگر استفاده کنیم.

۳-۱- معرفی سیستم

این سیستم مبتنی بر یک خط انتقال مشدد است که یک مشدد میکرومکانیکی درون آن قرار گرفته و بصورت خازنی با آن جفت شده است.



هامیلتونی این سیستم را می‌توان به شکل زیر در نظر گرفت [۲]؛

$$H=\hbar\omega_a a^\dagger a+\left(\frac{p^2}{2m}+\frac{m\omega_m^2}{2}x^2\right)+\frac{C_g(x)}{2}V^2 \quad (۱۰)$$

که در آن می‌توان نشان داد که ظرفیت وابسطه به مکان، بین غشاء متحرک و خط انتقال، با توجه به فاصله d بصورت زیر قابل بسط دادن است؛

$$C_g(x)\approx C_g^0\left(1-\frac{x}{d}\right) \quad (۱۱)$$

اکنون با تبدیل عملگرهای x و p بر حسب عملگرهای خلق و نابودی فونونی به رابطه‌ی زیر برای هامیلتونی نوسانگر می‌رسیم ؛

$$\frac{p^2}{2m}+\frac{m\omega_m^2}{2}x^2=\hbar\omega_m b^\dagger b+\frac{1}{2}\hbar\omega_m \quad (۱۲)$$

جمله دوم در این عبارت یک مقدار ثابت از جنس انرژی است که فقط منجر به یک جابجای در طیف انرژی می‌شود و می‌توان از آن صرف نظر کرد، در واقع صفر انرژی خود را تغییر می‌دهیم.

نهایتاً هامیلتونی را به شکل زیر ساده می‌کنیم؛

$$H=\hbar\omega_m b^\dagger b+\hbar\frac{C_g^0V_{rms}^2}{\hbar}a^\dagger a-\hbar\left(\frac{C_g^0V_{rms}^2}{\hbar d}a^\dagger a\right)x \quad (۱۳)$$

البته در اینجا علاوه بر اینکه یک مرتبه نسبت به فرکانس خط انتقال به تصویر برهمکنش رفته‌ایم و هامیلتونی را ساده کرده‌ایم، از روابط زیر نیز استفاده کرده‌ایم [۲]؛

$$V=V_{rms}\left(a+a^\dagger\right)$$
$$V_{rms}=\sqrt{\frac{\hbar\omega_a}{C_a}} \quad (۱۴)$$

اکنون روابط زیر را به عنوان فرکانس و ضریب جفت شدگی موثر تعریف می‌کنیم؛

$$\omega_0=\frac{C_g^0V_{rms}^2}{\hbar}$$
$$g_0=\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_m}}\frac{C_g^0V_{rms}^2}{\hbar d} \quad (۱۵)$$

و اکنون هامیلتونی نهایی به شکل زیر بدست می‌آید؛

$$H=\hbar\omega_0 a^\dagger a+\hbar\omega_m b^\dagger b-\hbar g_0 a^\dagger a\left(b+b^\dagger\right) \quad (۱۶)$$

این رابطه دقیقاً هامیلتونی رابطه (۱) است که با یک فرکانس میدان و یک ضریب جفت شدگیِ موثری باز تعریف شده است.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]

۴- کاربردهای حالات گربه شرودینگر و اهمیت آن

از جمله کاربردهای مهم حالات گربه شرودینگر می‌توان به استفاده از آن‌ها در ساخت گیت‌های کوانتومی اشاره کرد. از جمله طراحی و ساخت گیت هادامارد که توسط میلبرن و همکارانش بررسی شد [۳]، همچنین بررسی گیتی موسوم یه گیت z که به چرخش علامت نیز موسوم است توسط رالف و میلبرن و همکارانشان بررسی شد [۴]. همچنین این حالات گربه شرودینگر به خاطر داشتن درهمتنیدگی بالا در اطلاعات کوانتومی بسیار حائز اهمیت هستند.

گذشته از همه‌ی این موارد، تولید حالات گربه شرودینگر به این خاطر که حالات برهم‌نهی را، که مختص دنیای کوانتومی بود، برای حالات همدوسی که عملاً بیشترین شباهت را به حالات کلاسیک دارند و همچنین نسبتاً بزرگ مقیاس می‌باشند، فراهم کرده است به عنوان موضوعی مهم قابل توجه بوده و هست، موضوعی که نخستین بار توسط شرودینگر بصورت یک آزمایش ذهنی طرح شده بود و بعدها تحقق عینی پیدا کرد.

۵- نتیجه‌گیری

سامانه‌ی پیشنهادی ما دقیقاً مشابه با یک سامانه‌ی اپتومکانیکی عمل می‌کند و این قابلیت را دارد که در تولید حالات گربه شرودینگر، که حالاتی با همدوسی و نیز درهمتنیدگی بالایی هستند، مورد استفاده قرارگیرد. این سامانه‌ی پیشنهادی با توجه به اینکه بصورت مدارهای ابررسانایی در ابعاد میکرو ساخته می‌شود قابلیت مجتمع کردن این سامانه در کنار سایر عناصر مداری مانند کیوبیت‌ها را نیز دارد.

مراجع

[1]. S. Bose, K. Jacobs, and P. L. Knight, ”Preparation of nonclassical states in cavities with a moving mirror,” Physical Review A 56, 4175-4186 (1997).

[2]. Y. Li, Y.-D. Wang, F. Xue, and C. Bruder, ”Quantum theory of transmission line resonator-assisted cooling of a micromechanical resonator,” Physical Review B 78, 134301 (2008).

[3]. T.C.Ralph, W.J.Munro, and G.J.Milburn, ”Quantum Computation with Coherent States, Linear Interactions and Superposed Resources,” (arXiv:quantph/0110115v2, 2001).

[4]. T. C. Ralph, A. Gilchrist, G. J. Milburn, W. J. Munro, and S. Glancy, ”Quantum computation with optical coherent states,” Physical Review A 68, 042319 (2003).

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]