بیست و هفتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و سیزدهمین
کنفرانس مهندسی و فناوری
فوتونیک ایران،
دانشگاه سیستان و بلوچستان،
زاهدان، ایران.
۱۴-۱۶ بهمن ۱۳۹۹

کد مقاله : ۱-۲۵۴۹-۱۰-A

کنترل همدوس انتقال جمعیت در سیستم‌های چند لامبدایی با استفاده از پالس‌های ترکیبی

نازلی ایرانی، مهدی امنیت‌طلب

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، صندوق پستی ۱۶۵، ارومیه

چکیده- در این مقاله انتقال همدوس جمعیت در سیستم‌های کوانتومی چند لامبدایی با بهینه سازی تکنیک گذار بی‌دررو تحریکی رامان، با استفاده از زنجیره پالس‌های ترکیبی بررسی می‌شود. برای ساده‌سازی عملگر تحول زمانی سیستم از تبدیلات موریس-شور استفاده می‌شود. استفاده از زنجیره پالس‌های ترکیبی منجر به کاهش مساحت پالسی لازم برای انتقال همدوس جمعیت می‌شود که از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در پایان، وفاداری حالت نهایی سیستم نسبت به اثر نشر خود به خودی و دامنه پالس لازم برای انتقال جمعیت برای دو روش استیرپ معمولی و استیرپ ترکیبی مقایسه می‌شود.

کلید واژه- استیرپ، استیرپ ترکیبی، تبدیلات موریس-شور، گذار بی‌دررو، وفاداری.

Coherent Control of population transfer in multi-lambda systems using composite pulses

Nazli Irani, Mahdi Amniat-Talab

n.irani@urmia.ac.ir , m.amniat-talab@urmia.ac.ir

Physics Department, Faculty of Sciences, Urmia University, P. B 165, Urmia, Iran.

Abstract- In this paper we study coherent population transfer in multi-lambda systems by optimizing stimulated Raman adiabatic passage technique using continuum of composite pulses. In order to design the propagator of the system we use Morris-Shore transformations. Using composite pulse technique the pulse area needed for population transfer is decreased which is a significant point. Finally we investigate pulse amplitude and spontaneous emission on the final fidelity of the desired state for STIRAP and Composite STIRAP techniques.

Keywords: Adiabatic passage, Composite STIRPAP, Fidelity, Morris-Shore transformations, STIRAP.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.

مقدمه

کنترل بهینه تحول زمانی سیستم‌های کوانتومی به منظور ایجاد درهم‌تنیدگی و یا الگوریتم‌های کوانتومی با وفاداری بیشینه، کاربرد فراوانی در نظریه اطلاعات کوانتومی دارد [1] و روش گذار بی‌دررو تحریکی رامان (استیرپ)، از پرکاربردترین روش‌های کنترل همدوس سیستم‌های کوانتومی [2] است. از آنجا که روش گذار بی‌دررو مستلزم مساحت پالس زیاد (پهنای زمانی بزرگ و یا دامنه پالس بزرگ) می‌باشد و طولانی بودن تحول زمانی سیستم در فرایندهای کوانتومی موجب افزایش نرخ اتلاف و کاهش وفاداری می‌شود، تکنیک‌هایی برای بهینه‌سازی این روش، از جمله روش پالس‌های ترکیبی طراحی شده‌اند. در مراجع [3,4] پالس‌های ترکیبی در سیستم‌های دو ترازی و سه ترازی بررسی شده است. در سیستم سه ترازی با اعمال چندین مرحله تکنیک استیرپ و اعمال فازهای مقتضی در هر مرحله، وفاداری نهایی انتقال جمعیت برای رسیدن به حالت نهایی دلخواه، به مقدار زیادی نسبت به روش استیرپ معمولی افزایش می‌یابد. در این مقاله، با استفاده از تبدیلات موریس-شور [5]، تکنیک زنجیره پالس‌های ترکیبی استیرپ را به سیستم سه لامبدایی تعمیم می‌دهیم و دامنه پالس لازم برای رسیدن به وفاداری بیشینه را در هر دو روش بررسی می‌کنیم.

گذار بی‌دررو تحریکی رامان

هامیلتونی یک سیستم اتمی Λ-گونه در حالت تشدید و در تقریب موج چرخان در پایه‌های $\{|1\rangle,|2\rangle,|3\rangle\}$ بصورت زیر است:

$$\hat{H}(t)=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & \Omega_P(t) & 0 \\ \Omega_P^*(t) & -i\gamma & \Omega_S(t) \\ 0 & \Omega_S^*(t) & 0 \end{pmatrix}, \qquad (۱)$$

که در آن ترازهای $|1\rangle,|3\rangle$ حالت‌های زمینه، تراز $|2\rangle$ حالت میانی برانگیخته، $\Omega_P(t),\Omega_S(t)$ فرکانس‌های رابی و γ نشان دهنده نرخ نشر خود به خودی از تراز میانی می‌باشد. با اعمال شیفت فازی ثابت در فرکانس‌های رابی بصورت $\Omega_P \to \Omega_P e^{i\alpha}$ و $\Omega_S \to \Omega_S e^{i\beta}$ عملگر تحول زمانی سیستم بر حسب پارامترهای α,β بدست می‌آید[4].

با اعمال یک زنجیره شامل S مرحله روش استیرپ، عملگر تحول زمانی سیستم به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$U^{(S)}=U_{\alpha_S,\beta_S}U_{\alpha_{S-1},\beta_{S-1}}...U_{\alpha_k\beta_k}...U_{\alpha_2,\beta_2}U_{\alpha_1\beta_1}. \qquad (۲)$$

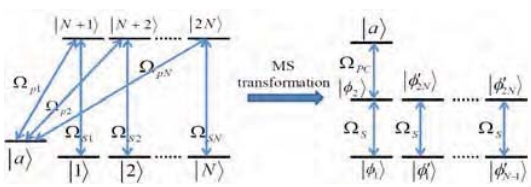
با بسط تیلور عنصر $U_{11}^{(S)}$ و $U_{21}^{(S)}$ و محاسبه مقادیری از α_k و β_k که منجر به صفر شدن عناصر بسط می‌شود، فرمول فاز فرکانس‌های رابی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\alpha_k^{(S)}=\pi\left\lfloor\frac{k}{2}\right\rfloor-\frac{\pi}{S}\left\lfloor\frac{k-1}{2}\right\rfloor\left(1+\left\lfloor\frac{k-1}{2}\right\rfloor\right), \qquad (۳)$$

$$\beta_k^{(S)}=\alpha_{S+1-k}^{(S)}, \quad k=1,2,...,S. \qquad (۴)$$

برهم‌نهی حالت‌ها در سیستم‌های چندلامبدایی

شکل۱ یک سیستم N-لامبدایی را نشان می‌دهد که در



شکل ۱: الگوی جفت شدگی سیستم چند لامبدایی: چپ- در پایه‌های اصلی، راست: در پایه‌های موریس-شور.

آن پالس‌های پمپ $\Omega_{p1}=\Omega_{p2}=...=\Omega_{pN}$ حالت $|a\rangle$ و پالس‌های استوکس $\Omega_{S1}=\Omega_{S2}=...=\Omega_{SN}$ حالت‌های زمینه $\{|1\rangle,|2\rangle,...,|N\rangle\}$ را به مجموعه حالت‌های برانگیخته $\{|N+1\rangle,|N+2\rangle,...,|2N\rangle\}$ جفت می‌کنند. هامیلتونی $2N+1$-بعدی این سیستم بصورت زیر است:

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.

$$\hat{H}(t)=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \Omega_{S1}(t) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \Omega_{S2}(t) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \Omega_{SN}(t) & 0 \\ \Omega_{S1}(t) & 0 & \cdots & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \Omega_{P1}(t) \\ 0 & \Omega_{S2}(t) & \cdots & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \Omega_{P2}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Omega_{SN}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_{PN}(t) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \Omega_{P1}(t) & \Omega_{P2}(t) & \cdots & \Omega_{PN}(t) & 0 \end{pmatrix}. \quad (۵)$$

هدف انتقال جمعیت سیستم از حالت اولیه $|\psi(t_i)\rangle=|a\rangle$ به یک برهم‌نهی همدوس از حالت‌های زمینه بصورت زیر است:

$$|\psi(t_f)\rangle=\sum_{j=1}^{N}\chi_j|j\rangle,\quad \sum_{j=1}^{N}|\chi_j|^2=1. \quad (۶)$$

مطابق شکل۱-راست با استفاده از تبدیل موریس-شور [5] می‌توان یک تبدیل یکانی پیدا کرد که سیستم چندلامبدایی را بصورت یک سیستم سه‌ترازی و $N-1$ سیستم دو ترازی مستقل بررسی کرد. برای مثال یک سیستم سه لامبدایی را بررسی می‌کنیم. برای تعریف پایه-های موریس-شور زاویه آمیختگی ϑ را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\frac{\Omega_{P2}(t)}{\Omega_{P1}(t)}=\tan\vartheta_1, \quad (۷\text{-الف})$$

$$\frac{\Omega_{P3}(t)}{\sqrt{\Omega_{P1}^2+\Omega_{P2}^2}}=\tan\vartheta_2. \quad (۷\text{-ب})$$

بنابراین:

$$|\phi_1\rangle=\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2|1\rangle+\sin\vartheta_1\cos\vartheta_2|2\rangle+\sin\vartheta_2|3\rangle, \quad (۸\text{-الف})$$

$$|\phi_2\rangle=\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2|4\rangle+\sin\vartheta_1\cos\vartheta_2|5\rangle+\sin\vartheta_2|6\rangle, \quad (۸\text{-ب})$$

$$|\phi_1'\rangle=-\sin\vartheta_1|1\rangle+\cos\vartheta_1|2\rangle, \quad (۸\text{-پ})$$

$$|\phi_2'\rangle=\cos\vartheta_1\sin\vartheta_2|1\rangle+\sin\vartheta_1\sin\vartheta_2|2\rangle-\cos\vartheta_2|3\rangle, \quad (۸\text{-ت})$$

$$|\phi_3'\rangle=\cos\vartheta_1\sin\vartheta_2|4\rangle+\sin\vartheta_1\sin\vartheta_2|5\rangle-\cos\vartheta_2|6\rangle, \quad (۸\text{-ج})$$

$$|\phi_4'\rangle=-\sin\vartheta_1|5\rangle+\cos\vartheta_1|6\rangle. \quad (۸\text{-چ})$$

با استفاده از تبدیل $W_T^7=\{|a\rangle,|\phi_2\rangle,|\phi_1\rangle,|\phi_1'\rangle,|\phi_3'\rangle,|\phi_2'\rangle,|\phi_4'\rangle\}$ هامیلتونی سیستم در پایه‌های موریس-شور، بصورت یک هامیلتونی بلوکه قطری شامل یک سیستم سه ترازی و دو سیستم دو ترازی بصورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\hat{H}_T^7=W_T^7\hat{H}W_T^7=\begin{pmatrix} H_T^3(t) & 0 & 0 \\ 0 & H_2^T(t) & 0 \\ 0 & 0 & H_2^T(t) \end{pmatrix}. \quad (۹)$$

مطابق شکل۱-ب بلوک متناظر با سیستم سه‌ترازی در پایه‌های موریس-شور $\{|a\rangle,|\phi_2\rangle,|\phi_1\rangle\}$ بصورت زیر است:

$$\hat{H}_T^3=\begin{pmatrix} 0 & \Omega_{PC}(t) & 0 \\ \Omega_{PC}(t) & 0 & \Omega_S(t) \\ 0 & \Omega_S(t) & 0 \end{pmatrix}, \quad (۱۰)$$

که در آن

$$\Omega_{S1}(t)=\Omega_{S2}(t)=\Omega_{S3}(t)=\Omega_S(t), \quad (۱۱)$$

$$\frac{\Omega_{P1}(t)}{\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2}=\Omega_{PC}(t). \quad (۱۲)$$

با استفاده از پایه‌های تاریک-روشن بصورت

$$|v_1\rangle=\sin\varphi|a\rangle+\cos\varphi|\phi_1\rangle, \quad (۱۳\text{-الف})$$

$$|v_2\rangle=|\phi_2\rangle, \quad (۱۳\text{-ب})$$

$$|v_3\rangle=\cos\varphi|a\rangle-\sin\varphi|\phi_1\rangle, \quad (۱۳\text{-ج})$$

$$\frac{\Omega_{PC\backslash}(t)}{\Omega_{SC}(t)}=\tan\varphi, \quad (۱۳\text{-د})$$

و با تعریف ماتریس تبدیل $R=\{|v_1\rangle,|v_2\rangle,|v_3\rangle\}$ در پایه‌های تاریک-روشن، هامیلتونی سیستم سه ترازی در پایه‌های موریس-شور به یک سیستم دو ترازی جفت شده با فرکانس رابی Ω و یک تراز جفت نشده تبدیل می‌شود. با تعریف $A(t)=\int\Omega(t)dt$ عملگر تحول زمانی متناظر در پایه‌های تاریک-روشن را محاسبه می‌کنیم و با تبدیل معکوس، عملگر تحول زمانی سیستم در پایه‌های موریس-شور $\{|a\rangle,|\phi_2\rangle,|\phi_1\rangle\}$ بدست می‌آید:

$$\hat{U}_{MS}^3(t)=\begin{pmatrix} 1-2\sin^2\varphi\sin^2\frac{A}{2} & -i\sin\varphi\sin\frac{A}{2} & -\sin 2\varphi\sin^2\frac{A}{2} \\ -i\sin\varphi\sin\frac{A}{2} & \cos\frac{A}{2} & -i\cos\varphi\sin\frac{A}{2} \\ -\sin 2\varphi\sin^2\frac{A}{4} & -i\cos\varphi\sin\frac{A}{2} & 1-2\cos^2\varphi\sin^2\frac{A}{4} \end{pmatrix}. \quad (۱۴)$$

به ازای $A=2\pi,\varphi=\frac{\pi}{4}$ و با تنظیم مناسب پارامترهای متناظر با پالس‌های لیزری بصورت

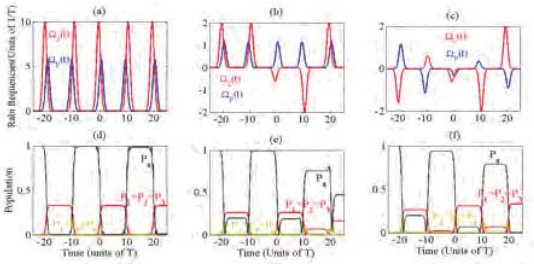
$$\Omega_{S1}(t)=\Omega_{S2}(t)=\Omega_{S3}(t)=\Omega_0 e^{-\left(\frac{t-\tau/2}{T}\right)^2}, \quad (۱۵\text{-الف})$$

$$\Omega_{PN}(t)=\chi_N\Omega_0 e^{-\left(\frac{t+\tau/2}{T}\right)^2} \qquad (N=1,2,3), \quad (۱۵\text{-ب})$$

جمعیت سیستم از حالت اولیه $|a\rangle$ به حالت نهایی $|\psi(t_f)\rangle=-\frac{1}{\sqrt{3}}(|1\rangle+|2\rangle+|3\rangle)$ تحول می‌یابد. شکل۲-بالا تحول زمانی فرکانس‌های رابی و شکل۲-پایین تحول

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.

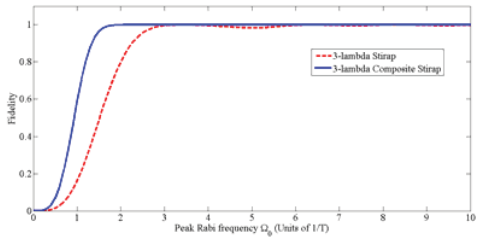
زمانی انتقال جمعیت را نشان می‌دهد. مشاهده می‌کنیم علی‌رغم انتقال کامل جمعیت به برهم‌نهی مساوی از حلت‌های زمینه با روش زنجیره پالس‌های استیرپ معمولی به ازای $\Omega_0 = 10$، با کاهش دامنه فرکانس رابی به $\Omega_0 = 2$ انتقال جمعیت به حالت‌های دلخواه زمینه انجام نمی‌شود. در حالیکه با روش زنجیره پالس‌های استیرپ ترکیبی به ازای $\Omega_0 = 2, S = 5$ انتقال کامل جمعیت به حالت دلخواه انجام‌پذیر است. شکل۳ نشان می‌دهد رسیدن به وفاداری نهایی بیشینه به ازای مقادیری از دامنه فرکانس رابی که با روش استیرپ معمولی محقق نمی‌شود، انجام‌پذیر است. با توجه به شکل۴ به ازای مقادیر جزئی نرخ نشر خودبه‌خودی وفاداری نهایی برای روش استیرپ ترکیبی با خطای کمتر از 10^{-4} به عدد یک میل می‌کند.



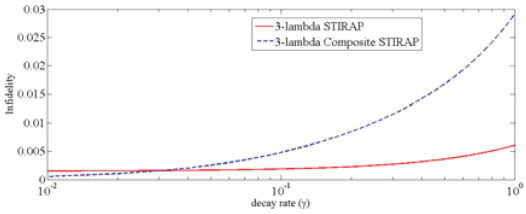
شکل ۲: بالا- تحول زمانی فرکانس‌های رابی برای تحول استیرپ به ازای $\Omega_0 = 10$ و و استیرپ ترکیبی به ازای $\Omega_0 = 2$. پایین- تحول زمانی انتقال جمعیت از حالت اولیه $|a\rangle$ به برهم نهی مساوی از سایر حالت‌های زمینه متناظر با فرکانس‌های رابی.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، بهینه‌سازی روش گذار بی‌دررو تحریکی رامان در سیستم‌های چندلامبدایی با بکارگیری تکنیک زنجیره پالس‌های ترکیبی و تبدیلات موریس-شور مطالعه شد. با بررسی نتایج عددی مشاهده کردیم زنجیره پالس-های ترکیبی می‌توانند در سیستم‌های پیچیده چند لامبدایی اعمال شوند. با توجه به اینکه در روش استیرپ معمولی با کاهش دامنه فرکانس رابی وفاداری حالت نهایی سیستم کاهش می‌یابد، در روش استیرپ ترکیبی وفاداری بیشینه نسبت به کاهش دامنه فرکانس رابی زورمند است. با مقایسه منحنی وفاداری برحسب گسیل خودبه‌خودی از تراز میانی، به ازای مقادیر اتلاف در بازه 10^{-3} تا 0 وفاداری حالت نهایی با خطای 10^{-4} به سمت یک میل می‌کند.



شکل۳: وفاداری نهایی بر حسب دامنه پالس با روش استیرپ معمولی(منحنی قرمز) و استیرپ ترکیبی (منحنی آبی).



شکل۴: وفاداری نهایی بر حسب نرخ واپاشی با روش استیرپ معمولی(منحنی قرمز) و استیرپ ترکیبی (منحنی آبی).

مرجع‌ها

[1] M. Amniat-talab, M. Saadati-Niari, S. Guerin; *"Quantum state engineering in ion-traps via adiabatic passage"*; Eur. J. Phys. D. **66**, 216, 2012.

[2] N. V. Vitanov, A. A. Rangelov, B. W. Shore and K. Bergmann; *"Stimulated Raman adiabatic passage in physics, chemistry and beyond"*; Phys. Rev. Mod. **89**, 015006, 2017.

[3] B. T. Torosov, N. V. Vitanov; *"Smooth composite pulses for high fidelity quantum information processing"*; Phys. Rev. A. **83**, 053420, 2011.

[4] B. T. Torosov, N. V. Vitanov; *"Composite stimulated Raman adiabatic passage"*; Phys. Rev. A. **85**, 043418, 2013.

[5] B. W. Shore; *"Two state behavior in N-state quantum systems: The Morris-Shore transformation reviewed"*; J. Mod. Opt, **21**, 787-815, 2014.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.