



## تخمین تعداد نانو ذرات موجود در یک محیط فعال با استفاده از لیزر تصادفی

احسان شجاعی<sup>۱</sup>، میلاد ثانی<sup>۱</sup> و علیرضا بهرامپور<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک و فوتونیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری های پیشرفته کرمان، کرمان.

<sup>۲</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران.

چکیده - در این مقاله یک روش تئوری برای تخمین تعداد نانو ذرات موجود در یک محیط فعال بر اساس لیزر تصادفی معرفی می شود. سیستم مورد نظر شامل محیط فعال زمینه و نانو ذرات که به صورت تصادفی در آن پخش شده اند می باشد. محیط به صورت اپتیکی پمپ می شود و بدلیل وجود پراکندگی متوالی لیزر تصادفی خواهیم داشت. خروجی لیزر تصادفی به کمک روش ماتریس انتقال محاسبه می شود. در ادامه رفتار آماری طیف خروجی و طول موج لیزر محاسبه خواهد شد. نتایج شبیه سازی محیط نشان می دهد با توجه به رفتار میانگین می توان تعداد نانو ذرات داخل نمونه را تخمین زد.

کلید واژه - پراکندگی چندگانه، روش ماتریس انتقال، لیزر تصادفی، محیط تصادفی فعال.

## Estimated the number of nanoparticles in an active medium using random laser theory

Ehsan Shojaie<sup>1</sup>, Milad Sani<sup>1</sup>, Alireza Bahrapour<sup>2</sup>

1. Department of Physics and Photonics, Graduate University of Advanced Technology, Kerman.

2. Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran.

Abstract- In this paper a theoretical method to estimate the number of scattering nanoparticles in an active medium based on random laser theory is introduced. Our sample includes an active medium and the nanoparticles are distributed randomly in it. The sample pumped optically and cause of multiple scattering, random laser can occur. The output emission of the sample with a transfer matrix method is studied. Then the statistical behavior of its emission spectrum is calculated. The results of our simulation shows that the number of nanoparticles can be estimated from the statistical random laser output emission and averaged lasing wavelength.

Keywords: multiple scattering, transfer matrix method, random laser, random active medium.

## ۱- مقدمه

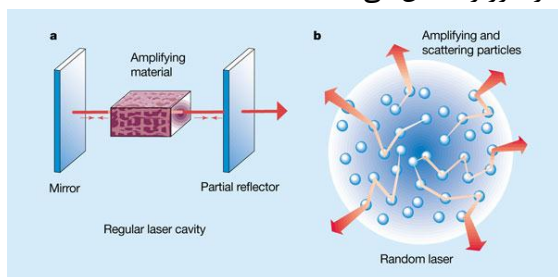
در دهه اخیر بررسی محیط‌های نامنظم رشد چشمگیری داشته و منجر به ایجاد شاخه‌ی جدیدی در اپتیک شده است. از آنجا که بیشتر محیط‌های اطراف ما نامنظم هستند، مطالعه رفتار محیط‌های بی‌نظم کاربردهای بسیار در زمینه‌های مختلف را فراهم می‌آورد. یکی از پدیده‌های مهم که در مواد نامنظم به همراه تقویت اتفاق می‌افتد لیزر تصادفی می‌باشد [۱]. از دیدگاه کاربردی لیزرهای تصادفی به دلیل ویژگی‌های منحصر بفرد نظیر وابستگی زاویه‌ای نور خروجی، گسترده طیفی وسیع، عدم نیاز به کاواک خارجی، مواد قابل استفاده بسیار متفاوت و ... مورد توجه قرار گرفته‌اند. بررسی‌ها و تحقیقات روی لیزرهای تصادفی در سال‌های اخیر سرعت زیادی به خود گرفته؛ به طوری که پدیده لیزر تصادفی در مواد بسیاری از جمله پلیمرها، پودرهای کریستالی، نیمه هادی‌ها، کامپوزیت‌های اورگانیک، سرامیک‌ها، محیط‌های غیر خطی و حتی بافت‌های بیولوژیکی دیده شده [۲]. بررسی ساخت نمایشگرها بر پایه لیزرهای تصادفی، استفاده از محیط محلول حاوی نانو ذرات به عنوان پوشش، کاربرد به عنوان محیط تشخیص دهنده دما از جدیدترین موضوعات در دست بررسی در لیزر تصادفی می‌باشد [۲].

از آنجا که کاواک‌های محلی تشکیل شده می‌توانند از مرتبه میکرو و نانو باشند [۳] اخیراً با ایجاد تنش در ابعاد نانو جهت ساخت لیزر تصادفی و همچنین تشخیص تغییرات در نانو ساختار استفاده شده است [۴، ۵].

## ۲- تئوری

پراکندگی چندگانه یکی از پدیده‌های معمول در محیط‌های اپتیکی می‌باشد که ناشی از پراکندگی‌های متوالی نور توسط چندین پراکننده است. اگر محیطی شامل تعداد زیادی پراکننده که به صورت تصادفی پخش شده باشند داشته باشیم پدیده چند پراکندگی اتفاق می‌افتد. در اینجا دو حالت وجود دارد، در صورتی که چگالی پراکنده‌ها در محیط کم باشد نور پس از چند مرتبه پراکندگی از محیط خارج می‌شود. در صورتی که چگالی ذرات از یک حد بیشتر باشد این امکان وجود دارد که نور پس از پراکندگی‌های متعدد به نقطه اولیه بازگردد، در این حالت نور می‌تواند روابط فازی خود را حفظ کند و شرط تشدید همانند لیزرهای معمولی ارضا شود. نمونه

معرفی شده اول را با تئوری پخش و نمونه دوم را با تئوری گیراندازی امواج الکترومغناطیس می‌توان بررسی کرد. همانطور که در شکل شماره (۱) مشاهده می‌شود محیط دوم می‌تواند همانند لیزرهای معمولی شرایط لیزر دهی را فراهم می‌آورد. در واقع لیزر تصادفی مجموعه‌ای از پراکنده‌ها است که در یک محیط بهره بصورت تصادفی قرار گرفته‌اند. محیط بهره سبب تقویت نور می‌شود و چند پراکندگی موجب ایجاد کاواک‌های محلی در محیط شده که همانند کاواک خارجی در لیزر معمولی عمل کرده، فیدبک مورد نیاز را فراهم آورده و از طرفی فرکانس‌های کار لیزر را تعیین می‌کند.

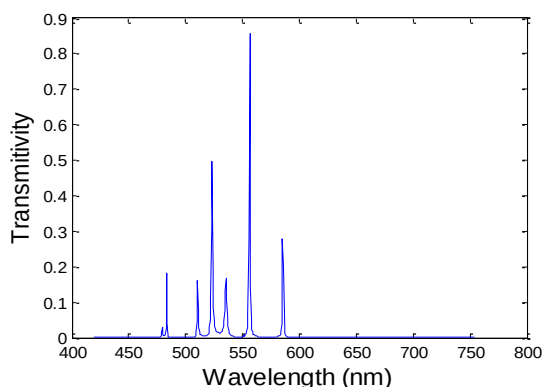


شکل (۱) مقایسه لیزر تصادفی و لیزر معمولی

تئوری لیزرهای تصادفی، اولین بار توسط لتوخوف پیش بینی شده است [۶]. جیانگ و سکولیس یک روش برای تحلیل لیزرهای تصادفی ارائه دادند که بر اساس محاسبات FDTD و معادلات نیمه کلاسیک برای محیط‌های تقویت کننده بود [۷]. زانگ مدل مستقل از زمان ماتریس انتقال را برای تحلیل لیزرهای تصادفی ارائه داد [۸] و در ادامه نتایج تئوری توسط گروه کاو به صورت تجربی تایید شده‌اند [۳]. روش ماتریس انتقال یک روش مستقل از زمان برای بررسی انتشار نور در محیط اپتیکی می‌باشد. برای هر جز اپتیکی از سیستم می‌توان یک ماتریس تعریف کرد و میدان‌های خروجی را بر حسب میدان‌های ورودی محاسبه نمود.

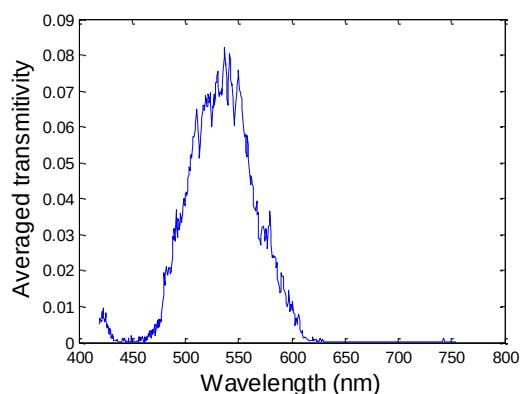
با توجه به ساختار موردنظر، شبیه‌سازی محیط را می‌توان به صورت یک مسئله یک بعدی لیزر تصادفی در نظر گرفت. در واقع عبور نور داخل محیط را تنها در جهت پراکندگی‌ها پی می‌گیریم. از آنجا که در هر سیستم تصادفی یک ریلایزیشن خاص در نظر گرفته می‌شود (در واقع هر سیستم نسبت به سیستم تصادفی دیگر شامل چینش متفاوتی می‌باشد)، نمی‌توان بر اساس یک نمونه خاص نتایج کلی را استنباط کرد. از این رو بررسی

موج‌های مجاز سیستم می‌باشند. هرکدام از این قله‌ها که در پهنای تقویت محیط قرار بگیرد می‌تواند ایجاد لیزر تصادفی کند. اما از آنجا که فاکتور کیفیت مدها متفاوت می‌باشد و با پهنای طیفی رابطه دارد، فرکانسی که نزدیکتر به مرکز پهنای تقویت قرار گرفته و پهنای طیفی کمتری دارد به عنوان اولین فرکانس شروع به کار می‌کند [۹].



شکل (۳) طیف عبوری بر حسب طول موج برای ۱۰ نانو ذره

طبق توضیحات در بخش تئوری برای بررسی رفتار کلی این سیستم نیاز داریم که رفتار میانگین‌گیری شده را بررسی کنیم. در ادامه محاسبات میانگین‌گیری برای ۵۰۰ ریلیزیشن از یک نمونه انجام می‌شود. طیف خروجی میانگین‌گیری شده محیط به همراه ۱۰ نانو ذره بر حسب طول موج در شکل شماره (۴) رسم شده.

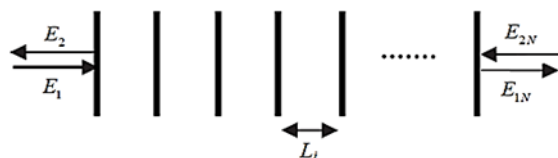


شکل (۴) طیف خروجی میانگین‌گیری شده برای ۱۰ نانو ذره

به دلیل قرار گرفتن فرکانس‌های مجاز در باند عبور این نمودار تقریباً در ۵۵۰ نانومتر دارای ماکزیمم می‌باشد. رفتار میانگین‌گیری شده با توجه به فرکانس‌های مرکزی باند عبور و باند ممنوعه قابل توجیه است [۹]. حال به سراغ قسمت اصلی می‌رویم. در این قسمت با تغییر تعداد

مجموعه‌ای از ریلیزیشن‌های متفاوت، اندازی‌گیری پارامترهای مورد نیاز و میانگین‌گیری روی تمام مجموعه لازم می‌باشد. از روش ماتریس انتقال جهت بررسی رفتار آماری محیط تصادفی نیز می‌توان استفاده کرد [۹].

محیط را به صورت لایه‌های دی‌الکتریک که با فواصل تصادفی ( $L_i$ ) در کنار یکدیگر قرار دارند در نظر می‌گیریم. عبور میدان الکترومغناطیسی در این ساختار را می‌توان بخوبی توسط روش ماتریس انتقال محاسبه کرد. در این روش میدان الکتریکی درون هر کاواک در دو جهت رفت و برگشت در نظر گرفته می‌شود، شکل (۲):



ماتریس انتقال کل از ضرب ماتریس انتقال تمامی لایه‌های سیستم به بدست می‌آید. رابطه بین میدان‌های خروجی و ورودی با استفاده از ماتریس انتقال کل ( $M$ ) برقرار می‌شود [۹ و ۱۰]:

$$\begin{pmatrix} E_{2N} \\ E_{1N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

که  $n$  تعداد لایه‌ها و عناصر  $A, B, C, D$  طبق مرجع [۱۰] برای حالت موج TE استفاده شده‌اند. فرکانس‌های لیزر طبق شرط صفر بودن ورودی‌ها بدست می‌آید. عبور از محیط تصادفی نیز به صورت زیر بدست می‌آید:

$$T = -\det(M)/|M_{22}| \quad (2)$$

## ۲-۱- مدل سازی مسئله و محاسبات

در این بررسی از تئوری لیزر تصادفی برای تخمین زدن تعداد نانو ذرات قرار گرفته در محیط استفاده می‌کنیم. محیط را شامل یک ماده تقویت‌کننده و تعدادی نانو ذره که به صورت تصادفی در محیط پخش شده‌اند در نظر می‌گیریم. در این بررسی ویژگی نانو ذرات دارای یک توزیع میانگین یکنواخت [۹] حول اندازه میانگین ۱۵۰ نانومتر و ضریب شکست ۳/۵ مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. ابتدا ضریب عبور از یک نمونه شامل ۱۰ نانو ذره محاسبه می‌شود. در شکل شماره (۳) طیف خروجی بر حسب طول موج رسم شده است. همانطور که دیده می‌شود طیف خروجی دارای قله‌هایی است که نشان دهند طول

از آن است که در ابتدا با افزایش نانو ذرات کاواک‌های محلی با طول نسبتاً کمتری تشکیل شده در نتیجه طول موج لیزر دهی کاهش می‌یابد. و از یک حد به بعد افزایش تعداد نانو ذرات اجازه ایجاد کاواک‌های محلی بزرگتر را خواهد داد که می‌تواند طول موج بزرگتری را ایجاد کند. به این ترتیب می‌توان به صورت غیر مستقیم با اندازه‌گیری طیف خروجی از یک محیط تصادفی در تکرارهای متفاوت (تغییر محل دم‌ش یا تکرار در زمان‌های متفاوت برای نمونه‌های کلئیدی) و بدست آوردن طیف خروجی میانگین در آن، تعداد نانو ذرات قرار گرفته در محیط را بر اساس نمودارها تخمین زد. لازم به ذکر است این روش می‌بایست به صورت میانگین‌گیری استفاده شود. همچنین از این روش می‌توان جهت تشخیص کیفیت سائز نانو ذرات نیز استفاده کرد که در حال بررسی می‌باشد.

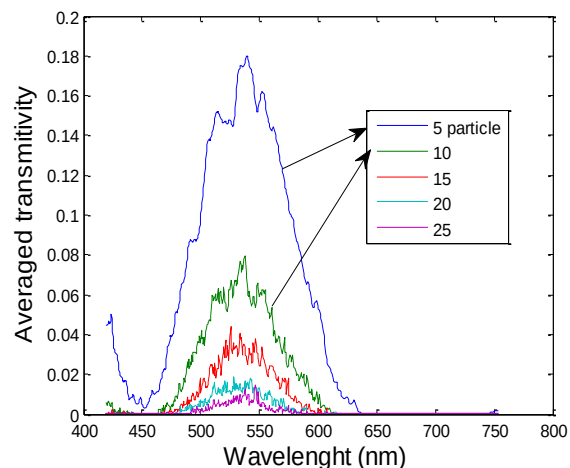
### ۳- نتیجه‌گیری

در این مطالعه تخمین تعداد نانو ذرات با استفاده از تئوری لیزر تصادفی انجام شده. این نکته قابل اهمیت است که برای استفاده از این روش می‌بایست رفتار میانگین‌گیری شده مطالعه شود. طبق نتایج بدست آمده با افزایش تعداد نانو ذرات در محیط میزان طیف خروجی میانگین‌گیری شده کاهش پیدا می‌کند. طول موج میانگین‌گیری لیزر نیز با افزایش نانو ذرات کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

### مراجع

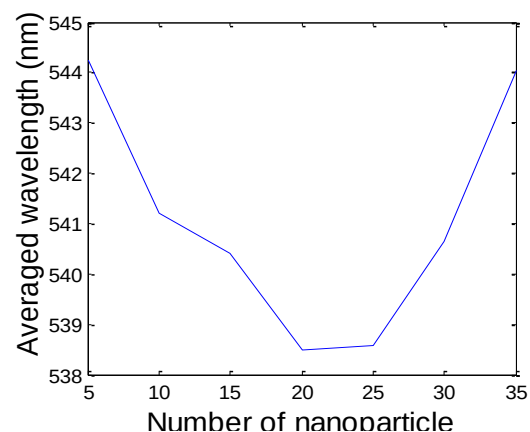
- [1] Mikhail A. Noginov, *Solid-State Random Lasers*, Springer, Series in Optical Sciences (2005).
- [2] Wiersma, D. S., *The Physics and Applications of Random Lasers*, *Nature Physics*, 4 (2008) 3-9.
- [3] Hui Cao, *Review on latest developments in random lasers with coherent feedback*, *J. Phys. A*. 38 (2005) 10497-10535.
- [4] Qinghai S. et al, *Random laser spectroscopy for nanoscale perturbation sensing*, *Optics Letters*. 35 (2010) 2624-2626.
- [5] Ghofraniha N., et al, *Random laser from engineered nanostructures obtained by surface tension driven lithography*, *Laser photonics review*. 7 (2013) 432-438.
- [6] Letokhov, V. S., *Generation of Light by a Scattering Medium with Negative Resonance Absorption*, *Sov. Phys. JETP* 26 (1968), 835-840.
- [7] Xunya, J., Soukoulis, C. M., *Time Dependent Theory for Random Laser*, *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000) 70-73.
- [8] Zhang, Z. Q., *Light amplification and localization in randomly layered media with gain*, *Phys. Rev. B*. 52 (1995) 7960-7964.
- [9] Shih-Hui C. et al., *Cavity Formation and Light Propagation in Partially Ordered and Completely Random One-Dimensional Systems*, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 39 (2003) 364-374.
- [10] Yeh P., Yariv, A., *Electromagnetic propagation in periodic stratified media. I. General theory*, *J. Opt. Soc. Am.*, 67 (1977) 423-438.

نانو ذرات داخل محیط رفتار میانگین‌گیری شده طیف خروجی را مقایسه می‌کنیم. همانطور که در شکل شماره (۵) آمده است با تغییر تعداد نانو ذرات در محیط، رفتار آماری طیف خروجی نیز تغییر می‌کند. در واقع با افزایش تعداد نانو ذرات در محیط طیف خروجی به سمت طول موج‌های کمتر جابجا می‌شود (برای افزایش تا حد خاص)؛ و میانگین عبور کاهش پیدا می‌کند.



شکل (۵) طیف خروجی میانگین برای تعداد نانو ذرات متفاوت

کاهش عبور ناشی ایجاد لوکالیزیشن بیشتر نور در محیط می‌باشد؛ (جابجایی طیف در ادامه توضیح داده می‌شود). برای بررسی بهتر تغییر رفتار خروجی، نمودار اولین فرکانس لیزر تصادفی میانگین‌گیری شده بر حسب افزایش تعداد نانو ذرات در محیط در شکل شماره (۶) آورده شده است. این میانگین‌گیری در محدوده ۵۰۰ تا ۶۰۰ نانو متر انجام شده است.



شکل (۶) طول موج میانگین لیزر بر حسب افزایش نانو ذرات

طبق نمودار (۶) با افزایش نانو ذرات ابتدا میانگین طول موج لیزر کاهش و سپس افزایش می‌یابد. این اتفاق ناشی