بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه خوارزمی،
تهران، ایران.
۱۶-۱۵ بهمن ۱۳۹۸

تاثیر میزان انحنا بر نقطه شکست تقارن پاریته-زمان در دو موجبر نوری خمیده

فاطمه رهرو، مجتبی گلشنی، مجید تراز

Rahro_fatemeh@yahoo.com , Golshani@uk.avc.ir , Taraz@uk.ac.ir

دانشکده فیزیک دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

در این مقاله به بررسی نقطه شکست تقارن پاریته-زمان در دو موجبر نوری با انحنای تناوبی در طول انتشار می پردازیم. بدین منظور دو موجبر نوری که یکی دارای افت و دیگری دارای بهره می با شد، در نظر گرفته شده ا ست. نتایج عددی بد ست آمده نشان می دهد که با افزایش انحنای موجبرها، نقطه شکست تقارن پاریته-زمان در مقادیر بزرگ‌تر افت و بهره رخ می دهد.

کلید واژه- تقارن پاریته-زمان، موجبرهای دارای انحنای تناوبی، افت و بهره

Impact of curvature on PT-symmetry breaking in two curved optical waveguides

Fatemeh Rahro, Mojtaba Golshani, Majid Taraz

Rahro_fatemeh@yahoo.com , Golshani@uk.avc.ir , Taraz@uk.ac.ir

Department of Physics, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

In this work, we investigate the PT-symmetry breaking in two periodically curved optical waveguides. To this end, two curved optical waveguides with gain and loss are considered. Numerical results show that by increasing the curvature, PT-breaking transition occurs at higher values of gain/loss strength.

Keywords: Parity-Time symmetry, Periodically curved optical waveguides, gain and loss.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-18]

مقدمه

توجه به ویژگی‌های هامیلتونی‌های دارای تقارن پاریته-زمان که جزء هامیلتونی‌های غیر هرمیتی هستند، در دهه‌های اخیر بسیار افزایش یافته است. هامیلتونی‌های غیر هرمیتی اولین بار توسط بندر و بوشر در سال ۱۹۹۸ میلادی معرفی شدند[۱]. بندر و بوشر نشان دادند که سیستم‌های کوانتومی با هامیلتونی‌های غیرهرمیتی نیز می توانند یک طیف حقیقی داشته باشند، و هرمیتی بودن هامیلتونی شرط لازم و کافی برای حقیقی بودن ویژه مقادیر نیست[۲]. برای برقراری تقارن پاریته-زمان در سیستم‌های کوانتومی، پتانسیل حاکم بر سیستم باید در شرط $V(\vec{r}) = V^*(-\vec{r})$ صدق کند[۲]. به دلیل تشابه بین معادله شرودینگر در مکانیک کوانتومی و معادله هلمهولتز پیرامحوری، سیستم-های نوری زمینه‌ی بسیار مناسبی را برای مشاهده تجربی و تحقیقات در زمینه‌ی سیستم‌های دارای تقارن پاریته-زمان فراهم کرده است[۳]. در سیستم‌های نوری، مشابه سیستم-های الکترونی، زوج بودن قسمت حقیقی ضریب شکست ماده و فرد بودن قسمت موهومی آن شرط لازم برای برقراری تقارن پاریته-زمان می‌باشد[۳]. به دلیل وجود قسمت موهومی ضریب شکست، برای دست‌یابی به سیستم نوری دارای تقارن پاریته-زمان می‌توان از سیستم‌های دارای افت و بهره استفاده نمود. اگر قسمت موهومی ضریب شکست سیستم مورد بررسی صفر باشد، هامیلتونی سیستم هرمیتی و کلیه ویژه‌مقادیر آن حقیقی خواهند بود. با افزودن افت و بهره به سیستم دارای تقارن پاریته-زمان، تا زمانی که قسمت موهومی ضریب شکست کمتر از یک میزان مشخص باشد، ویژه مقادیر هامیلتونی (غیرهرمیتی دارای تقارن پاریته-زمان) همچنان حقیقی باقی می‌مانند. اما در مقادیر بزرگ‌تر قسمت موهومی ضریب شکست، ویژه مقادیر سیستم موهومی و انرژی سیستم پایسته نخواهد بود. به این مقدار آستانه که بعد از آن ویژه مقادیر سیستم موهومی می‌شوند، نقطه ی شکست تقارن پاریته-زمان گفته می شود[۳]. بقای انرژی یک مفهوم اساسی در فیزیک است و در فیزیک کوانتومی برای برقراری پایستگی انرژی در یک سیستم، ویژه مقادیر هامیلتونی سیستم بایستی حقیقی باشند. بنابراین با گذر از نقطه شکست تقارن پاریته-زمان، برخی از ویژه حالات تمایل به رشد غیرقابل کنترل پیداکرده و به دلیل ظهور اثرات غیرخطی در انرژی‌های بالا، دینامیک سیستم وارد فاز آشوب می‌شود[۴]. در این پژوهش، نقطه شکست تقارن پاریته-زمان در دو موجبر نوری خمیده دارای افت و بهره با تقارن پاریته-زمان بررسی شده است. فرض بر این است که انحنای موجبرها در طول انتشار به صورت کسینوسی است و در نتیجه ضریب جفت‌شدگی بین آن‌ها نیز به صورت تناوبی تغییر می‌کند. هدف این مقاله، بررسی تاثیر میزان انحنا بر نقطه شکست تقارن پاریته-زمان در سیستم مورد بررسی می‌باشد. این پدیده پیش از این نیز برای موجبرهای با فاصله نزدیک و دوره تناوب کوچک نسبت به طول‌موج، به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است[۵]. اما درحالتی‌که فاصله موجبرها و دوره تناوب مربوط به آن‌ها افزایش یابد، روش دقیق عددی نیازمند زمان محاسباتی بالا است. از این‌رو در این مقاله، از روش جفت-شدگی مدها، که در فواصل بیشتر بین موجبرها برقرار است، برای بررسی نقطه شکست تقارن پاریته-زمان استفاده شده است.

تئوری مسئله

مطابق شکل (۱) سیستم مورد بررسی دو موجبر نوری تک مد هستند که به صورت تناوبی انحنا دارند. یکی از موجبرها دارای افت و دیگری دارای بهره می‌باشد. بر اساس نظریه جفت شدگی مدها، معادله حاکم بر تحول دامنه‌ی میدان الکتریکی E در هر موجبر از روابط زیر به دست می‌آید[۳]:

$$-i\,\frac{dE_1(z)}{dz} = c(z)\,E_2(z) + \beta_1(z)E_1(z) \qquad (۱)$$

$$-i\,\frac{dE_2(z)}{dz} = c(z)\,E_1(z) + \beta_2(z)E_2(z) \qquad (2)$$

که c(z) ضریب جفت شدگی نور بین دو موجبر و $\beta_1(z)$ و $\beta_2(z)$ به ترتیب ثابت انتشار در موجبر اول و دوم می‌باشند و به دلیل انحنای موجبرها از روابط زیر به دست می‌آیند[۶]:

$$\beta_1(z) = \frac{d_0}{2\lambda}\left(-n_s\,\ddot{x}(z)\right) + \beta_{10} \qquad (3)$$

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-18]

$$\beta_2(z) = \frac{-d_0}{2\lambda}\left(-n_s\,\ddot{x}(z)\right) + \beta_{20} \qquad (4)$$

که n_s ضریب شکست موجبرها، λ طول‌موج، d_0 فاصله متوسط بین موجبرها و β_{j0} ثابت انتشار مختلط در موجبر j ام می‌باشند. در این رابطه $x(z) = d_1 cos(\Lambda z)$ نحوه تغییر انحنای موجبر است که در آن $\Lambda = \frac{2\pi}{a}$، و a دوره تناوب انحنای موجبرها در طول انتشار می باشد. در نتیجه با توجه به شکل (۱) و از آن جا که یکی از موجبرها دارای افت و دیگری دارای بهره می‌باشد، خواهیم داشت:

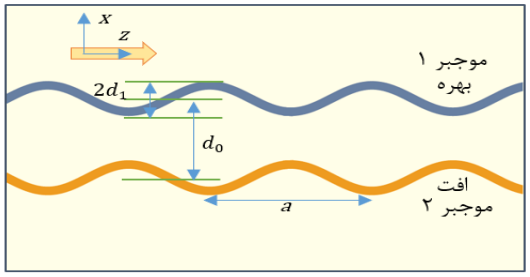
$$\beta_1(z) = \beta_0 + ig - 2\,\beta_1^0\,Cos(\Lambda z) \qquad (5)$$

$$\beta_2(z) = \beta_0 - ig - 2\,\beta_1^0\,Cos(\Lambda z) \qquad (6)$$

در این روابط g نشان‌دهنده‌ی میزان جذب یا بهره، β_0 قسمت حقیقی ثابت انتشار ، و $\beta_1^0 = \frac{\Lambda^2 n_s d_1 d_0 \pi}{2\lambda}$ است. با توجه به تغییر تناوبی فاصله‌ی بین موجبرها، ضریب جفت شدگی بین آن‌ها نیز با z به صورت تناوبی تغییر می‌کند و با این فرض که $d_0 \gg d_1$ باشد، خواهیم داشت[۵]:

$$c(z) = c_0 + 2c_1 Cos(\Lambda z) \qquad (7)$$

در این رابطه c_0 ضریب جفت‌شدگی متوسط بین موجبرها و $2c_1$ دامنه تغییرات مربوط به آن در طول انتشار است. معادلات (۱) و (۲) را می‌توان به صورت ماتریسی $-i\frac{d}{dz}\boldsymbol{E} = \boldsymbol{HE}$ نمایش داد، که در آن بردار حالت سیستم به صورت $\boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}$ و هامیلتونی مربوط به آن به صورت $\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} \beta_1(z) & c(z) \\ c(z) & \beta_2(z) \end{pmatrix}$ می‌باشد.



شکل ۱: دو موجبر نوری دارای افت و بهره که انحنای آن‌ها در طول انتشار به صورت تناوبی تغییر می‌کند.

جدول ۱ – پارامترهای مورد استفاده در محاسبات عددی

$a(mm)$	2.064	$\beta_1^0(mm^{-1})$	0.32	$d_0(\mu m)$	13.6
$\lambda(\mu m)$	0.8	$c_0(mm^{-1})$	0.23	n_s	2

نتایج عددی

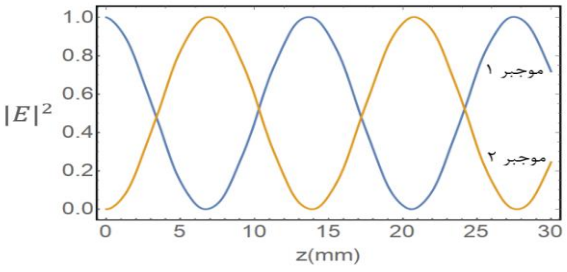
به منظور بررسی نقطه شکست تقارن پاریته-زمان معادلات (۱) و (۲) به صورت عددی به ازای پارامترهای موجود در جدول (۱) حل شده اند. نکته قابل توجه این است که در تقریب جفت‌شدگی مدها برخلاف حل عددی دقیق[۵]، زمان مورد نیاز برای حل عددی معادلات (۱) و (۲) بسیار کم و در کسر کوچکی از ثانیه خواهد بود. در غیاب افت وبهره ($g = 0$) سیستم هرمیتی است. با افزودن افت و بهره به سیستم، در مقادیر کوچک g، سیستم غیر هرمیتی ولی همچنان دارای تقارن پاریته-زمان است و میان افت و بهره توازن وجود دارد. شکل (۲) الگوی انتشار نور در دو موجبر را به ازای $g = 0.01mm^{-1}$ نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، در مقادیر کوچک افت و بهره، انرژی کل در سیستم ثابت می‌ماند و به صورت تناوبی بین دو موجبر جابجا می‌شود. با افزایش میزان افت و بهره و با عبور از نقطه شکست تقارن پاریته-زمان، سیستم در فاز عدم تقارن پاریته-زمان قرار گرفته و ویژه مقادیر مربوط به آن موهومی می‌شوند. با موهومی شدن ویژه مقادیر، توازن میان افت و بهره از بین رفته و انرژی سیستم در طول انتشار به صورت نمایی رشد می کند. شکل (۳) الگوی انتشار نور در دو موجبر را برای مقدار $g = 0.227\,mm^{-1}$ که در آن تقارن پاریته-زمان شکسته شده است، نشان می‌دهد. به منظور بررسی نقطه شکست تقارن پاریته-زمان، از آنجایی که سیستم در طول انتشار تناوبی است باید نماهای فلوکوت سیستم را بدست آورد[۷]. مقدار آستانه مربوط به پارامتر g که قبل از آن ویژه مقادیر حقیقی و بعد از آن ویژه‌مقادیر موهومی می‌شوند، نقطه شکست تقارن پاریته-زمان است. محاسبه عددی نماهای فلوکوت مربوط به این سیستم، توسط نویسندگان در حال انجام است. با این وجود، از روی الگوی انتشار نور در موجبرها نیز می‌توان نقطه شکست تقارن پاریته-زمان را بدست آورد. بدین منظور معیار زیر را برای محاسبه نقطه شکست تقارن پاریته-زمان معرفی می-کنیم:

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

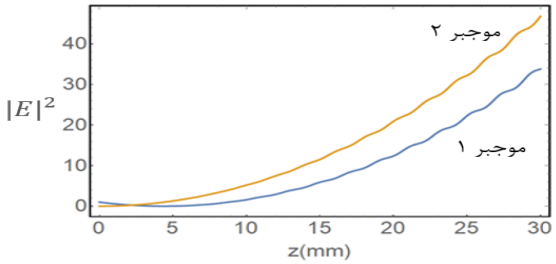
[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-18]

$$I_r = exp\left(-\alpha \left|\frac{I_{avg,2} - I_{avg,1}}{I_{avg,2} + I_{avg,1}}\right|^{\beta}\right) \qquad (8)$$

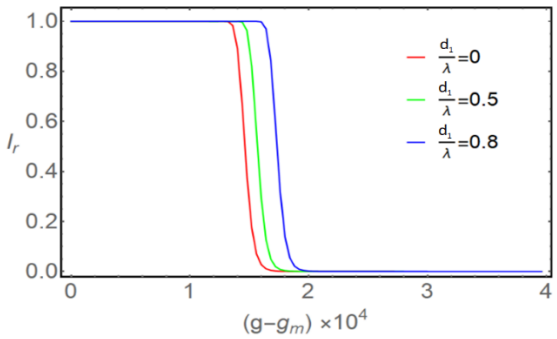
که در آن $I_{avg,1}$ و $I_{avg,2}$ به‌ترتیب میانگین شدت در نیمه اول طول انتشار ($0 \le z \le \frac{z_{max}}{2}$) و میانگین شدت در نیمه دوم طول انتشار ($\frac{z_{max}}{2} \le z \le z_{max}$) و α و β دو ثابت مثبت بزرگتر از یک می‌باشند. در این مقاله $\alpha = \beta = 10$ انتخاب شده است. قبل از نقطه شکست تقارن پاریته-زمان، انرژی منتشر شده در طول سیستم نوسانی و ازاین‌رو $I_{avg,1} \approx I_{avg,2}$ خواهد بود. بنابراین در این حالت I_r خیلی نزدیک یک خواهد بود. از طرف دیگر، در حالت شکست تقارن پاریته-زمان، به دلیل رشد نمایی شدت در طول انتشار $I_{avg,1} \ll I_{avg,2}$ ، و درنتیجه I_r خیلی نزدیک صفر خواهد بود. بنابراین نقطه گذار معیار I_r از یک به صفر ($I_r = 0.5$) را می‌توان نقطه شکست تقارن پاریته-زمان درنظر گرفت. شکل (۴) نحوه تغییرات معیار I_r را برحسب میزان افت و بهره g را به ازای موجبرهای دارای انحنای متفاوت نشان می‌دهد. همان طور که این شکل نشان می‌دهد با افزایش d_1 و درنتیجه انحنای موجبرها، نقطه شکست تقارن پاریته-زمان به ازای ضریب‌های افت و بهره‌ی g بزرگتری رخ می‌دهد.



شکل ۲: نمودار شدت در هریک از موجبرها بر حسب طول انتشار در حالت عدم شکست تقارن پاریته-زمان ($g = 0.01mm^{-1}$)



شکل ۳: نمودار شدت در هریک از موجبرها بر حسب طول انتشار در حالت شکست تقارن پاریته-زمان ($g = 0.227mm^{-1}$)



شکل ۴: نحوه تغییرات معیار I_r بر حسب ضریب افت و بهره g ($g_m = 0.2268\ mm^{-1}$) موجبرها

نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی نقطه شکست تقارن پاریته-زمان در دو موجبر نوری دارای انحنای تناوبی پرداخته شد. نتایج بدست آمده از حل عددی معادلات حاکم بر تحول مکانی دامنه‌ی میدان الکتریکی در هریک از موجبرها، در تقریب جفت شدگی مدها، نشان می‌دهد که افزایش انحنای موجبرها باعث وقوع گذار شکست تقارن پاریته-زمان در مقادیر بزرگ‌تر میزان افت و بهره موجبرها می‌گردد.

مرجع‌ها

[1] "Parity-time Symmetry and Its Applications", Editors: Demetrios Christodoulides and Jianke Yang, Springer, 2018.

[2] A. A. Zyablovsky et al., "PT-symmetry in optics", Physics-Uspekhi **57** (11), 1063 (2014).

[3] C. E. Rüter et al., "Observation of parity–time symmetry in optics", *Nature Physics* **6**, 192 (2010).

[4] Ramy El-Ganainy et al., "Non-Hermitian physics and PT symmetry", *Nature Physics* **14**, 11 (2018).

[5] Yan-Rong Zhan et al., "Parity-time symmetry in periodically curved optical waveguides", Optics Express **26**, 21 (2018).

[6] Stefano Longhi, "Self-imaging and modulational instability in an array of periodically curved waveguides", Optics Letters **30**, 16 (2005).

[7] C. A. Klausmeier, "Floquet theory: a useful tool for understanding nonequilibrium dynamics", Theor Ecol **1**, 153 (2008).

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-18]