بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

اثر همسایه های مرتبه بالا بر نوسانات بلاخ در شبکه ای از موجبرهای نوری

مجتبی گلشنی[۱]، خاطره جعفری[۲]، مهدی خزاعی نژاد[۱]، علیرضا بهرامپور[۱]، عبدالله لنگری[۱] و سید محمد مهدوی[۱و۳]

[۱] دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

[۲] دانشکده علوم، دانشگاه خوارزمی، تهران

[۳] پژوهشکده علوم و فناوری نانو، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

چکیده – این مقاله به بررسی اثر همسایه های مرتبه بالاتر بر نوسانات بلاخ در آرایه ای از موجبرهای نوری می پردازد. محاسبات تحلیلی نشان می دهد که اگرچه حضور همسایه های مرتبه بالاتر اثری بر دوره تناوب فضایی نوسانات بلاخ ندارد، ولی امواج بازتابی ناشی از کوپلاژ مستقیم به همسایه های مرتبه بالاتر، با فرکانسی از مضرب فرکانس نوسانات بلاخ، در طول انتشار نوسان می کنند. این پدیده باعث ایجاد بازگشت های جزئی چندگانه در یک دوره تناوب بلاخ می شود. همچنین، بر اساس نتایج عددی پروفایل ورودی می تواند بر تقارن پروفایل انتشاری تاثیرگذار باشد.

کلید واژه- آرایه موجبرهای نوری، نوسانات بلاخ، همسایه های مرتبه بالاتر

The effect of higher-order coupling on Bloch oscillations in optical waveguide arrays

M. Golshani[1], Kh. Jafari[2], M. Khazaei Nezhad[1], A. R. Bahrampour[1], A. Langari[1] and S. M. Mahdavi[1, 3]

[1] Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran
[2] Faculty of Science, Kharazmi University, Tehran
[3] Institute for Nanoscience and Nanotechnology, Sharif University of Technology, Tehran

Abstract- In this paper the effect of higher order couplings on Bloch oscillations in an optical waveguide array is investigated. The analytical results show that although spatial Bloch oscillation period is not affected by higher order interactions, the reflected waves, which result from the direct coupling to higher order neighbors, oscillate with frequency larger than Bloch frequency. This phenomenon leads to multiple partial recursion of wave to its excited sites along to spatial Bloch period. Moreover, according to our numerical results, the symmetric properties of propagation pattern can be affected by input profile.

Keywords: Optical waveguide array, Bloch oscillations, Higher order coupling

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-08]

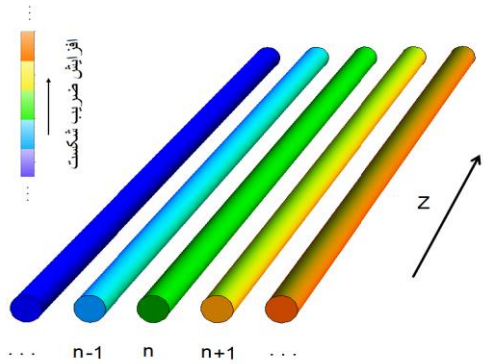
۱- مقدمه

آرایه موجبرهای نوری یک آزمایشگاه ارزان در دسترس، برای بررسی اثرات مختلف ظاهرشونده در سیستم های گسسته گوناگون، حتی غیرنوری، است. یکی از پدیده های جالب در فیزیک حالت جامد، حرکت نوسانی یک ذره باردار در شبکه بلور در حضور میدان الکتریکی ثابت می باشد. این پدیده که اولین بار توسط بلاخ[1] و زینر[2] پیش بینی شد، به نوسانات بلاخ معروف است[۱]. در یک محیط نوری، این پدیده به صورت نوسان دوره ای میدان در راستای انتشار، در شبکه ای از موجبرها با گرادیان ضریب شکست، ظاهر می شود[۲]. دلیل فیزیکی نوسانات فضایی بلاخ در شبکه های نوری، تقابل بین بازتاب داخلی کل و بازتاب براگ می باشد. اگرچه در طول سالیان متمادی، این پدیده از جنبه های گوناگون و در بسیاری از سیستم های فیزیکی مطالعه شده است[۴-۳]، اما بررسی اثر جفت شدگی (دالان زنی[3]) به همسایه های مرتبه بالاتر روی نوسانات بلاخ کمتر مورد توجه قرار گرفته است. در مرجع [۵]، نوسانات بلاخ در ارایه زیگزاگ از موجبرها، با حضور همسایه دوم، از دید ساختار نواری مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله، ما با محاسبه تحلیلی عملگر تحول مکانی میدان الکتریکی، به بررسی اثر همسایه های مرتبه بالاتر (دوم، سوم و ...) روی نوسانات بلاخ در شبکه ای از موجبرها، با گرادیان عرضی ثابت در ضریب شکست، خواهیم پرداخت.

۲- محاسبات نظری و نتایج عددی

سیستم مورد بررسی عبارت است از آرایه ای از موجبرهای نوری دارای گرادیان ثابت ضریب شکست، که در فاصله یکسان از یکدیگر قرار گرفته اند (شکل ۱). در تقریب جفت شدگی مدها، معادله حاکم بر انتشار دامنه میدان الکتریکی در موجبر n ام، با حضور همسایه های مرتبه بالاتر تا مرتبه m ام، به صورت زیر است[۶]:

$$-i\frac{dE_n}{dz}=\alpha n E_n+\sum_{k=1}^{m}c_k\left(E_{n+k}+E_{n-k}\right) \qquad (۱)$$



شکل ۱: آرایه ای یک بعدی از موجبرهای نوری هم فاصله دارای گرادیان ثابت ضریب شکست

در این رابطه α گرادیان تغییرات عرضی ثابت انتشار موجبرها و c_k ثابت کوپلاژ موجبرها با همسایه k ام است. معادله فوق شبیه معادله شرودینگر گسسته است که در آن z نقش زمان را بازی می کند. از آنجایی که با داشتن عملگر تحول مکانی، که میدان در مکان z را به میدان فرودی ربط می دهد، می توان نحوه انتشار نور در سیستم را مورد بررسی قرار داد، در ادامه به محاسبه تحلیلی این عملگر خواهیم پرداخت. با استفاده از تغییر متغیر $E_n(z)=\psi_n(z)e^{i\alpha nz}$ معادله (۱) به صورت زیر در می آید:

$$-i\frac{d\psi_n}{dz}=\sum_{k=1}^{m}c_k\left(e^{ik\alpha z}\psi_{n+k}+e^{-ik\alpha z}\psi_{n-k}\right) \qquad (۲)$$

توجه به این نکته لازم است که این تغییر متغیر اندازه را حفظ میکند، یعنی $|E_n(z)|=|\psi_n(z)|$، و بنابراین $|\psi_n(z)|^2$ شدت میدان الکتریکی در موجبر n ام است.

با تعریف

$$|\psi\rangle=\sum_n\psi_n|n\rangle$$
$$\hat{H}(z)=\sum_n\sum_{k=1}^{m}c_k\left(e^{ik\alpha z}|n\rangle\langle n+k|+e^{-ik\alpha z}|n\rangle\langle n-k|\right) \qquad (۳)$$

که در آن $|n\rangle$ نشان دهنده مد اپتیکی موجبر n ام است و $\langle n|m\rangle=\delta_{n,m}$، به راحتی می توان نشان داد که معادله عملگری

$$-i\frac{d|\psi\rangle}{dz}=\hat{H}(z)|\psi\rangle \qquad (۴)$$

[1] Bloch
[2] Zener
[3] Tunneling

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-08]

هم ارز معادله (۲) است. معادله فوق مشابه معادله شرودینگر با هامیلتونی وابسته به زمان است. با استفاده از رابطه (۳) می توان نشان داد که هامیلتونی $\hat{H}(z)$ در مکان های مختلف با یکدیگر جابجا می شوند:

$$\left[\hat{H}(z),\hat{H}(z')\right]=0$$

بنابراین پاسخ معادله (۴) به صورت زیر خواهد بود[۷]:

$$\left|\psi(z)\right\rangle=\hat{\mathrm{U}}(z)\left|\psi(z=0)\right\rangle \qquad (۵)$$

که در آن

$$\hat{\mathrm{U}}(z)=\exp\left(i\hat{M}(z)\right) \qquad (۶)$$

عملگر تحول مکانی با $\hat{M}(z)=\int_0^z dz'\hat{H}(z')$ است. با انتگرال گیری از هامیلتونی $\hat{H}(z)$ معادله (۳)، عملگر $\hat{M}(z)$ به صورت

$$\hat{M}(z)=\sum_n\sum_{k=1}^{m}\frac{2c_k}{k\alpha}\sin\left(\frac{k\alpha z}{2}\right)\times \left\{e^{\frac{ik\alpha z}{2}}\left|n\right\rangle\left\langle n+k\right|+e^{-\frac{ik\alpha z}{2}}\left|n\right\rangle\left\langle n-k\right|\right\} \qquad (۷)$$

بدست می آید. رابطه فوق نشان می دهد که عملگر $\hat{M}(z)$ و درنتیجه، طبق رابطه (۶)، عملگر تحول مکانی $\hat{\mathrm{U}}(z)$ تناوبی با دوره تناوب $2\pi/\alpha$ است. بنابراین طبق رابطه (۵)،

$$\left|\psi(z+2\pi/\alpha)\right\rangle=\left|\psi(z)\right\rangle$$

و نیمرخ[4] انتشار نور در راستای z نوسانی با دوره تناوب طولی $2\pi/\alpha$ است. این نتیجه نشان می دهد که حضور همسایه های مرتبه بالاتر تغییری در دوره تناوب کلی نوسانات بلاخ ایجاد نمی کند. اما همان طور که رابطه (۷) نشان می دهد، امواج بازتابی ناشی از کوپلاژ مستقیم به همسایه مرتبه بالاتر k دارای رفتار نوسانی با دوره تناوب کوچکتر $\frac{2\pi}{k\alpha}$ است. این پدیده جالب، در صورتی که ضریب کوپلاژ همسایه مرتبه بالاتر قابل توجه باشد، باعث تغییر نیمرخ انتشار نور و بازگشت جزئی چندگانه نور در یک دوره تناوب نوسانات بلاخ می شود.

به منظور درک بهتر این مطلب، نیمرخ انتشار نور در دو دوره تناوب فضایی نوسانات بلاخ، با شرط اولیه تحریک یک موجبر،

$$\left|\psi(z=0)\right\rangle=\left|0\right\rangle$$

به ازای قدرت های مختلف ضرائب کوپلاژ همسایه های مرتبه بالاتر در شکل ۲ رسم شده است. با توجه به این شکل واضح است که در حضور همسایه مرتبه k توزیع شدت در یک دوره تناوب بلاخ k بازگشت جزئی خواهد داشت. علاوه براین، اگرچه به علت وجود گرادیان ضریب شکست، سیستم در راستای عرضی تقارن ندارد، ولی نیمرخ انتشاری نسبت به موجبر تحریک شده متقارن است. اگر در صفحه ورودی z=0 ، به جای یک موجبر، چند موجبر تحریک شوند، این تقارن شکسته خواهد شد.

شکل ۳ پروفایل انتشار انرژی در آرایه ای از موجبرها با ورودی گاوسی

$$\left|\psi(z=0)\right\rangle=\sum_n e^{-n^2/w^2}\left|n\right\rangle$$

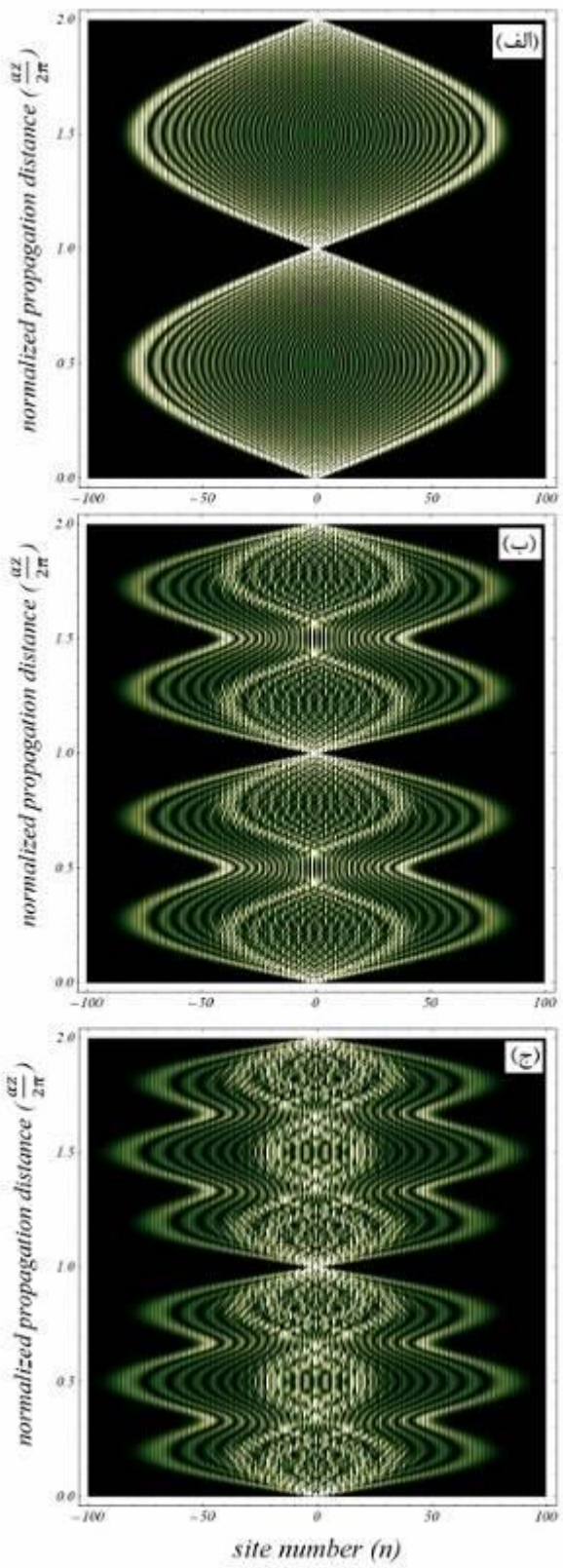
با پهنای w=10 و ضرائب کوپلاژ مشابه قسمت (ج) شکل ۲ را نشان می دهد. با توجه به این نمودار واضح است که، در حالت ورودی گاوسی، پروفایل انتشاری مجددا در طول یک دوره تناوب فضایی بلاخ سه بازگشت جزئی را تجربه می کند، ولی در این حالت توزیع شدت نسبت به مرکز بسته موج گاوسی فرودی متقارن نیست. در این حالت با تبدیل α به −α می توان نیمرخ منعکس شده نسبت به خط n=0 را بدست آورد.

۳- نتیجه‌گیری

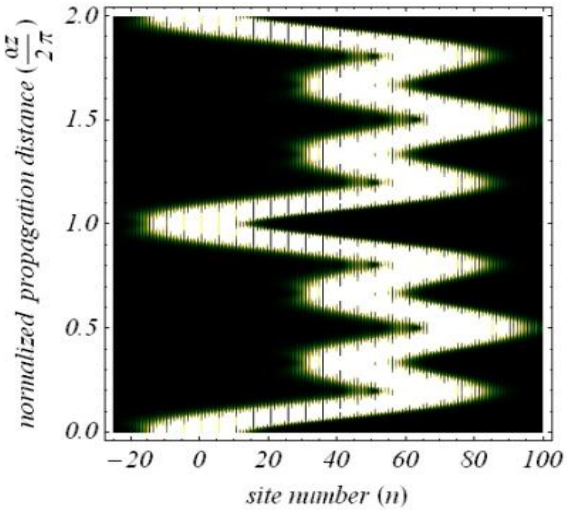
در این مقاله با محاسبه عملگر تحول مکانی میدان الکتریکی در آرایه ای از موجبرهای نوری، به بررسی

[4] Profile

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-08]



شکل ۲: نوسانات بلاخ در آرایه موجبرهای نوری، با شرط اولیه تحریک یک موجبر، برای (الف) $c_1 \neq 0, c_{k\geq 2} = 0$ (ب) $c_2 = 1.5c_1 \neq 0, c_{k\geq 3} = 0$ و (ج) $c_3 = 2c_2 = c_1 \neq 0, c_{k\geq 4} = 0$.



شکل ۳: نوسانات بلاخ در آرایه موجبرهای نوری، با ورودی گاوسی و $c_3 = 2c_2 = c_1 \neq 0, c_{k\geq 4} = 0$.

نوسانات بلاخ درحضور جفت شدگی به همسایه های مرتبه بالاتر پرداخته شد. نتایج بدست آمده نشان می دهد که دوره تناوب فضایی کلی نوسانات بلاخ تحت تاثیر حضور همسایه های دیگر تغییری نمی کند. با این وجود، امواج بازتابی ناشی از کوپلاژ مستقیم به همسایه k ام، با فرکانسی k برابر فرکانس نوسانات بلاخ، در طول انتشار نوسان می کنند. این پدیده منجر به ایجاد k بازگشت جزئی در یک دوره تناوب نیمرخ انتشاری می گردد. علاوه براین نتایج نشان می دهد که اگر در صفحه فرودی یک موجبر تحریک شود، نیمرخ انتشاری متقارن خواهد بود درحالیکه برای ورودی گاوسی این تقارن شکسته می شود.

مراجع

[1] F. Bloch, *Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern*, **Z. Phys**. 52, 555 (1928).

[2] U. Peschel, T. Pertsch, and F. Lederer, *Optical Bloch oscillations in waveguide arrays*, **Opt. Lett.** 23 (21), 1701 (1998).

[3] I. L. Garanovich, S. Longhi, A. A. Sukhorukov, and Y. S. Kivshar, Light propagation and localization in modulated photonic lattices and waveguides, **Physics Reports**, 518, 1 (2012).

[4] S. Longhi, quantum-optical analogies using photonic structures**, Laser and Photon. Rev.** 3(3), 243 (2009).

[5] G. Wang, J. P. Huang, and K. W. Yu, Nontrivial Bloch oscillations in waveguide arrays with second-order coupling, **Opt. Lett.** 35 (11), 1908 (2010).

[6] A. Szameit, T. Pertsch, S. Nolte, and A. Tünnermann, Long-range interaction in waveguide lattices, **Phys. Rev. A** 77, 043804 (2008).

[7] J. J. Sakurai, J. J. Napolitano, *Modern Quantum Mechanics* (Addison-Wesley; 2nd Edition, July 2010).

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-08]