بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه خوارزمی،
تهران، ایران.
۱۵-۱۶ بهمن ۱۳۹۸

مقابله با واهمدوسی از طریق مدولاسیون بسامد گذار در مدل تاویز-کامینگز در حضور برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی و گذارهای چندفوتونی

فرزانه، زارع، بهنام، بهادری‌فر، زکیه، مروج و محمدکاظم، توسلی

گروه اپتیک و لیزر، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

farzane.zare1995@gmail.com, bahadory@yazd.ac.ir, Z.moravej1371@gmail.com, mktavassoly@yazd.ac.ir

در این مقاله با تکیه بر مدل تاویز-کامینگز، برهم‌کنش دو اتم دوترازی با یک ذخیره‌ساز (منبع اتلافی) را با استفاده از مدولاسیون بسامدگذاردو اتم دوترازی در حضور برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی و گذارهای چندفوتونی، برای حفظ همدوسی اتمی مورد بررسی قرار می‌دهیم. بدین منظور، پس از معرفی سامانه و هامیلتونی متناظر آن، با استفاده از معادله وابسته به زمان شرودینگر، دامنه‌های احتمال کت حالت سامانه را به دست می‌آوریم و بر اساس آن نمودارهای میزان همدوسی بر حسب زمان را با در نظر گرفتن پارامترهای مختلف رسم می‌کنیم. نشان می‌دهیم که برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی درحضور مدولاسیون بسامد گذار در محدوده خاصی از زمان باعث افت همدوسی می‌شود و سپس با زیادشدن ثابت جفت‌شدگی دوقطبی-دوقطبی، مجدداً افزایش می‌یابد. هم‌چنین، واهمدوسی برای گذارهای تک و دوفوتونی نسبت به چهارفوتونی در زمان طولانی‌تری اتفاق می‌افتد.

کلید واژه- حفظ همدوسی، گذارهای چندفوتونی، مدولاسیون بسامد، مدل تاویز-کامینگز.

Coping with Decoherence in the Tavis-Cummings Model via Transition Frequency Modulation in the Presence of Dipole-Dipole Interaction and Multi-Photon Transitions

Farzaneh, Zare, Behnam, Bahadoryfar, Zakeyeh, Moravej**, and Mohammad Kazem, Tavassoly**

Optics and Laser Group, Faculty of Physics, Yazd University

In this paper, we investigate the interaction between two two-level atoms with a reservoir (dissipation source) via two qubits in the presence of dipole-dipole interaction and multi-photon transitions by using the Tavis- transition frequency modulation Cummings model. After introducing the model and the proper Hamiltonian, and using the time-dependent Schrödinger equation, we obtain the probability amplitudes of the state vector, by which we analyze the coherence effects via considering in the presence of frequency modulation in a certain range of different parameters. We show that, dipole-dipole interaction dipole-dipole interaction strength, reduces the amount of coherence and then by increasing the dipole-dipole interaction, the coherence property increases. Also for single-and two-photon transitions, comparing with four-photon case, decoherence can be observabel in longer times.

Keywords: Coherence Protection, Frequency Modulation, Multi-Photon Transition, Tavis-Cummings model.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-18]

مقدمه: همدوسی یکی از ویژگی‌های غیرکلاسیکی برخی از سامانه‌های کوانتومی است که مکانیک کوانتومی را از فیزیک کلاسیکی متمایز می‌کند [1]. این ویژگی کوانتومی، نقش مهمی در محاسبات کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی و به طور کلی در فناوری‌های نوین کوانتومی به ویژه اطلاعات کوانتومی ایفا می‌کند [2]. از این‌رو یکی از الزامات اصلی برای فناوری‌های پیشرفته حفظ منابع کوانتومی از جمله همدوسی و درهم‌تنیدگی است. با توجه به این‌که در این‌جا به‌جای یک اتم دوترازی دو اتم دوترازی را در نظر گرفته‌ایم در این مقاله می‌خواهیم با بررسی اثر برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی و علاوه بر آن گذارهای چندفوتونی و نیز مدولاسیون بسامد گذار اتمی، همدوسی را حفظ کنیم [3]. لازم به ذکر است که در مرجع [4] مدلی شبیه به این مقاله، منتها با یک اتم (مدل استاندارد جینز-کامینگز) و بدون برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی بررسی شده است. لذا در مقاله حاضر با تعمیم مدل جینز-کامینگز به مدل تاویز-کامینگز (سامانه‌های چنداتمی) و لحاظ‌کردن برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی بررسی‌های خود را مجدداً در حضور گذارهای چندفوتونی، انجام داده‌ایم.

مدل و روابط پایه: سامانه مورد مطالعه، متشکل از دو اتم دوترازی است که بسامد گذار هر یک از اتم‌ها ω_0 است و به‌وسیله میدان محرک خارجی مدوله شده است. هامیلتونی این سامانه به صورت زیر است:

$$\hat{H} = \hat{H}_q + \hat{H}_r + \hat{H}_{in}, \qquad (1)$$

در اینجا $\hat{H}_q$ هامیلتونی مدوله شده کیوبیت‌ها است که به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\hat{H}_q = \frac{1}{2}[\omega_0 + \delta\cos(\Omega t)](\hat{\sigma}_z^A + \hat{\sigma}_z^B), \qquad (2)$$

که در آن δ و Ω به ترتیب دامنه و بسامد مدولاسیون هستند و $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ عملگر وارونی جمعیت است. $\hat{H}_r$ نیز هامیلتونی ذخیره‌ساز است که به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\hat{H}_r = \sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k, \qquad (3)$$

هامیلتونی برهم‌کنش بین سامانه دو اتم دوترازی و کاواک و هم‌چنین برهم‌کنش دو اتم با هم (برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی) که با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\hat{H}_{in} = \sum_k g_k^* a_k^{\dagger m}(\hat{\sigma}_-^A + \hat{\sigma}_-^B) + g_k \hat{a}_k^m(\hat{\sigma}_+^A + \hat{\sigma}_+^B) + G(\hat{\sigma}_+^A\hat{\sigma}_-^B + \hat{\sigma}_+^B\sigma_-^A), \qquad (4)$$

در رابطه بالا G ثابت جفت‌شدگی دوقطبی-دوقطبی اتمی، g ثابت جفت‌شدگی اتم-ذخیره‌ساز و توان m نشانگر گذارهای فوتونی است که به ازای $m=1,2,4$ به ترتیب بیانگر گذارهای تک، دو و چهارفوتونی است. هم‌چنین، در اینجا $\hat{\sigma}_\pm^A$ و $\hat{\sigma}_\pm^B$ عملگرهای بالابرنده و پایین‌آورنده برای اتم‌های A و B هستند. حال عملگر یکانی

$$\hat{U} = \exp\left[-i\left\{\sum_k \omega_k t\hat{a}_k^\dagger\hat{a}_k + \frac{1}{2}(\omega_0 t + \frac{\delta}{\Omega}\sin\Omega t)(\hat{\sigma}_z^A + \hat{\sigma}_z^B)\right\}\right], \qquad (5)$$

را در نظر می‌گیریم و به کمک آن هامیلتونی مؤثر را از رابطه $\hat{H}_{eff} = \hat{U}^\dagger\hat{H}\hat{U} + i\left(\frac{\partial\hat{U}^\dagger}{\partial t}\right)\hat{U}$ به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\hat{H}_{eff} = \sum_k g_k\hat{a}_k^m(\hat{\sigma}_+^A + \sigma_+^B)e^{i(\omega_0 - m\omega_k)t}e^{i\frac{\delta}{\Omega}\sin\Omega t} + \sum_k g_k^*\hat{a}_k^{\dagger m}(\hat{\sigma}_-^A + \hat{\sigma}_-^B)e^{-i(\omega_0 - m\omega_k)t}e^{-i\frac{\delta}{\Omega}\sin\Omega t} + G(\hat{\sigma}_+^A\hat{\sigma}_-^B + \hat{\sigma}_-^A\hat{\sigma}_+^B). \qquad (6)$$

هم‌چنین، سری فوریه-بسل زیر را داریم [5]:

$$e^{i\frac{\delta}{\Omega}\sin\Omega t} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\frac{\delta}{\Omega})e^{in\Omega t}. \qquad (7)$$

که در آن $J_n\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)$ چندجمله‌ای‌های بسل نوع اول است. رابطه بالا را در (6) قرار می‌دهیم. در اینجا $\hat{H}_{eff}$ را به ازای $n = 0,1,2,3$ به دست می‌آوریم و با استفاده از معادله وابسته به زمان شرودینگر دامنه‌های احتمال را به دست می‌آوریم. قبل از آن، حالت‌های اولیه سامانه را به صورت زیر فرض می‌کنیم:

$$|\psi(0)\rangle = \left[C_1(0)|1\rangle_A|0\rangle_B + C_2(0)|0\rangle_A|1\rangle_B\right]\otimes|0_k\rangle_r, \qquad (8)$$

بنابراین، حالت کوانتومی سامانه در زمان‌های بعد به صورت زیر بیان می‌شود:

$$|\psi(t)\rangle = \left[C_1(t)|1\rangle_A|0\rangle_B + C_2(t)|0\rangle_A|1\rangle_B\right]\otimes|0_k\rangle_r + \sum_k C_k(t)|0\rangle_A|0\rangle_B|m_k\rangle_r. \qquad (9)$$

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-18]

اکنون با استفاده از معادله شرودینگر وابسته به زمان، معادلات حاکم بر دامنه‌های احتمال به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{C}_1(t) = -m!\int_0^t dt' f(t-t')\left[C_1(t)+C_2(t)\right] - iGC_2(t), \qquad (۱۰)$$

$$\dot{C}_2(t) = -m!\int_0^t dt' f(t-t')\left[C_1(t)+C_2(t)\right] - iGC_1(t), \qquad (۱۱)$$

که در آن‌ها $f(t-t')$ به صورت زیرتعریف شده است:

$$f(t-t') = \sum_{n=0}^{3}\left(J_n\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\right)^2 \int_0^t d\omega_k J(\omega_k) e^{i(\omega_0 - m\omega_k + n\Omega)(t-t')} \qquad (۱۲)$$

در رابطه بالا $J(\omega_k)$ چگالی طیفی مدهای ذخیره‌ساز است. با انتخاب چگالی طیفی لورنتسی، جواب انتگرال را به دست می‌آوریم، که برای گذارهای چندفوتونی به صورت زیر است:

$$J(\omega_k) = \frac{1}{2\pi}\frac{\gamma_0\lambda^2}{(\omega_0 - m\omega_k)^2 + \lambda^2}, \qquad (۱۳)$$

که در آن γ_0 نرخ فروافت در رژیم مارکوفی و λ پهنای توزیع لورنتسی است [6]. با قرار دادن رابطه (۱۳) در (۱۲)، $f(t-t')$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f(t-t') = \sum_{n=0}^{3}\left(J_n\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\right)^2 \frac{\gamma_0\lambda}{2}\exp\left[-(\lambda + in\Omega)(t-t')\right]. \qquad (۱۴)$$

اکنون با جایگذاری (۱۴) در رابطه‌های (۱۰) و (۱۱) معادلات زیر برای دامنه‌های احتمال حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned}
\dot{C}_1(t) &= -iGC_2(t) - \frac{im!\sum_{n=0}^{3}\left(J_n\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\right)\gamma_0\lambda}{2}b(t),\\
\dot{C}_2(t) &= -iGC_1(t) - \frac{im!\sum_{n=0}^{3}\left(J_n\left(\frac{\delta}{\Omega}\right)\right)^2\gamma_0\lambda}{2}b(t),\\
\dot{b}(t) &= -(\lambda + in\Omega)b(t) - i\left[C_1(t)+C_2(t)\right].
\end{aligned} \qquad (۱۵)$$

که درآن $b(t)$ به صورت زیر است:

$$b(t) = -i\int_0^t dt' e^{-(\lambda+in\Omega)(t-t')}\left[C_1(t)+C_2(t)\right], \qquad (۱۶)$$

حال به روش لاپلاس، و سپس با گرفتن معکوس آن، دامنه‌های احتمال $C_1(t)$ و $C_2(t)$ را به دست می‌آوریم. با به دست آوردن دامنه‌های احتمال می‌توانیم همدوسی را محاسبه کنیم. رابطه همدوسی به صورت زیر است:

$$\zeta(t) = \sum_{i\neq j}\left|\rho_{ij}\right|, \qquad (۱۷)$$

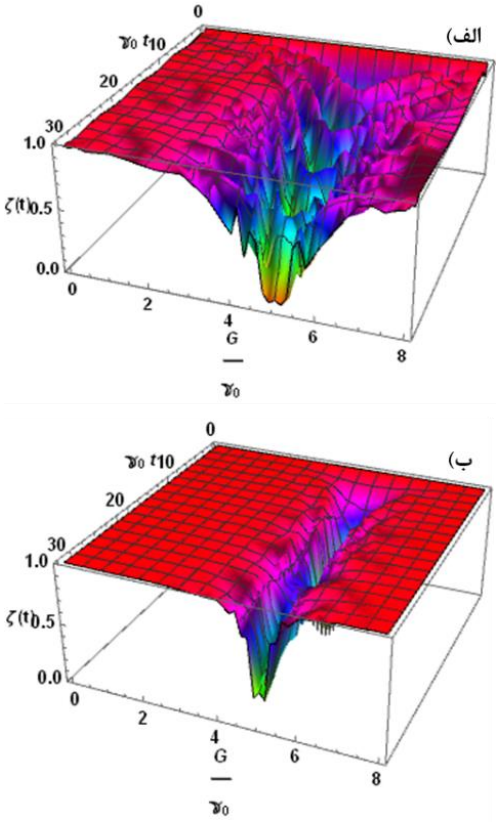
در اینجا ρ_{ij} عناصر غیرقطری ماتریس کاهش‌یافته زیر هستند:

$$\rho_q(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |C_1(t)|^2 & C_1(t)C_2^*(t) & 0 \\ 0 & C_1^*(t)C_2(t) & |C_2(t)|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-|C_1(t)|^2-|C_2(t)|^2 \end{pmatrix}, \qquad (۱۸)$$

ماتریس بالا مربوط به دو اتم دوترازی است و در پایه‌های $\{|1\rangle_A|1\rangle_B, |1\rangle_A|0\rangle_B, |0\rangle_A|1\rangle_B, |0\rangle_A|0\rangle_B\}$ نوشته شده است. با توجه به این که $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$ و $C_1(0) = C_2(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ رابطه (۱۷) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\zeta(t) = 2\left|C_1^*(t)C_2(t)\right|. \qquad (۱۹)$$

ارزیابی همدوسی اتمی در حضور برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی و گذارهای چندفوتونی



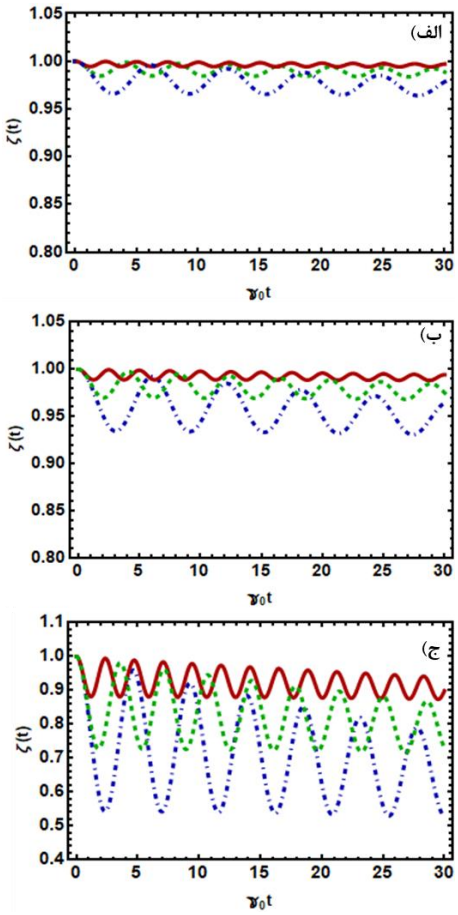
شکل ۱: همدوسی برحسب مقادیر نسبی جفت‌شدگی دوقطبی-دوقطبی و زمان مقیاس‌شده به ازای پارامترهای $\lambda = 0.01\gamma_0$، $\Omega = 5\gamma_0$ و $\delta = 3.6\gamma_0$ الف) گذار دوفوتونی و ب) گذار چهارفوتونی.

هر دو نمودار سه‌بعدی شکل ۱ به ازای مقادیر $\lambda = 0.01\gamma_0$، $\Omega = 5\gamma_0$ و $\delta = 3.6\gamma_0$ در حضور گذارهای الف) دو و ب)

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-18]

چهارفوتونی رسم شده است. تأثیر قابل ملاحظهٔ G در مقادیر میانی آن است. در واقع در Gهای به اندازه کافی کوچک و بزرگ، واهمدوسی دچار نوساناتی کوچک ولی نزدیک به واحد است. به وضوح در هر دو شکل دیده می‌شود که برای محدوده خاصی از مقادیر برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی، افت همدوسی اتفاق می‌افتد، اما با زیادشدن G، مجدداً مقدار همدوسی افزایش می‌یابد (برای توضیح فیزیکی این رفتار به مرجع [7] مرجعه شود).



شکل ۲: همدوسی بر حسب زمان مقیاس‌شده به ازای پارامترهای $\lambda = 0.01\gamma_0$، $\Omega = 5\gamma_0$، $\delta = 3.6\gamma_0$، $G = 4\gamma_0$ (نقطه‌خط آبی)، $G = 2.5\gamma_0$ (خط‌پیوسته قرمز) و $G = 6.5\gamma_0$ (خط‌چین سبز) که در حضور الف) گذار تک‌فوتونی، ب) دوفوتونی و ج) چهارفوتونی رسم شده است.

در شکل ۲ نمودار همدوسی به ازای مقادیر ثابت $\lambda = 0.01\gamma_0$، $\Omega = 5\gamma_0$، $\delta = 3.6\gamma_0$ ولی Gهای متفاوت رسم شده است. منحنی‌های متناظر با $G = 4\gamma_0$، $G = 2.5\gamma_0$ و $G = 6.5\gamma_0$ برای گذارهای تک‌فوتونی، دوفوتونی و چهارفوتونی در نظر گرفته شده است. از نمودارهای الف)، ب) و ج) پیداست که افزایش ثابت برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی در محدوده خاصی باعث افت همدوسی می‌شود.

نتیجه‌گیری: در این مقاله با در نظر گرفتن دو اتم دوترازی، تأثیر برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی و گذارهای چندفوتونی در حضور مدولاسیون بسامد گذار، بر همدوسی اتمی دو اتم مورد بررسی قرار گرفته است. برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی در محدوده خاصی با ثابت نگه داشتن دامنه و بسامد مدولاسیون در رژیم غیرمارکوفی باعث افت همدوسی می‌شود و نهایتاً با زیادشدن ثابت برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی اتمی افزایش می‌یابد. همدوسی در حضور گذارهای چهارفوتونی نسبت به گذارهای تک و دوفوتونی سریع‌تر افت پیدا می‌کند. درنتیجه گذارهای تک و دوفوتونی نسبت به گذارهای چهارفوتونی در مقابل واهمدوسی مقاوم‌تر هستند.

مرجع‌ها

[1] Y. Yao, X. Xia, L. Ge, and C. P. Sun, "Quantum coherence in multipartite systems", *Phys. Rev. A.* **92**, No. 2 (2015) 022112.

[2] H. R. Baghshahi, M. K. Tavassoly, and A. Bahjat, "Entropy squeezing and atomic inversion in the k-photon Jaynes-Cummings model in the presence of Stark shift and a Kerr medium: A full nonlinear approach", *Chinese. Phys. B* **23**, No. 7 (2014)074203.

[3] F. Le. Kien, M. Kozierowski, and T. Quang, "Fourth-order squeezing in the multiphoton Jaynes-Cummings mode", *Phys. Rev. A* **38**, No.1(1998)263.

[۴] فرزانه زارع، محمدکاظم توسلی، بهنام بهادری‌فر، حفظ همدوسی از طریق مدولاسیون بسامد گذار یک سامانه دوترازی در حضور گذارهای چندفوتونی، بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران، دانشگاه شیراز، ۹ تا ۱۱ بهمن، دانشگاه شیراز.

[5] Li. Jian, et al," Motional averaging in a superconducting qubit", *Nature Communications*, No. **4** (2013) 1420.

[6] S. Golkar, M. K. Tavassoly," Coping with attenuation of quantum correlations *",Eur. Phys. J* D **72**, No. 10 (2018) 184.

[7] Li**.** Yang, Zh. Jiang, and G. Hong, "Effect of the dipole-dipole interaction for two atoms with different couplings in a non-Markovian environment", *Phys. Rev. A* **79**, 012309 (2009).

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-18]