بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه خوارزمی،
تهران، ایران.
۱۶-۱۵ بهمن ۱۳۹۸

حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی و میزان درهم‌تنیدگی آنها

امیر، کریمی[۱] ؛ مرتضی، طاهرخانی[۲]

[۱] گروه فیزیک، واحد آباده، دانشگاه آزاد اسلامی، فارس، ایران
[۲] پژوهشکده نیمه‌هادی‌ها، پژوهشگاه مواد و انرژی، کرج، البرز، ایران

amirkarimi.phy@gmail.com and mtaherkhani60@yahoo.com

چکیده - در دو دهه اخیر، حالت‌های کوانتومی درهم‌تنیده بسیاری معرفی و مورد مطالعه قرار گرفته‌اند که در این میان می‌توان به حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده دومدی اشاره کرد. در این مقاله، با استفاده از این حالت‌ها به معرفی ردهٔ جدیدی از حالت‌های درهم‌تنیده به نام "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی" می‌پردازیم. سپس، با مطالعه کمیت تلاقی میزان درهم‌تنیدگی این حالت‌ها را به ازای مقادیر برانگیختگی فوتونی متفاوت و برای پارامترهای چلاندگی مختلف مورد بررسی قرار می‌دهیم و در نهایت نتایج حاصل را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

کلید واژه- حالت‌های همدوس چلانده، درهم‌تنیدگی، ضریب تلاقی، فوتون‌افزوده

Two-Mode Photon-Added Entangled Squeezed Coherent States and Their Entanglement

Amir, Karimi[1] ; Taherkhani, Morteza[2]

[1] Physics Groups, Abadeh Branch, Islamic Azad University, Fars
[2] Department of Semiconductors, Institute of Materials and Energy, Karaj, Alborz, Iran

Abstract- In recent two decades, many entangled quantum states have been introduced and studied among which can be mentioned the two-mode entangled squeezed coherent states. In this paper, by using these states we introduce a new type of entangled states named "two-mode photon-added entangled squeezed coherent states". Next, we consider the entanglement value of these states by studying concurrence for different values of photon-additions and squeezing parameters. Finally we compare the obtained results.
Keywords: Squeezed Coherent States, Entanglement, Concurrence, Photon-Added

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-06]

مقدمه

مفهوم درهم‌تنیدگی برای نخستین بار در سال ۱۹۳۵ توسط شرودینگر مطرح شد [۱]. این ویژگی که به خاصیت تفکیک‌ناپذیری تابع حالت یک سامانه بر حسب حاصل ضرب توابع حالت زیرسامانه‌های آن حالت باز می‌گردد، امروزه به واسطه کاربردهای نظری و تجربی فراوانش، به یکی از مهم‌ترین مباحث مکانیک کوانتومی تبدیل شده است. به عنوان برخی از کاربردهای حالت‌های کوانتومی درهم‌تنیده می‌توان به رمزنگاری [۲]، انتقال اطلاعات[۳] و محاسبات کوانتومی [۴] در پردازش اطلاعات کوانتومی اشاره کرد. بر همین اساس، در دو دهه اخیر حالت‌های کوانتومی درهم‌تنیده متنوع بسیاری معرفی، مطالعه و تولید شده‌اند که به عنوان نمونه می‌توان حالت‌های همدوس غیرخطی درهم‌تنیده [۵] و همچنین حالت‌های چلانده درهم‌تنیده [۶] را نام برد. اخیراً نوع جدیدی از این حالت‌ها با نام "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده دومدی" توسط نویسنده مقاله معرفی و با ارائه یک طرح‌واره نظری مبتنی بر برهم‌کنش یک اتم سه ترازی نوع Λ با یک میدان کوانتیده دومدی در حضور دو میدان کلاسیکی قوی تولید شدند [۷].

در این مقاله، نوع جدیدی از حالت‌های کوانتومی درهم‌تنیده به نام "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی" را معرفی می‌کنیم و پس از آن میزان درهم‌تنیدگی این حالت‌ها را با محاسبه کمیت تلاقی مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده

در ابتدا شکل خاصی از "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده" را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned}\left|\psi(\xi,\alpha;\eta,\alpha)\right\rangle &= M\left(\xi,\alpha;\eta,\alpha\right)\\ &\times\left[\left|\xi,\alpha\right\rangle_a\otimes\left|\eta,\alpha\right\rangle_b+\left|\eta,\alpha\right\rangle_a\otimes\left|\xi,\alpha\right\rangle_b\right]\end{aligned} \qquad (۱)$$

که در آنها $M(\xi,\alpha;\eta,\alpha)$ ضریب بهنجارش و زیرنویس‌های a و b به ترتیب نشان‌دهنده مدهای اول و دوم میدان هستند.

در این روابط، حالت‌های $|\xi,\alpha\rangle$ و $|\eta,\alpha\rangle$ حالت‌های همدوس چلانده‌ای هستند که به عنوان ویژه‌حالت‌های عملگر $A_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}(x+i\lambda p)$ برای $\lambda = \xi,\eta$ به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$A_\lambda\left|\lambda,\alpha\right\rangle=\alpha\left|\lambda,\alpha\right\rangle,\qquad \alpha\in\square \qquad (۲)$$

که در آن x و p به ترتیب عملگرهای مکان و تکانه هستند. حالت‌های همدوس چلانده را می‌توان به شکل برهم‌نهی ویژه‌حالت‌های انرژی هامیلتونی یک نوسانگر هارمونیکی $|j\rangle$ $(j=0,1,2,\ldots)$ به شکل زیر نوشت:

$$\left|\lambda,\alpha\right\rangle=K\left(\lambda,\alpha\right)\sum_{j=0}^{\infty}G_j\left(\lambda,\alpha\right)\left|j\right\rangle,\qquad \lambda=\xi,\eta \qquad (۳)$$

که در آن ضرایب $G_j(\lambda,\alpha)$ از رابطه:

$$G_j\left(\lambda,\alpha\right)=\frac{1}{\sqrt{j!}}\sum_{k=0}^{\left[\frac{j}{2}\right]}\frac{j!}{k!(j-2k)!}b^{j-2k}\left(-\frac{\gamma}{2}\right)^k \qquad (۴)$$

$$b=\left(1+\lambda\right)\alpha,\quad \gamma=\frac{1-\lambda}{1+\lambda},\qquad \lambda=\xi,\eta$$

و ضرایب $K(\lambda,\alpha)$ از شرط بهنجارش به دست می‌آیند:

$$K\left(\lambda,\alpha\right)=\left(\sum_{j=0}^{\infty}G_j^2\left(\lambda,\alpha\right)\right)^{-\frac{1}{2}},\qquad \lambda=\xi,\eta \qquad (۵)$$

با استفاده از معادله بالا، می‌توان نمایش عددی "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده" در رابطه (۱) را به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned}\left|\psi\left(\xi,\alpha;\eta,\alpha\right)\right\rangle &= M\left(\xi,\alpha;\eta,\alpha\right)K\left(\xi,\alpha\right)K\left(\eta,\alpha\right)\\ &\times\sum_{p,q=0}^{\infty}\left(G_p\left(\xi,\alpha\right)G_q\left(\eta,\alpha\right)+G_p\left(\eta,\alpha\right)G_q\left(\xi,\alpha\right)\right)\left|p\right\rangle\left|q\right\rangle\end{aligned} \qquad (۶)$$

در ادامه به معرفی "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی" می‌پردازیم.

حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی

در این قسمت، با کنش مکرر دو عملگر آفرینش $\hat{a}^\dagger$ و $\hat{b}^\dagger$ به ترتیب روی مدهای اول a و دوم b "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده دومدی" در رابطه (۱) "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی" را به شکل زیر معرفی می‌کنیم:

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-06]

$$\left|\psi_n(\xi,\alpha;\eta,\alpha)\right\rangle = M_n(\xi,\alpha;\eta,\alpha) \times\left(\hat{a}^\dagger\hat{b}^\dagger\right)^n\left[\left|\xi,\alpha\right\rangle_a\otimes\left|\eta,\alpha\right\rangle_b+\left|\eta,\alpha\right\rangle_a\otimes\left|\xi,\alpha\right\rangle_b\right] \quad (۷)$$

که در آنها n مقدار برانگیختگی فوتونی مدهای اول و دوم میدان است.

ضریب بهنجارش $M_n(\xi,\alpha;\eta,\alpha)$ نیز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$M_n^{-2}(\xi,\alpha;\eta,\alpha)=K^2(\xi,\alpha)K^2(\eta,\alpha) \times\sum_{p,q=0}^{\infty}\frac{(p+n)!(q+n)!}{p!q!} \times\left(G_p(\xi,\alpha)G_q(\eta,\alpha)+G_p(\eta,\alpha)G_q(\xi,\alpha)\right)^2 \quad (۸)$$

که در آن ضرایب $K(\xi,\alpha)$ و $K(\eta,\alpha)$ در رابطه (۵) به دست آمده‌اند.

با معرفی "حالت‌های همدوس چلانده فوتون‌افزوده" به شکل:

$$\left|\lambda,\alpha,n\right\rangle = C_n(\lambda,\alpha)\left(\hat{s}^\dagger\right)^n\left|\lambda,\alpha\right\rangle =C_n(\lambda,\alpha)K(\lambda,\alpha)\sum_{j=0}^{\infty}\sqrt{\frac{(n+j)!}{j!}}G_j(\lambda,\alpha)\left|j+n\right\rangle, \quad (۹)$$
$$\lambda=\xi,\eta,\quad \hat{s}=\hat{a},\hat{b}$$

می‌توان "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی" در رابطه (۷) را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\left|\psi_n(\xi,\alpha;\eta,\alpha)\right\rangle = M_n(\xi,\alpha;\eta,\alpha)C_n^{-1}(\xi,\alpha)C_n^{-1}(\eta,\alpha) \times\left[\left|\xi,\alpha,n\right\rangle_a\otimes\left|\eta,\alpha,n\right\rangle_b+\left|\eta,\alpha,n\right\rangle_a\otimes\left|\xi,\alpha,n\right\rangle_b\right] \quad (۱۰)$$

که در آن ضرایب $C_n(\xi,\alpha)$ و $C_n(\eta,\alpha)$ از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$C_n^{-2}(\lambda,\alpha)=K^2(\lambda,\alpha)\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(n+j)!}{j!}G_j^2(\lambda,\alpha), \quad (۱۱)$$
$$\lambda=\xi,\eta$$

در نهایت به مطالعه میزان درهم‌تنیدگی "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی" با محاسبه ضریب تلاقی می‌پردازیم.

درهم‌تنیدگی حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی

امروزه، درهم‌تنیدگی به عنوان قوی‌ترین مشخصه نظریه کوانتومی، به مفهومی اساسی برای درک پردازش اطلاعات کوانتومی تبدیل شده است. در این قسمت، به منظور مطالعه میزان درهم‌تنیدگی "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی" معرفی شده در رابطه (۷) ابتدا یک حالت درهم‌تنیده دومدی به شکل کلی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\left|\Psi\right\rangle=\frac{1}{N}\left[\mu\left|\eta\right\rangle\otimes\left|\gamma\right\rangle+\nu\left|\xi\right\rangle\otimes\left|\delta\right\rangle\right] \quad (۱۲)$$

که در آن $|\eta\rangle$ و $|\xi\rangle$ حالت‌های بهنجار مد اول و $|\gamma\rangle$ و $|\delta\rangle$ حالت‌های بهنجار مد دوم میدان هستند. میزان درهم-تنیدگی کوانتومی این نوع از حالت‌های درهم‌تنیده توسط ضریب تلاقی تعیین می‌شود که از رابطه زیر به‌دست می‌آید [۹،۸]:

$$C=\frac{2|\mu||\nu|}{N^2}\sqrt{\left(1-|P_1|^2\right)\left(1-|P_2|^2\right)} \quad (۱۳)$$
$$P_1=\langle\eta|\xi\rangle,\qquad P_2=\langle\delta|\gamma\rangle$$

مقدار ضریب تلاقی برای حالت‌هایی با بیشترین میزان درهم‌تنیدگی، یک است. با مقایسه روابط (۱۰) و (۱۳)، ضریب تلاقی این حالت‌ها به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$C_n(\xi,\alpha;\eta,\alpha)=\frac{2M_n^2(\xi,\alpha;\eta,\alpha)}{C_n^2(\xi,\alpha)C_n^2(\eta,\alpha)}\left(1-\left|P_n(\xi,\alpha;\eta,\alpha)\right|^2\right) \quad (۱۴)$$

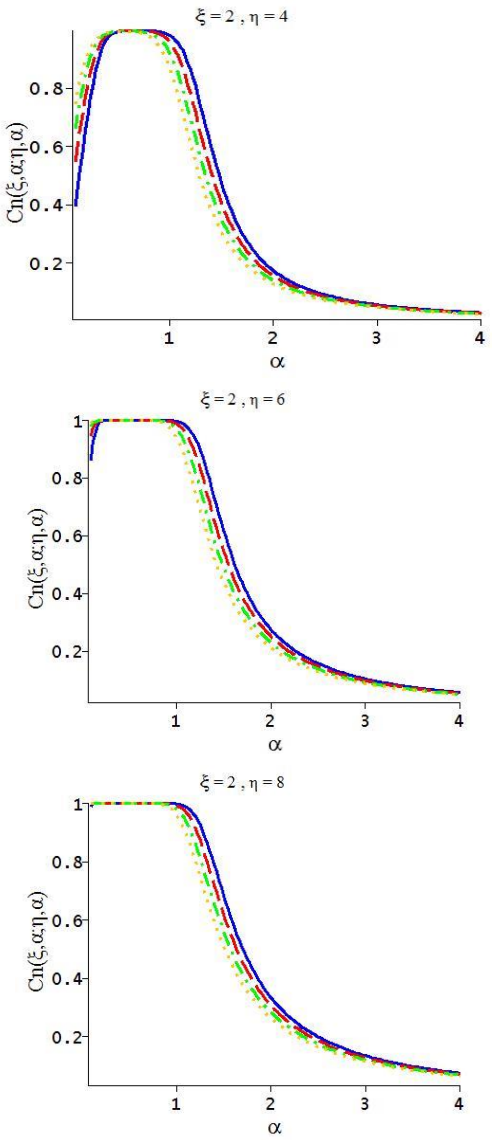
که در آن کمیت $P_n(\xi,\alpha;\eta,\alpha)$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_n(\xi,\alpha;\eta,\alpha)=\langle\xi,\alpha,n\,|\,\eta,\alpha,n\rangle =C_n(\xi,\alpha)C_n(\eta,\alpha)K(\xi,\alpha)K(\eta,\alpha) \times\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(n+j)!}{j!}G_j(\xi,\alpha)G_j(\eta,\alpha) \quad (۱۵)$$

اکنون، ضریب تلاقی "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی" را بر حسب α به ازای مقادیر برانگیختگی فوتونی متفاوت مدهای اول و دوم n برای مقادیر چلاندگی متفاوت ξ و η رسم می‌کنیم.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-06]



شکل۱: ضریب تلاقی "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی" بر حسب α برای مقادیر چلاندگی متفاوت ξ و η به ازای مقادیر برانگیختگی فوتونی متفاوت $n = 2$ (پیوسته)، $n = 4$ (خط‌چین)، $n = 6$ (خط‌نقطه) و $n = 8$ (نقطه‌چین).

نتیجه‌گیری

در این مقاله به معرفی "حالت‌های همدوس چلانده درهم‌تنیده فوتون‌افزوده دومدی" پرداختیم و میزان درهم‌تنیدگی آنها را با محاسبه ضریب تلاقی به ازای مقادیر برانگیختگی مختلف و چلاندگی متفاوت مطالعه کردیم. برای تمام مقادیر برانگیختگی و چلاندگی مشاهده کردیم ضریب تلاقی ابتدا از مقادیر غیرصفر شروع شده، به طور ناگهانی تا نزدیک یک افزایش یافته، سپس در ناحیه $\alpha \leq 1$ ثابت مانده و در نهایت تا نزدیک صفر به طور یکنواخت کاهش می‌یابد. همچنین، با افزایش مقادیر برانگیختگی n، مقادیر غیرصفر اولیه درهم‌تنیدگی افزایش یافته و ناحیه با ضریب تلاقی ثابت به سمت α های کوچک جابجا شده است. علاوه بر این، با افزایش اختلاف مقادیر چلاندگی ξ و η نیز مقادیر غیرصفر اولیه درهم‌تنیدگی افزایش می‌یابد.

مرجع‌ها

[1] E. Schrödinger "Die gegenwärtige situation in der quantenmechanik", Naturwissenschaften, Vol. 23, pp. 823, 1935.

[2] A. Ekert "Quantum cryptography based on Bell's theorem", Phys. Rev. Lett., Vol. 67, pp. 661, 1991.

[3] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres and W. K. Wootters, "Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels", Phys. Rev. Lett. Vol. 70, pp. 1895, 1993.

[4] A. Barenco, D. Dutch, A. Ekert and R. Jozsa "*Conditional quantum dynamics and logic gates*", Phys. Rev. Lett., Vol., 74, pp. 4083, 1995.

[5] A. Karimi and M. K. Tavassoly, "Production of the Superposition of Nonlinear Coherent States and Entangled Nonlinear Coherent States", Commun. Theor. Phys., Vol. 64, pp. 341, 2015.

[6] A. Karimi and M. K. Tavassoly, "Generation of entangled squeezed states: their entanglement and quantum polarization", Laser Phys., Vol. 25, pp. 115201, 2015.

[7] A. Karimi and M. K. Tavassoly, "Generation of entangled coherent-squeezed states: their entanglement and nonclassical properties", Quantum Inf. Process., Vol. 15, pp. 1513, 2016.

[8] L. M. Kuang and L. Zhou, "Generation of atom-photon entangled states in atomic Bose-Einstein condensate via electromagnetically induced transparency", Phys. Rev. A, Vol. 68, pp. 043606, 2003.

[9] P. Rungta, V. Buzěk, C. M. Caves, M. Hillery and G. J. Milburn, "Universal state inversion and concurrence in arbitrary dimensions", Phys. Rev. A, Vol. 64, pp. 042315, 2001.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-06]