



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۱۱-۹ بهمن ۱۳۹۷



دینامیک آشوبی در مشدد حلقوی غیرخطی دارای ثابت‌های انتشار متفاوت

زهرا توحیدی نیا^۱، مهدی بهادران^{۱*}، شهرزاد حسین آبادی^۱، حسن پاکارزاده^۱

^۱دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

چکیده - رابطه‌ای بین میدان‌های عبوری از جفتگر نوری (2×2) برای دو موجبر غیرهمسان بصورت تئوری بدست آمد و نتایج بصورت تحلیلی و عددی با یکدیگر مقایسه شد. سپس این جفتگر در یک مشدد حلقوی بکار برده شد و اثرات ضریب شکست غیر خطی بر روی میدان خروجی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد با انتخاب مواد موجبری متفاوت میتوان به دوپایداری با توان ورودی کمتری دست یافت. همچنین به ازای توان ورودی یکسان، توان خروجی در سیستم با موجبرهای همسان بسیار کمتر از سیستم با موجبرهای ناهمسان است.

کلید واژه - مشدد حلقوی، آشوب، جفتگر 2×2، مد جفت شده، چند پایداری

Chaotic Dynamics in a Nonlinear Ring Resonator with Different Propagation Constants

Zahra Tohidinia¹, Mahdi Bahadoran^{1*}, Shahrzad Hosseinabadi¹, Hassan Pakarzadeh¹

¹Department of Physics, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran.

Abstract- A transfer function for a 2×2 optical coupler which connecting two different waveguides is derived. The simulated results were compared analytically and numerically. The coupler was then used in a ring resonator and the effects of nonlinear refractive index in the output field were investigated. The results show that by choosing different waveguide materials bistability can be obtained with less input power. Moreover, for the same input power, the output power from system with identical waveguides is much less than that of from different waveguide.

Keywords: Micro ring resonators; Chaos; Coupled mode theory; 2×2 coupler; multi stability

۱- مقدمه

میدان‌های ورودی و خروجی به یک جفتگر نوری 2×2 بصورت زیر داده می‌شود:

$$i \frac{da_1}{dz} = \beta_1 a_1 + K a_2 \quad ; a_1(z=0) = a_1(0) \quad (1)$$

$$i \frac{da_2}{dz} = \beta_2 a_2 + K a_1 \quad ; a_2(z=0) = a_2(0) \quad (2)$$

در اینجا a_2, a_1 دامنه میدان‌های خروجی و $a_2(0), a_1(0)$ دامنه میدان‌های ورودی به جفتگر می‌باشند. β_1 و β_2 به ترتیب ثابت‌های انتشار موجبرهای اول و دوم هستند. K ضریب جفت شدگی بین موجبرها می‌باشد.

با مشتق‌گیری از رابطه (۱) نسبت به Z خواهیم داشت:

$$i \frac{d^2 a_1}{dz^2} = \beta_1 \frac{da_1}{dz} + K \frac{da_2}{dz} \quad (3)$$

جوابی برای معادله ۳ به صورت $a_1 = A e^{\alpha z}$ حدس می‌زنیم با جایگذاری در رابطه ۳ به معادله درجه دوم $\alpha^2 + i(\beta_1 + \beta_2)\alpha + (K^2 - \beta_1\beta_2) = 0$ می‌رسیم.

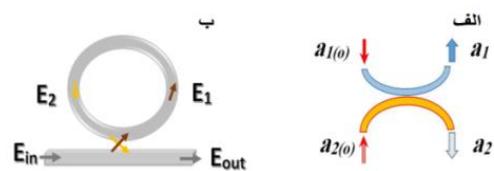
جواب معادلات ۱ و ۲ با استفاده از شرایط اولیه $a_1(z=0) = a_1(0)$ و $a_2(z=0) = a_2(0)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{pmatrix} a_1(z) \\ a_2(z) \end{pmatrix} = e^{\frac{i(\beta_1 + \beta_2)z}{2}} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1(0) \\ a_2(0) \end{pmatrix} \quad (4)$$

که عناصر ماتریس A به صورت زیر می‌باشند:

سیستم‌های غیر خطی و آشوبی نسبت به شرایط اولیه بسیار حساس هستند. دو پایداری نوری در سیستم‌های غیر خطی پدیده‌ای است که در آن به ازاء یک توان نور ورودی، دو توان پایدار در خروجی سیستم مشاهده می‌شود. دو پایداری در کلید زنی نوری [۱]، فشرده‌سازی پالس نوری و قفل‌شدگی مد کاربرد دارد [۲]. در این مقاله رابطه‌ی بین میدان‌های عبوری از جفتگر 2×2 رابط بین دو موجبر غیرهمسان بر اساس تئوری مد جفت شده اثبات شد سپس این جفتگر برای یک مشدد حلقوی بکار برده شد. اثرات ضریب شکست غیرخطی بر روی کنترل چند پایداری در میدان خروجی از سامانه مشدد حلقوی شامل دو موجبر مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت.

۲- اصول تئوری یک جفتگر 2×2



شکل (۱) الف) پیکربندی جفتگر 2×2 برای دو موجبر مختلف ب) یک مشدد حلقوی و میدان‌های خروجی و ورودی

محل اتصال بین موجبرها را جفتگر می‌نامیم. شکل (۱) پیکربندی جفتگر 2×2 را برای دو موجبر مختلف نشان می‌دهد. در شکل دامنه میدان‌های ورودی و خروجی مشخص شده‌اند. در حالت کلی دو معادله دینامیکی برای

۳- بکارگیری جفتگر ۲×۲ در مشدد حلقوی

در مرحله بعد (مطابق شکل ۱-ب) جفتگر ۲×۲ در سامانه ای بکار گرفته شد که یک موجبر را به یک مشدد حلقوی جفت کند. در این حالت با توجه به روش ماتریس پراکندگی رابطه بین میدان‌های ورودی و خروجی از مشدد حلقوی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{pmatrix} E_{out} \\ E_1 \end{pmatrix} = \frac{e^{\frac{i}{2}(\beta_1+\beta_2)z}}{i(\alpha_2-\alpha_1)} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{in} \\ E_2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

موج ورودی در حلقه پس از یک دور چرخش اختلاف فازی به اندازه $e^{i(\Phi_L+\Phi_{NL})-\alpha L}$ پیدا خواهد کرد. در اینجا α ضریب جذب خطی محیط، L محیط حلقه، $\Phi_L = \frac{2\pi n_0 L}{\lambda_0}$ و $\Phi_{NL} = \frac{2\pi n_2 L (E_j)^2}{A_{eff} \lambda_0}$ [۴]، به ترتیب اختلاف فاز خطی و غیر خطی می‌باشند. n_0 و n_2 به ترتیب ضرایب شکست خطی و غیر خطی موجبر هستند و A_{eff} سطح مقطع موثر و λ_0 طول موج مرکز پالس ورودی است [۳]. میدان E_1 با هر دور چرخش دچار تغییر فاز می‌شود و به E_2 تبدیل می‌شود که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$E_2 = E_1 e^{i(\Phi_L+\Phi_{NL})-\alpha L} \quad (10)$$

در اینصورت پس از M دور چرخش میدانها بصورت $E_{M+1} = CA_{21}E_{in} + CA_{22}E_M e^{i(\Phi_N+\Phi_{NL})}$ خواهند بود در نتیجه میدان خروجی از مشدد حلقوی به صورت زیر در

می‌آید، که برای سادگی در نوشتار $C = \frac{e^{\frac{i}{2}(\beta_1+\beta_2)z}}{i(\alpha_2-\alpha_1)}$ را به

این صورت تعریف کرده‌ایم.

در اینجا برای مشدد حلقوی با ضریب شکست های $n_0 = 3.34$ و $n_2 = 2.2 \times 10^{-20} (\text{m}^3 \text{W}^{-1})$ است انتخاب شد. شعاع $R_1 = 637 \mu\text{m}$ ، ضریب جذب خطی ماده

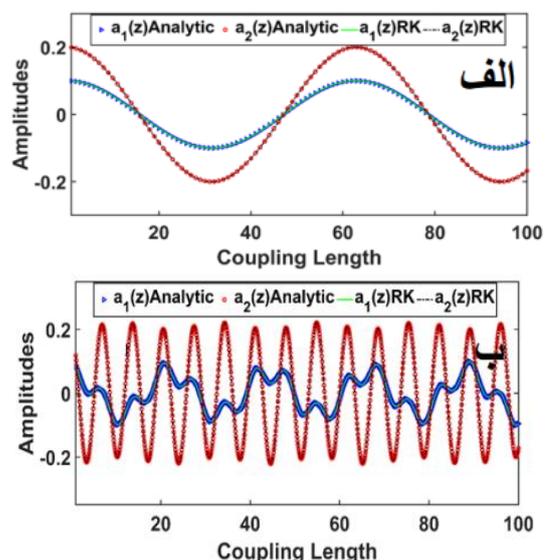
$$A_{11} = -(\beta_2 - \beta_1) i \sin\left(\frac{\sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 4K^2 z}}{2}\right) - \sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 4K^2} \cos\left(\frac{\sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 4K^2 z}}{2}\right) \quad (5)$$

$$A_{12} = 2iK \sin\left(\frac{\sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 4K^2 z}}{2}\right) \quad (6)$$

$$A_{21} = 2iK \sin\left(\frac{\sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 4K^2 z}}{2}\right) \quad (7)$$

$$A_{22} = (\beta_2 - \beta_1) i \sin\left(\frac{\sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 4K^2 z}}{2}\right) - \sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 4K^2} \cos\left(\frac{\sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 4K^2 z}}{2}\right) \quad (8)$$

برای تایید درستی معادله ۴، معادلات (۱) و (۲) به روش عددی رانگ_کوتا حل شد. نتایج با حل تحلیلی مقایسه شد. نتایج در شکل ۲ برای $K=0.1$ ، $a_1(0) = 0.1$ ، $a_2(0) = 0.2$ شبیه سازی شده است. در حالت اول (شکل ۲-الف) دو جفتگر دو موجبر یکسان را به یکدیگر متصل می‌کنند ($\beta_1 = \beta_2$). حالت دوم (شکل ۲-ب) جفتگر اتصال دهنده موجبرهایی با ثابت‌های انتشار متفاوت است ($\beta_1 \neq \beta_2$). با توجه به توافق بین روش عددی و تحلیلی، می‌توان نتیجه گرفت که جواب بدست آمده از روش تئوری مد جفت شده دقیق و روش بکار برده شده روشی صحیح می‌باشد.



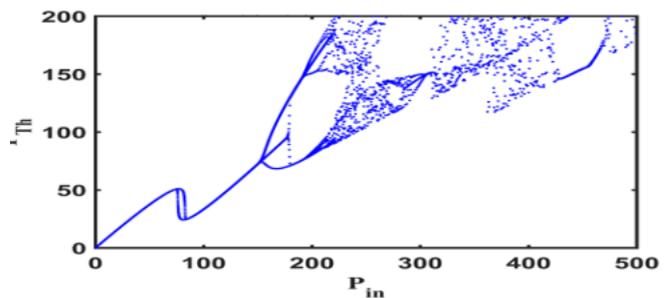
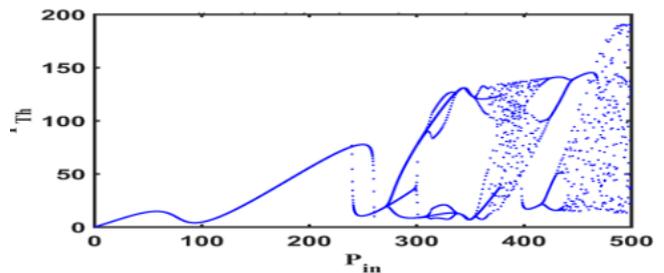
شکل ۲) نمودار حل به روش عددی و تحلیلی معادلات ۱ و ۲. جفتگر موجبرهای ثابت‌های انتشار الف) یکسان ($\beta_1 = \beta_2 = 0$) ب) متفاوت $\beta_2 = 0.9$ $\beta_1 = 0.3$

توانهای ورودی ۷۰ و ۲۶۰ وات رسید. نتایج نشان می‌دهد با انتخاب مواد موجبری متفاوت می‌توان به دوپایداری با توان ورودی کمتری دست یافت. همچنین به ازای توان ورودی یکسان، توان خروجی در سیستم با ثابت‌های انتشار یکسان بسیار کمتر از حالتی است که ثابت‌های انتشار متفاوتی داشته باشیم.

مرجع‌ها

- [1] Y.Y. Chen, Y.N. Li, and R.G. Wan, "Double-cavity optical bistability and all-optical switching in four-level N-type atomic system." *JOSA B*, **35**(6), 1240-1247, (2018).
- [2] V.R. Almeida, and M. Lipson, "Optical bistability on a silicon chip." *Opt. Lett.*, **29**(20), 2387-2389, (2004).
- [3] J.P. Deka, S.K. Gupta, and A.K. Sarma, "Controllable chaotic dynamics in a nonlinear fiber ring resonators with balanced gain and loss." *Nonlinear Dyn*, **87**(2), 1121-1126, (2017).
- [4] P.Yupapin, and W. Suwancharoen, "Chaotic signal generation and cancellation using a micro ring resonator incorporating an optical add/drop multiplexer." *Opt. Commun.*, **280**(2), 343-350, (2007).
- [5] R.W. Boyd, M.G. Raymer, and L.M. Narducci, "Optical instabilities." Cambridge University Press Cambridge GB, (1986).

موجبر $\alpha = 230 \left(\frac{dB}{cm} \right)$ و $A_{eff} = 10^{-2} (\mu m^2)$ در نظر گرفتیم. طول موج مرکزی موج ورودی $\lambda_o = 1.55 \mu m$ و تعداد دورهای گردش ۲۰۰۰۰۰ دور انتخاب شد. دو حالت مورد بررسی قرار گرفت. الف- حالتی که موجبرها دارای ثابت انتشار یکسان باشند $\beta_1 = \beta_2$ (شکل- الف ۳). ب) حالتی که $\beta_1 = 1$ و $\beta_2 = 3$ باشد (شکل- ب ۳).



شکل ۳ نمودار شدت خروجی بر حسب شدت میدان از مشدد حلقوی دارای جفتگر الف) همسان $\beta_1 = \beta_2$ ب) ناهمسان به ازای $\beta_1 = 1; \beta_2 = 3$

با افزایش شدت میدان ورودی نمودار بصورت خطی در حال تغییر است زمانی که شدت میدان ورودی بین ۷۰-۸۰ W باشد، دوپایداری خواهیم داشت. در محدوده‌ی ۸۰-۱۵۰ وات نمودار خطی و در ناحیه‌ی ۱۵۰-۱۸۰ وات سیستم وارد ناپایداری [۵] شده است. سپس سیستم آشوبی می‌شود.

۴- نتیجه‌گیری:

برای مشدد حلقوی متصل به موجبر با ثابت‌های انتشار غیر یکسان و یکسان می‌توان به ترتیب به دوپایداری در