تغییر رفتار دمایی در خود کانونگی باریکه لیزری در پلاسمای الکترون-یون-پوزیترون مغناطیده

ناصر سپهری جوان و مینا حسین پور آزاد
گروه فیزیک، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

چکیده - خود کانونی شدن امواج الکترومغناطیسی با قطبش دایروی در پلاسمای مغناطیده الکترون- یون-پوزیترون داغ مطاالعه شده است. مشاهده شده است که برای پلاسمایی که درصد کمی الکترون اضافی نسبت به پوزیترونها دارد، تفاوت دمایی الکترون و پوزیترون تاثیر بسزایی بر رفتار خود کانونگی دارد.

کلید واژه – امواج خطی و غیر خطی، پلاسمای زوج، خودکانونی شدن ، تقریب شبه خنثی

Thermal behavior change in the self-focusing of an intense laser beam in the magnetized electron-ion-positron plasma

Nasser Sepehri Javan and Mina Hosseinporazad
Department of physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

Abstract- Self-focusing of circularly-polarized electromagnetic wave has been investigated in the hot magnetized electron-positron -ion plasma. It is observed that difference in the temperature of electron and positron have a significant effect on the behavior of self-focusing, when the density of electron slightly exceeds density of positron.

Keywords: linear and nonlinear waves, pair plasma, self-focusing, quasi-neutral approximation

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]

۱-مقدمه

خود همگرایی یک پدیده ی اپتیکی غیر خطی می باشد که در اثر تغییرات ضریب شکست تحت تابش شدید الکترومغناطیسی ایجاد می شود[۱]. اثرات حرارتی، نیروی اثر گذار و نسبیتی می توانند منجر به ایجاد خودهمگرایی شوند. خودهمگرایی اثر گذارتحت تاثیر نیروی اثر گذار ایجاد می شود، که الکترون ها را در جهت شعاعی باریکه شتاب داده و منجر به ایجاد چگالی کمتر در نواحی مرکزی و در نتیجه افزایش در ضریب شکست و همگرایی امواج الکترو مغناطیسی می‌شود. خود همگرایی نسبیتی ناشی از افزایش جرم نسبیتی الکترون های پلاسما می باشد که منجر به تغییرات ضریب شکست می شود. ظهور پدیده خود همگرایی در اندرکنش لیزرهای پرتوان با پلاسما اخیرا گزارش شده است [۲]. به صورت نظری مسئله ی خود کانونی شدن لیزر در پلاسمای سرد مغناطیده قبلا بررسی شده است[۴و۳]. در مرجع [۵] با استفاده از تقریب شبه خنثی این مسئله برای پلاسمای داغ مغناطیده بررسی شده است. در این مقاله برای اولین بار در تقریب شبه خنثی پدیده خودکانونگی برای پلاسمای الکترون- یون- پوزیترون مغناطیده داغ بررسی شده است.

۲-معادلات اساسی

یک موج الکترومغناطیسی را در نظر بگیرید که در حال انتشار در یک پلاسمای مغناطیده داغ می باشد. فرض می کنیم که پلاسما شامل دو نوع الکترون با دماهای متفاوت، یون و پوزیترون می باشد. بعد از این برای نمایش پارامترهای مربوط به یون از اندیس i، پارامترهای مربوط به پوزیترون از اندیس p و پارامترهای مربوط به الکترون های نوع اول ودوم به ترتیب از اندیس های $e1$ و $e2$ استفاده می کنیم. جهت انتشار موج در راستای میدان مغناطیسی خارجی که z فرض شده است، می باشد. با استفاده از معادلات ماکسول و معادلات سیالی نسبیتی برای اندازه حرکت ذرات باردار پلاسما داریم:

$$\frac{\partial \mathbf{p_j}}{\partial t}+\frac{1}{m_0\gamma_j}(\mathbf{p_j}\cdot\nabla)\mathbf{p_j}=-\frac{e_j}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}-e_j\nabla\varphi \qquad (۱)$$
$$-\frac{e_j}{m_0\gamma_j c}\mathbf{p_j}\times\nabla\times\mathbf{A}\pm\frac{\omega_c}{\gamma_j}\mathbf{p_j}\times\hat{\mathbf{e}}_z-k_BT_j\nabla(\ln n_j)$$

که اندیس j بیانگر نوع ذره بوده، T_j دما، m_0 جرم الکترون، $\gamma_j=\sqrt{1+p_j^2/m_0^2c^2}$ فاکتور نسبیتی لورنتس، $\mathbf{p}_j$ اندازه حرکت، $\mathbf{A}$ پتانسیل برداری، ϕ پتانسیل اسکالر، k_B ثابت بولتزمن و $\omega_c=eB_0/m_0c$ فرکانس سیکلوترونی الکترون می باشد. لازم به ذکر است که در معادله فوق به ازای پوزیترون و یون (الکترون)، ω_c دارای علامت مثبت (منفی) خواهد بود. پتانسیل برداری موج الکترومغناطیسی را به صورت زیر می نویسیم:

$$\mathbf{A}=\frac{1}{2}\tilde{A}(\hat{\mathbf{e}}_x+i\sigma\hat{\mathbf{e}}_y)\exp(-i\omega_0t+ik_0z)+c.c. \qquad (۲)$$

که، ω_0 و k_0 به ترتیب فرکانس و عدد موج می‌باشد. $\sigma=+1,-1$ به ترتیب بر موج قطبیده دایروی راستگرد و چپگرد دلالت می کند و همچنین $\tilde{A}$ دامنه‌ی پتانسیل برداری تابع کند تغییر نسبت به زمان و فضا می‌باشد. با قرار دادن معادله (۲) در معادله (۱) می‌توان نوشت [۵]:

$$\bar{\mathbf{p}}_\mathbf{j}=-\frac{\chi_j\bar{\mathbf{A}}}{(1+\frac{\chi_j\sigma\alpha}{\gamma_j})} \qquad (۳)$$

$$n_j=n_{0j}\exp[-\frac{\chi_j e\varphi}{k_BT_j}-\beta_j(\gamma_j-1+\frac{\chi_j\sigma\alpha}{2\gamma_j}|\bar{p}_j^2|)] \qquad (۴)$$

که در روابط بالا $\alpha=\omega_c/\omega_0$ ، $\beta_j=c^2/v_{tj}^2$، $v_{tj}=(k_BT_j/m_0)^{1/2}$ سرعت حرارتی بوده و نیز اندازه حرکت با m_0c و پتانسیل برداری با m_0c^2/e بدون بعد شده‌اند. همچنین $\chi_j=+1$ به ازای $j=p$ و نیز $\chi_j=-1$ به ازای $j=e1,e2$ می‌باشد. در تقریب شبه خنثی ($n_i+n_p-n_{e1}-n_{e2}=0$) پس از محاسبه پتانسیل اسکالر می‌توان به روابط زیر برای چگالی ذرات رسید:

$$n_j=n_{0j}\exp(-\frac{1}{2}|\bar{A}|^2Q_j) \qquad (۵)$$

$$Q_{e1}=\frac{\frac{-\zeta_2\beta_{e2}}{1-\sigma\alpha}+\frac{\zeta_p\beta_p}{1+\sigma\alpha}+\frac{\beta_{e1}}{1-\sigma\alpha}(\frac{\zeta_2}{\delta_2}+\frac{\zeta_i}{\delta_i}+\frac{\zeta_p}{\delta_p})}{1+\frac{\zeta_p}{\delta_p}+\frac{\zeta_2}{\delta_2}+\frac{\zeta_i}{\delta_i}} \qquad (۶)$$

$$Q_{e2}=\frac{-\frac{\beta_{e1}}{1-\sigma\alpha}+\frac{\zeta_p\beta_p}{1+\sigma\alpha}+\frac{\beta_{e2}}{1-\sigma\alpha}(\delta_2+\zeta_p\frac{\delta_2}{\delta_p}+\zeta_i\frac{\delta_2}{\delta_i})}{\zeta_2+\zeta_i\frac{\delta_2}{\delta_i}+\zeta_p\frac{\delta_2}{\delta_p}+\delta_2} \qquad (۷)$$

$$Q_p=\frac{\frac{\beta_{e1}}{1-\sigma\alpha}+\frac{\zeta_2\beta_{e2}}{1-\sigma\alpha}+\frac{\beta_p}{1+\sigma\alpha}(\zeta_i\frac{\delta_p}{\delta_i}+\zeta_2\frac{\delta_p}{\delta_2}+\delta_p)}{(\zeta_p+\delta_p+\zeta_i\frac{\delta_p}{\delta_i}+\zeta_2\frac{\delta_p}{\delta_2})} \qquad (۸)$$

که در روابط بالا از تعاریف زیر استفاده شده:

$$\zeta_2=n_{0e2}/n_{0e1},\zeta_i=n_{0i}/n_{0e1},\zeta_p=n_{0p}/n_{0e1}$$
$$\delta_2=T_{e2}/T_{e1},\delta_i=T_i/T_{e1},\ \delta_p=T_p/T_{e1}$$

با استفاده از رابطه (۳) داریم

$$\mathbf{v}_j=-\frac{e\chi_j}{m_0c}\frac{\mathbf{A}}{\gamma_j+\chi_j\sigma\alpha}\quad j=e1,e2,p \qquad (۹)$$

همچنین، فاکتور های لورنتس مربوط به ذرات را در تقریب نسبیتی ضعیف می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\gamma_j\approx\sqrt{1+|\bar{\mathbf{A}}|^2/(1+\chi_j\sigma\alpha)^2} \qquad (۱۰)$$

با استفاده از معادلات ماکسول معادله موج زیر را داریم:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}-\nabla^2\mathbf{A}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{J} \qquad (۱۱)$$

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]

که $\mathbf{J} = n_p e\mathbf{v}_p - n_{e1}e\mathbf{v}_{e1} - n_{e2}e\mathbf{v}_{e2}$ می‌باشد. با جایگذاری چگالی‌ها و سرعت‌های سیالی مربوط به ذرات بار دار پلاسما در چگالی جریان و نیز با بسط تیلور عبارات شامل $|\bar{\mathbf{A}}|^2$ خواهیم داشت:

$$-\frac{4\pi}{c}J = A\frac{\omega_{p1}^2}{c^2}\left(\frac{1}{1-\sigma\alpha} - \frac{1}{2(1-\sigma\alpha)^4}|\bar{A}|^2 - \frac{Q_{e1}}{2(1-\sigma\alpha)}|\bar{A}|^2\right) + A\frac{\omega_{p2}^2}{c^2}\left(\frac{1}{1-\sigma\alpha} - \frac{1}{2(1-\sigma\alpha)^4}|\bar{A}|^2 - \frac{Q_{e2}}{2(1-\sigma\alpha)}|\bar{A}|^2\right) + A\frac{\omega_{p3}^2}{c^2}\left(\frac{1}{1+\sigma\alpha} - \frac{1}{2(1+\sigma\alpha)^4}|\bar{A}|^2 - \frac{Q_p}{2(1+\sigma\alpha)}|\bar{A}|^2\right) \quad (۱۲)$$

که $\omega_{pj} = \sqrt{4\pi n_{0j}e^2/m_0}$ فرکانس لانگمویر می باشد.

با جایگذاری چگالی جریان از معادله (۱۲) و پتانسیل برداری از معادله (۲) در رابطه (۱۱)، معادله زیر برای انتشار موج الکترومغناطیسی به دست می آید:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\tilde{A}e^{-i\omega_0 t + ik_0 z} = k_p^2\left[\frac{\omega_{p1}^2}{\omega_p^2}\left(\frac{1}{1-\sigma\alpha} - \frac{1}{2(1-\sigma\alpha)^4}|\bar{A}|^2 - \frac{Q_{e1}}{2(1-\sigma\alpha)}|\bar{A}|^2\right) + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_p^2}\left(\frac{1}{1-\sigma\alpha} - \frac{1}{2(1-\sigma\alpha)^4}|\bar{A}|^2 - \frac{Q_{e2}}{2(1-\sigma\alpha)}|\bar{A}|^2\right) + \frac{\omega_{p3}^2}{\omega_p^2}\left(\frac{1}{1+\sigma\alpha} - \frac{1}{2(1+\sigma\alpha)^4}|\bar{A}|^2 - \frac{Q_p}{2(1+\sigma\alpha)}|\bar{A}|^2\right)\right]\tilde{A}e^{-i\omega_0 t + ik_0 z} \quad (۱۳)$$

که $k_p^2 = \omega_p^2/c^2$ و $\omega_p^2 = \omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2 + \omega_{p3}^2$ می باشد.

۳-دینامیک غیرخطی انتشار موج الکترومغناطیسی

در رژیم نسبیتی ضعیف، قسمت غیر خطی معادله موج (۱۳) را می توان بر حسب پتانسیل برداری بی بعد بسط داده و با حفظ جملات مرتبه دوم به رابطه زیر رسید:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)ae^{i(k_0 z - \omega_0 t)} = k_p^2\left[\frac{\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2}{\omega_p^2}\left(\frac{1}{1-\sigma\alpha}\right) + \frac{\omega_{p3}^2}{\omega_p^2}\left(\frac{1}{1+\sigma\alpha}\right) - |a|^2 N\right]ae^{i(k_0 z - \omega_0 t)} \quad (۱۴)$$

که جمله غیر خطی توسط رابطه زیر تعریف می شود:

$$N = \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_p^2}\left(\frac{1}{2(1-\sigma\alpha)^4} + \frac{Q_{e1}}{2(1-\sigma\alpha)}\right) + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_p^2}\left(\frac{1}{2(1-\sigma\alpha)^4} + \frac{Q_{e2}}{2(1-\sigma\alpha)}\right) + \frac{\omega_{p3}^2}{\omega_p^2}\left(\frac{1}{2(1+\sigma\alpha)^4} + \frac{Q_p}{2(1+\sigma\alpha)}\right)$$

که $a = e/m_0c^2\tilde{A}$ دامنه بی بعد پتانسیل برداری می باشد. برای بدست آوردن تحولات لکه لیزری، روش بسط وابسته چشمه ای[۶] مورد استفاده قرار می گیرد. یک مد گوسی به شکل

$$A(r,z) = \hat{A}(z)e^{-i\phi(z)}e^{ik_0 r^2/2R(z)}e^{-r^2/r_s^2} \quad (۱۵)$$

در نظر می گیریم که r_s ، R ، $\hat{A}$ ، ϕ به ترتیب لکه لیزری، شعاع انحنا، دامنه و فاز باریکه لیزری گوسی می باشند. با استفاده از این روش معادله تحولات لکه لیزری را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\partial^2 r_s/\partial z^2 = 4/k_0^2 r_s^3(1 - k_p^2 a_0^2 r_0^2 N/8) \quad (۱۶)$$

که a_0 دامنه اولیه موج قطبشی و r_0 کمره باریکه آن می باشد. برای تحولات لکه لیزری در پلاسما داریم:

$$r_s^2/r_0^2 = 1 + (1 - p/p_{cm})z^2/Z_R^2 \quad (۱۷)$$

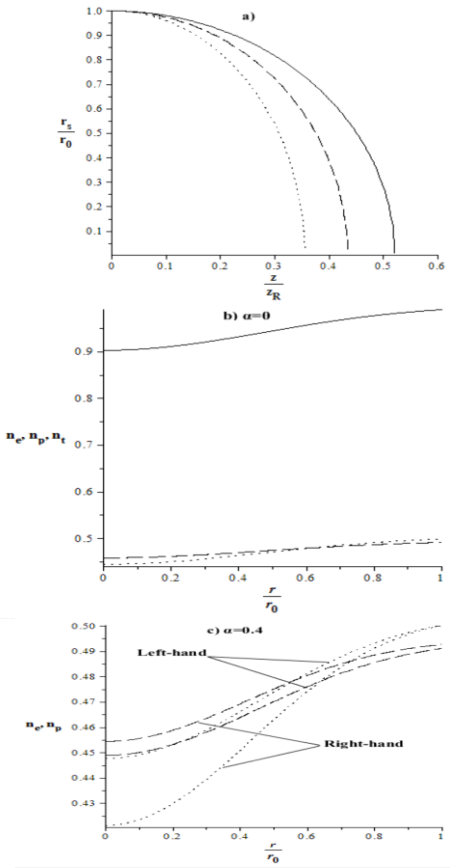
که در آن $z_R = k_0^2 r_0^2/2$ طول رایله و $p/p_{cm} = k_p^2 a_0^2 r_0^2 N/8$ می باشد. p_{cm} توان استانه برای خود کانونگی غیر خطی موج قطبیده در پلاسمای مغناطیده داغ می باشد که مقدار ان برابر با $p_{cm} = \frac{2\pi^2 c^2 m^2}{k_{p0}^2 \lambda e^2 N}$ و $\lambda = 2\pi c/\omega$ طول موج قطبیده می باشد.

۴-بحث عددی

لیزر Nd:YaG با فرکانس $\omega_0 = 1.88\times10^{15}\,s^{-1}$ (متناظر با طول موج یک میکرو متر)، دامنه اولیه $a_0 = 0.1$ (متناظر با شدت $I \approx 1.4\times10^{16}\,W/cm^2$) و کمر باریکه $r_0 = 15\,\mu m$ را در نظر می گیریم. در اشکال a، تغییرات لکه لیزری بی بعد r_s/r_0 بر حسب طول بی بعد z/z_R آورده شده است. در این شکل نمودار های توپر مربوط به حالت پلاسمای غیر مغناطیده و نمودارهای نقطه چین مربوط به قطبش راستگرد $\sigma = 1$ با $\alpha = 0.4$ و نمودار های خط چین مربوط به قطبش چپگرد $\sigma = -1$ با $\alpha = 0.4$ می‌باشد. در شکل b، c چگالی‌های بی بعد شده توسط چگالی غیر مختل شده اولیه $n_{0e1} + n_{0e2} + n_{0p}$ آورده شده است. نمودار خط چین نمودار تغییرات چگالی پوزیترون ها، نمودار نقطه چین نمودار تغییر چگالی کل الکترونی $n_{0e1} + n_{0e2}$ نمودار تو پر بیانگر تغییرات عرضی چگالی کل $n_{e1} + n_{e2} + n_p$ نسبت به فاصله شعاعی r/r_0 می‌باشد. در شکل (۱) دمای پوزیترون بیشتر از الکترون‌ها می‌باشد. مشاهده می‌شود که در حالت a رفتار قطبش راستگرد و چپگرد از هم متمایز می باشد. و با اعمال میدان مغناطیسی، در هر دو قطبش خود کانونگی بهتر می شود ولی وضعیت قطبش راستگرد از چپگرد بهتر می باشد. برای توجیه این امر نمایه‌ی چگالی الکترون‌ها و پوزیترون ها و نیز نمایه‌ی چگالی کل در اشکال b، c آورده است. در شکل b نمایه‌ی چگالی ذرات برای حالت غیر مغناطیده آورده شده است. در این جا مشاهده می‌شود که با توجه به پایین بودن دمای الکترون‌ها ضریب زاویه‌ی نمودار تغییرات الکترون بیشتر از پوزیترون می‌باشد. در شکل c تغییرات نمایه‌ی چگالی الکترون‌ها و چگالی پوزیترون ها برای پلاسمای مغناطیده در دو قطبش راستگرد و چپگرد آورده شده است. مشاهده می‌شود که با اعمال میدان مغناطیسی شیب منحنی هر دو نوع قطبش تیزتر می‌شود چه برای چگالی پوزیترون و چه برای چگالی الکترونی. ولی راستگرد الکترونی تیزتر از چپگرد الکترونی بوده و بالعکس برای چگالی پوزیترون وضعیت چپگرد بهتر از راستگرد می‌باشد. بنابراین با توجه به بالا بودن دمای پوزیترون ها و نیز کم بودن چگالی آن ها اثر الکترون‌ها غالب بوده و در کل وضعیت راستگرد بهتر از چپگرد می‌باشد. در

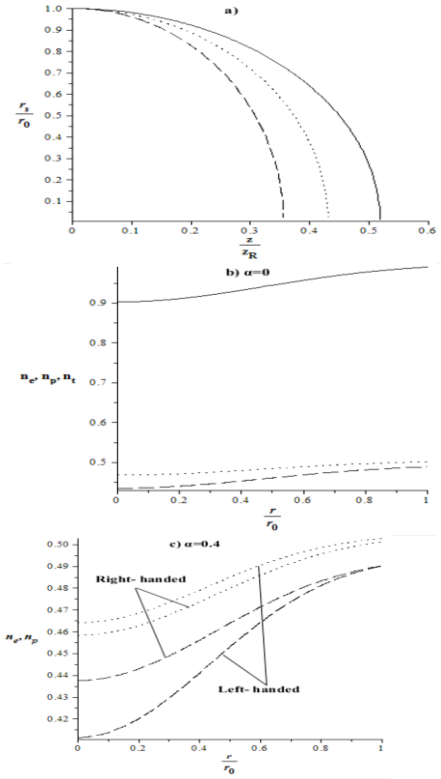
[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]

چگالی کل شیب منحنی راستگرد بیشتر از چپگرد بوده و در نتیجه وضعیت خود کانونگی در قطبش راستگرد بهتر می‌باشد. در شکل (۲) دمای الکترون‌ها بیشتر از پوزیترون ها می‌باشد. مشاهده می‌شود که درحالت a رفتار قطبش راستگرد و چپگرد از هم متمایز می‌باشد. و با اعمال میدان مغناطیسی، در هر دو قطبش خود کانونگی بهتر می‌شود ولی وضعیت قطبش چپگرد از راستگرد بهتر می‌باشد. برای توجیه این امر نمایه‌ی چگالی الکترون‌ها و پوزیترون ها و نیز نمایه‌ی چگالی کل در اشکال b، C آورده است. در شکل b نمایه‌ی چگالی ذرات برای حالت غیر مغناطیده آورده شده است. در این جا مشاهده می‌شود که با توجه به پایین بودن دمای پوزیترون ها شیب آن‌ها نسبت به الکترون‌ها بیشتر می‌باشد. در شکل C تغییرات نمایه‌ی چگالی الکترون‌ها و چگالی پوزیترون ها برای پلاسمای مغناطیده در دو قطبش راستگرد و چپگرد آورده شده است. مشاهده می‌شود که با اعمال میدان مغناطیسی شیب منحنی هر دو نوع قطبش تیز تر می‌شود چه برای چگالی پوزیترون و چه برای چگالی الکترونی. ولی شیب منحنی راستگرد الکترونی تیزتر از چپگرد الکترونی بوده و بالعکس برای چگالی پوزیترون وضعیت چپگرد بهتر از راستگرد می‌باشد. از طرفی با توجه به پایین بودن دمای پوزیترون ها اثر آن‌ها غالب بوده و در کل وضعیت چپگرد بهتر از راستگرد می‌باشد.



شکل(۱): a) تغییرات r_s / r_0 بر حسب z / z_R. b) تغییرات چگالی نسبت به r / r_0 درحالت $\alpha = 0$ C) تغییرات چگالی الکترون و پوزیترون نسبت به r / r_0 درحالت $\alpha = 0.4$ و $\frac{\omega_{p1}}{\omega_0} = \frac{\omega_{p2}}{\omega_0} = 0.1, \frac{\omega_{p3}}{\omega_0} = 0.14$

$T_{e1} = T_{e2} = 10keV$ ، $T_i = 0.5keV$ ، $T_p = 50keV$



شکل(۲): a) تغییرات r_s / r_0 بر حسب z / Z_R. b) تغییرات چگالی نسبت به r / r_0 درحالت $\alpha = 0$ C) تغییرات چگالی الکترون و پوزیترون نسبت به r / r_0 درحالت $\alpha = 0.4$ و $\frac{\omega_{p1}}{\omega_0} = \frac{\omega_{p2}}{\omega_0} = 0.1, \frac{\omega_{p3}}{\omega_0} = 0.14$

$T_{e1} = T_{e2} = 50kev$, $T_p = 10kev$ $T_i = 0.5ke$

۵-نتیجه گیری

مسئله خودکانونگی لیزر در پلاسمای مغناطیده الکترون-یون-پوزیترون داغ بررسی شد. نشان داده شده است که برای حالتی که ترکیب چگالی ها نزدیک به پلاسمای زوج می باشد، دما نقش اساسی در رفتار پلاسمای مغناطیده داغ دارد. زمانی که دمای الکترون ها بیشتر باشد، قطبش چپگرد بهتر از راستگرد عمل می کند و برای حالتی که دمای پوزیترون ها بیشتر باشد، وضعیت خود همگرایی قطبش راستگرد بهتر از چپگرد خواهد بود.

مراجع

[۱] S. A. Akhmanov, A. P. sukhorukov, and R.. V. khokhlov; *Soviet Physics Upeskhi*10, No. 5 609-634. 1968

[۲] K. Krushelnick, S. Ting, C. I. Moore, H. R. Burris, E. Esarey, P. Sprangle, and M.Baine; *Phys.Rev.lett* 78, No. 21 4047-4050. 1997

[۳] P. Jha,R.K.Mishra,A.K. Upadhyaya and G.Raj Phys.Plasmas **13**, No. 11 ,1031102-1-1031102-5. 2006

[٤] H .Xiong, S.Liu and J.Liao ; *Optik* 121, No. 18 ,1680-1683. 2010

[٥] N. .Sepehri Javan and Jh.Nasirzadeh ; *Phys.Plasma*19, No.12 112304-1,112304-6. 2012

[٦] E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting *IEEE. Journal of Quantom Electron* 33, No. 11 1879-1914. 1997

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]