



بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



تغییر رفتار دمایی در خود کانونگی باریکه لیزری در پلاسمای الکترون-یون - پوزیترون مغناطیده

ناصر سپهری جوان و مینا حسین پور آزاد

گروه فیزیک، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

چکیده - خود کانونی شدن امواج الکترومغناطیسی با قطبش دایروی در پلاسمای مغناطیده الکترون-یون-پوزیترون داغ مطالعه شده است. مشاهده شده است که برای پلاسمایی که درصد کمی الکترون اضافی نسبت به پوزیترونها دارد، تفاوت دمایی الکترون و پوزیترون تاثیر بسزایی بر رفتار خود کانونگی دارد.

کلید واژه - امواج خطی و غیر خطی، پلاسمای زوج، خود کانونی شدن، تقریب شبه خنثی

Thermal behavior change in the self-focusing of an intense laser beam in the magnetized electron-ion-positron plasma

Nasser Sepehri Javan and Mina Hosseinpourzad

Department of physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

Abstract- Self-focusing of circularly-polarized electromagnetic wave has been investigated in the hot magnetized electron-positron-ion plasma. It is observed that difference in the temperature of electron and positron have a significant effect on the behavior of self-focusing, when the density of electron slightly exceeds density of positron.

Keywords: linear and nonlinear waves, pair plasma, self-focusing, quasi-neutral approximation

۱- مقدمه

که، ω_0 و k_0 به ترتیب فرکانس و عدد موج می باشد. $\sigma = +1, -1$ به ترتیب بر موج قطبیده دایروی راستگرد و چپگرد دلالت می کند و همچنین \tilde{A} دلمنه‌ی پتانسیل برداری تابع کند تغییر نسبت به زمان و فضا می باشد. با قرار دادن معادله (۲) در معادله (۱) می توان نوشت [۵]:

$$\bar{p}_j = -\frac{\chi_j \bar{A}}{\left(1 + \frac{\chi_j \sigma \alpha}{\gamma_j}\right)} \quad (۳)$$

که در روابط بالا $\beta_j = c^2 / v_{ij}^2$ ، $\alpha = \omega_c / \omega_0$ و $v_{ij} = (k_B T_j / m_0)^{1/2}$ پتانسیل برداری با $m_0 c^2 / e$ بدون بعد شده اند. همچنین $\chi_j = +1$ به ازای $j = p$ و نیز $\chi_j = -1$ به ازای $j = e1, e2$ می باشد. در تقریب شبه خنثی ($n_i + n_p - n_{e1} - n_{e2} = 0$) پس از محاسبه پتانسیل اسکالر می توان به روابط زیر برای چگالی ذرات رسید:

$$n_j = n_{0j} \exp\left(-\frac{1}{2} |\bar{A}|^2 Q_j\right) \quad (۵)$$

$$Q_{e1} = \frac{-\zeta_2 \beta_{e2} + \zeta_p \beta_p + \frac{\beta_{e1}}{1-\sigma\alpha} \left(\frac{\zeta_2}{\delta_2} + \frac{\zeta_i}{\delta_i} + \frac{\zeta_p}{\delta_p}\right)}{1 + \frac{\zeta_p}{\delta_p} + \frac{\zeta_2}{\delta_2} + \frac{\zeta_i}{\delta_i}} \quad (۶)$$

$$Q_{e2} = \frac{-\frac{\beta_{e1}}{1-\sigma\alpha} + \frac{\zeta_p \beta_p}{1+\sigma\alpha} + \frac{\beta_{e2}}{1-\sigma\alpha} \left(\delta_2 + \zeta_p \frac{\delta_2}{\delta_p} + \zeta_i \frac{\delta_2}{\delta_i}\right)}{\zeta_2 + \zeta_i \frac{\delta_2}{\delta_i} + \zeta_p \frac{\delta_2}{\delta_p} + \delta_2} \quad (۷)$$

$$Q_p = \frac{\frac{\beta_{e1}}{1-\sigma\alpha} + \frac{\zeta_2 \beta_{e2}}{1-\sigma\alpha} + \frac{\beta_p}{1+\sigma\alpha} \left(\zeta_i \frac{\delta_p}{\delta_i} + \zeta_2 \frac{\delta_p}{\delta_2} + \delta_p\right)}{\left(\zeta_p + \delta_p + \zeta_i \frac{\delta_p}{\delta_i} + \zeta_2 \frac{\delta_p}{\delta_2}\right)} \quad (۸)$$

که در روابط بالا از تعاریف زیر استفاده شده:

$$\zeta_2 = n_{0e2} / n_{0e1}, \zeta_i = n_{0i} / n_{0e1}, \zeta_p = n_{0p} / n_{0e1}$$

$$\delta_2 = T_{e2} / T_{e1}, \delta_i = T_i / T_{e1}, \delta_p = T_p / T_{e1}$$

با استفاده از رابطه (۳) داریم:

$$\mathbf{v}_j = -\frac{e\chi_j}{m_0 c \gamma_j + \chi_j \sigma \alpha} \mathbf{A} \quad j = e1, e2, p \quad (۹)$$

همچنین، فاکتورهای لورنتس مربوط به ذرات را در تقریب نسبیتی ضعیف می توان به شکل زیر نوشت:

$$\gamma_j \approx \sqrt{1 + |\bar{A}|^2 / (1 + \chi_j \sigma \alpha)^2} \quad (۱۰)$$

با استفاده از معادلات ماکسول معادله موج زیر را داریم:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \quad (۱۱)$$

خود همگرایی یک پدیده ی اپتیکی غیر خطی می باشد که در اثر تغییرات ضریب شکست تحت تابش شدید الکترومغناطیسی ایجاد می شود [۱]. اثرات حرارتی، نیروی اثر گذار و نسبیتی می توانند منجر به ایجاد خودهمگرایی شوند. خودهمگرایی اثر گذار تحت تاثیر نیروی اثر گذار ایجاد می شود، که الکترون ها را در جهت شعاعی باریکه شتاب داده و منجر به ایجاد چگالی کمتر در نواحی مرکزی و در نتیجه افزایش در ضریب شکست و همگرایی امواج الکترو مغناطیسی می شود. خود همگرایی نسبیتی ناشی از افزایش جرم نسبیتی الکترون های پلاسما می باشد که منجر به تغییرات ضریب شکست می شود. ظهور پدیده خود همگرایی در اندرکنش لیزرهای پرتون با پلاسما اخیرا گزارش شده است [۲]. به صورت نظری مسئله ی خود کلونی شدن لیزر در پلاسما سرد مغناطیبه قبلا بررسی شده است [۳و۴]. در مرجع [۵] با استفاده از تقریب شبه خنثی این مسئله برای پلاسما داغ مغناطیبه بررسی شده است. در این مقاله برای اولین بار در تقریب شبه خنثی پدیده خودکلونگی برای پلاسما الکترون-یون-پوزیترون مغناطیبه داغ بررسی شده است.

۲- معادلات اساسی

یک موج الکترومغناطیسی را در نظر بگیرید که در حال انتشار در یک پلاسما مغناطیبه داغ می باشد. فرض می کنیم که پلاسما شامل دو نوع الکترون با دماهای متفاوت، یون و پوزیترون می باشد. بعد از این برای نمایش پارامترهای مربوط به یون از اندیس i ، پارامترهای مربوط به پوزیترون از اندیس p و پارامترهای مربوط به الکترون های نوع اول و دوم به ترتیب از اندیس های $e1$ و $e2$ استفاده می کنیم. جهت انتشار موج در راستای میدان مغناطیسی خارجی که z فرض شده است می باشد. با استفاده از معادلات ماکسول و معادلات سیالی نسبیتی برای اندازه حرکت ذرات باردار پلاسما داریم:

$$\frac{\partial \mathbf{p}_j}{\partial t} + \frac{1}{m_0 \gamma_j} (\mathbf{p}_j \cdot \nabla) \mathbf{p}_j = -\frac{e_j}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - e_j \nabla \phi \quad (۱)$$

$$-\frac{e_j}{m_0 \gamma_j c} \mathbf{p}_j \times \nabla \times \mathbf{A} \pm \frac{\omega_c}{\gamma_j} \mathbf{p}_j \times \hat{\mathbf{e}}_z - k_B T_j \nabla (\ln n_j)$$

که اندیس j بیانگر نوع ذره بوده، T_j دما، m_0 جرم الکترون، \mathbf{p}_j اندازه حرکت، $\gamma_j = \sqrt{1 + p_j^2 / m_0^2 c^2}$ فاکتور نسبیتی لورنتس، \mathbf{A} پتانسیل برداری، ϕ پتانسیل اسکالر، k_B ثابت بولتزمن و $\omega_c = eB_0 / m_0 c$ فرکانس سیکلوترونی الکترون می باشد. لازم به ذکر است که در معادله فوق به ازای پوزیترون و یون (الکترون)، ω_c دارای علامت مثبت (منفی) خواهد بود. پتانسیل برداری موج الکترومغناطیسی را به صورت زیر می نویسیم:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \tilde{A} (\hat{\mathbf{e}}_x + i\sigma \hat{\mathbf{e}}_y) \exp(-i\omega_0 t + ik_0 z) + c.c. \quad (۲)$$

و فاز باریکه لیزری گوسی می باشند با استفاده از این روش معادله تحولات لکه لیزری را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\partial^2 r_s / \partial z^2 = 4 / k_0^2 r_s^3 (1 - k_p^2 a_0^2 r_0^2 N / 8) \quad (16)$$

که a_0 دامنه اولیه موج قطبشی و r_0 کمره باریکه آن می باشد برای تحولات لکه لیزری در پلاسما داریم:

$$r_s^2 / r_0^2 = 1 + (1 - p / p_{cm}) z^2 / Z_R^2 \quad (17)$$

که در آن $z_R = k_0^2 r_0^2 / 2$ طول رایله و $p / p_{cm} = k_p^2 a_0^2 r_0^2 N / 8$ باشد p_{cm} توان استانه برای خود کلونگی غیر خطی موج قطبیده در پلاسما مغناطیبه داغ می باشد که مقدار آن برابر $p_{cm} = \frac{2\pi^2 c^2 m^2}{k_{p0}^2 \lambda e^2 N}$ و

$$\lambda = 2\pi c / \omega$$

۴- بحث عددی

لیزر Nd:YAG با فرکانس $\omega_0 = 1.88 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ (متناظر با طول موج یک میکرو متر)، دامنه اولیه $a_0 = 0.1$ (متناظر با شدت $I \approx 1.4 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$) و کمر باریکه $r_0 = 15 \mu\text{m}$ را در نظر می گیریم در اشکال a ، تغییرات لکه لیزری بی بعد r_s / r_0 بر حسب طول بی بعد z / z_R آورده شده است. در این شکل نمودارهای توپر مربوط به حالت پلاسما غیر مغناطیبه و نمودارهای نقطه چین مربوط به قطبش راستگرد $\sigma = 1$ با $\alpha = 0.4$ و نمودارهای خط چین مربوط به قطبش چپگرد $\sigma = -1$ با $\alpha = 0.4$ می باشد در شکل b ، C چگالی های بی بعد شده توسط چگالی غیر مختل شده اولیه $n_{0e1} + n_{0e2} + n_{0p}$ آورده شده است. نمودار خط چین نمودار تغییرات چگالی یوزیترون ها، نمودار نقطه چین نمودار تغییر چگالی کل الکترونی $n_{0e1} + n_{0e2}$ نمودار تو پر بیلگر تغییرات عرضی چگالی کل $n_{e1} + n_{e2} + n_p$ نسبت به فاصله شعاعی r / r_0 می باشد در شکل (1) دمای یوزیترون بیشتر از الکترون ها می باشد مشاهده می شود که در حالت a رفتار قطبش راستگرد و چپگرد از هم متمایز می باشد و با اعمال میدان مغناطیسی، در هر دو قطبش خود کلونگی بهتر می شود ولی وضعیت قطبش راستگرد از چپگرد بهتر می باشد برای توجیه این امر نمایه چگالی الکترون ها و یوزیترون ها و نیز نمایه چگالی کل در اشکال b ، c آورده است. در شکل b نمایه چگالی ذرات برای حالت غیر مغناطیبه آورده شده است. در این جا مشاهده می شود که با توجه به پایین بودن دمای الکترون ها ضریب زاویه نمودار تغییرات الکترون بیشتر از یوزیترون می باشد در شکل C تغییرات نمایه چگالی الکترون ها و چگالی یوزیترون ها برای پلاسما مغناطیبه در دو قطبش راستگرد و چپگرد آورده شده است. مشاهده می شود که با اعمال میدان مغناطیسی شیب منحنی هر دو نوع قطبش تیزتر می شود چه برای چگالی یوزیترون و چه برای چگالی الکترونی. ولی راستگرد الکترونی تیزتر از چپگرد الکترونی بوده و بالعکس برای چگالی یوزیترون وضعیت چپگرد بهتر از راستگرد می باشد بنابراین با توجه به بالا بودن دمای یوزیترون ها و نیز کم بودن چگالی آن ها اثر الکترون ها غالب بوده و در کل وضعیت راستگرد بهتر از چپگرد می باشد در

که $\mathbf{J} = n_p e \mathbf{v}_p - n_{e1} e \mathbf{v}_{e1} - n_{e2} e \mathbf{v}_{e2}$ می باشد با جایگذاری چگالی ها و سرعت های سیالی مربوط به ذرات بار دار پلاسما در چگالی جریان و نیز با بسط تیلور عبارات شامل $|\bar{A}|^2$ خواهیم داشت:

$$-\frac{4\pi}{c} J = A \frac{\omega_{p1}^2}{c^2} \left(\frac{1}{1-\alpha} - \frac{1}{2(1-\alpha)^4} |\bar{A}|^2 - \frac{Q_{e1}}{2(1-\alpha)} |\bar{A}|^2 \right) + A \frac{\omega_{p2}^2}{c^2} \left(\frac{1}{1-\alpha} - \frac{1}{2(1-\alpha)^4} |\bar{A}|^2 - \frac{Q_{e2}}{2(1-\alpha)} |\bar{A}|^2 \right) + A \frac{\omega_{p3}^2}{c^2} \left(\frac{1}{1+\alpha} - \frac{1}{2(1+\alpha)^4} |\bar{A}|^2 - \frac{Q_p}{2(1+\alpha)} |\bar{A}|^2 \right) \quad (12)$$

که $\omega_{pj} = \sqrt{4\pi n_{0j} e^2 / m_0}$ فرکانس لانگمویر می باشد.

با جایگذاری چگالی جریان از معادله (12) و پتانسیل برداری از معادله (2) در رابطه (11)، معادله زیر برای انتشار موج الکترومغناطیسی به دست می آید:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \tilde{A} e^{-i\omega_0 t + ik_0 z} = k_p^2 \left[\frac{\omega_{p1}^2}{\omega_p^2} \left(\frac{1}{1-\alpha} - \frac{1}{2(1-\alpha)^4} |\bar{A}|^2 - \frac{Q_{e1}}{2(1-\alpha)} |\bar{A}|^2 \right) + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_p^2} \left(\frac{1}{1-\alpha} - \frac{1}{2(1-\alpha)^4} |\bar{A}|^2 - \frac{Q_{e2}}{2(1-\alpha)} |\bar{A}|^2 \right) + \frac{\omega_{p3}^2}{\omega_p^2} \left(\frac{1}{1+\alpha} - \frac{1}{2(1+\alpha)^4} |\bar{A}|^2 - \frac{Q_p}{2(1+\alpha)} |\bar{A}|^2 \right) \right] \tilde{A} e^{-i\omega_0 t + ik_0 z} \quad (13)$$

که $k_p^2 = \omega_p^2 / c^2$ و $\omega_p^2 = \omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2 + \omega_{p3}^2$ می باشد.

۳- دینامیک غیر خطی انتشار موج الکترومغناطیسی

در رژیم نسبیتی ضعیف، قسمت غیر خطی معادله موج (13) را می توان بر حسب پتانسیل برداری بی بعد بسط داده و با حفظ جملات مرتبه دوم به رابطه زیر رسید:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) a e^{i(k_0 z - \omega_0 t)} = k_p^2 \left[\frac{\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2}{\omega_p^2} \left(\frac{1}{1-\alpha} \right) + \frac{\omega_{p3}^2}{\omega_p^2} \left(\frac{1}{1+\alpha} \right) - |a|^2 N \right] a e^{i(k_0 z - \omega_0 t)} \quad (14)$$

که جمله غیر خطی توسط رابطه زیر تعریف می شود:

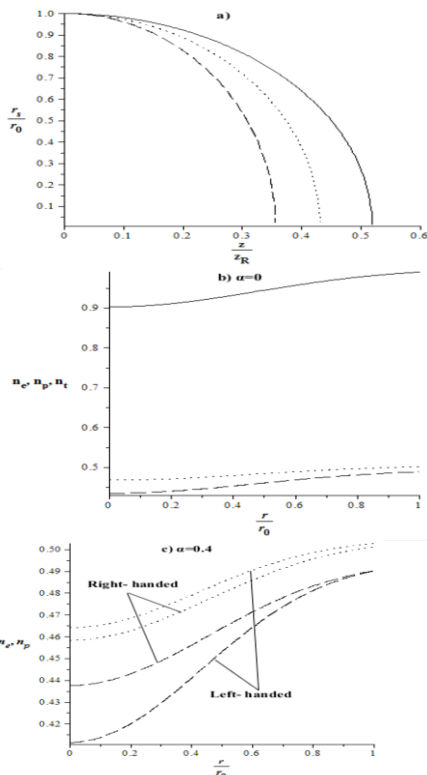
$$N = \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_p^2} \left(\frac{1}{2(1-\alpha)^4} + \frac{Q_{e1}}{2(1-\alpha)} \right) + \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_p^2} \left(\frac{1}{2(1-\alpha)^4} + \frac{Q_{e2}}{2(1-\alpha)} \right) + \frac{\omega_{p3}^2}{\omega_p^2} \left(\frac{1}{2(1+\alpha)^4} + \frac{Q_p}{2(1+\alpha)} \right)$$

که $a = e / m_0 c^2 \tilde{A}$ دامنه بی بعد پتانسیل برداری می باشد برای بدست آوردن تحولات لکه لیزری، روش بسط ولسته چشمه ای [6] مورد

استفاده قرار می گیرد یک مد گوسی به شکل

$$A(r, z) = \hat{A}(z) e^{-i\phi(z)} e^{ik_0 r^2 / 2R(z)} e^{-r^2 / r_s^2} \quad (15)$$

نظر می گیریم که ϕ ، \hat{A} ، R ، r_s به ترتیب لکه لیزری، شعاع انحنا، دامنه



شکل (۴) (a) تغییرات r_s / r_0 بر حسب z / Z_R ، (b) تغییرات چگالی نسبت به r / r_0 در حالت $\alpha = 0$ (c) تغییرات چگالی الکترون و پوزیترون نسبت به r / r_0 در حالت

$$\frac{\omega_{p1}}{\omega_0} = \frac{\omega_{p2}}{\omega_0} = 0.1, \frac{\omega_{p3}}{\omega_0} = 0.14, \alpha = 0.4$$

$$T_{e1} = T_{e2} = 50 \text{ keV}, T_p = 10 \text{ keV}, T_i = 0.5 \text{ keV}$$

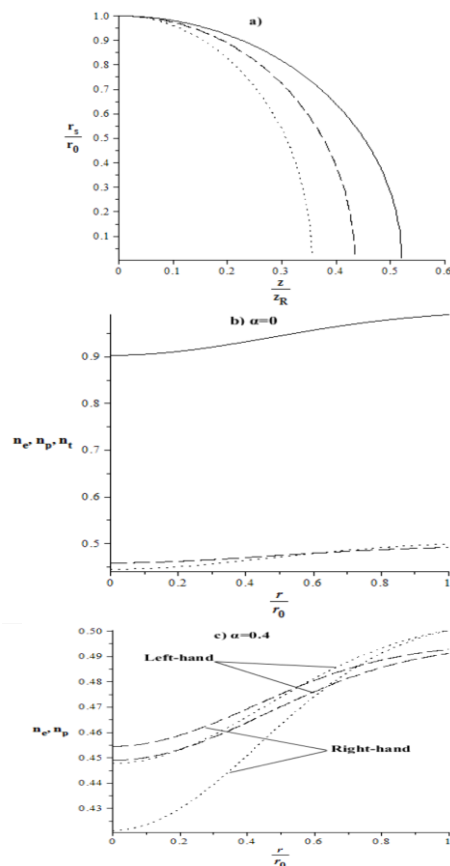
۵- نتیجه گیری

مسئله خودکلونگی لیزر در پلاسمای مغناطیسه الکترون-یون-پوزیترون داغ بررسی شد نشان داده شده است که برای حالتی که ترکیب چگالی ها نزدیک به پلاسمای زوج می باشد، دما نقش اساسی در رفتار پلاسمای مغناطیسه داغ دارد زمانی که دمای الکترون ها بیشتر باشد، قطبش چپگرد بهتر از راستگرد عمل می کند و برای حالتی که دمای پوزیترون ها بیشتر باشد، وضعیت خود همگرایی قطبش راستگرد بهتر از چپگرد خواهد بود.

مراجع

- [۱] S. A. Akhmanov, A. P. Sukhorukov, and R. V. Khokhlov; *Soviet Physics Uspekhi* 10, No. 5 609-634. 1968
- [۲] K. Krushelnick, S. Ting, C. I. Moore, H. R. Burris, E. Esarey, P. Sprangle, and M. Baine; *Phys. Rev. Lett* 78, No. 21 4047-4050. 1997
- [۳] P. Jha, R. K. Mishra, A. K. Upadhyaya and G. Raj; *Phys. Plasmas* 13, No. 11, 1031102-1-1031102-5. 2006
- [۴] H. Xiong, S. Liu and J. Liao; *Optik* 121, No. 18, 1680-1683. 2010
- [۵] N. Sepehri Javan and Jh. Nasirzadeh; *Phys. Plasma* 19, No. 12 112304-1, 112304-6. 2012
- [۶] E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting; *IEEE Journal of Quantum Electron* 33, No. 11 1879-1914. 1997

چگالی کل شیب منحنی راستگرد بیشتر از چپگرد بوده و در نتیجه وضعیت خود کلونگی در قطبش راستگرد بهتر می باشد. در شکل (۲) دمای الکترون ها بیشتر از پوزیترون ها می باشد مشاهده می شود که در حالت α رفتار قطبش راستگرد و چپگرد از هم متمایز می باشد. و با اعمال میدان مغناطیسی، در هر دو قطبش خود کلونگی بهتر می شود ولی وضعیت قطبش چپگرد از راستگرد بهتر می باشد. برای توجیه این امر نمایه چگالی الکترون ها و پوزیترون ها و نیز نمایه چگالی کل در اشکال b, c آورده است. در شکل b نمایه چگالی ذرات برای حالت غیر مغناطیسه آورده شده است. در این جا مشاهده می شود که با توجه به پایین بودن دمای پوزیترون ها شیب آن ها نسبت به الکترون ها بیشتر می باشد. در شکل c تغییرات نمایه چگالی الکترون ها و چگالی پوزیترون ها برای پلاسمای مغناطیسه در دو قطبش راستگرد و چپگرد آورده شده است. مشاهده می شود که با اعمال میدان مغناطیسی شیب منحنی هر دو نوع قطبش تیز تر می شود. چه برای چگالی پوزیترون و چه برای چگالی الکترونی. ولی شیب منحنی راستگرد الکترونی تیزتر از چپگرد الکترونی بوده و بالعکس برای چگالی پوزیترون وضعیت چپگرد بهتر از راستگرد می باشد. از طرفی با توجه به پایین بودن دمای پوزیترون ها اثر آن ها غالب بوده و در کل وضعیت چپگرد بهتر از راستگرد می باشد.



شکل (۴) (a) تغییرات r_s / r_0 بر حسب z / Z_R ، (b) تغییرات چگالی نسبت به r / r_0 در حالت $\alpha = 0$ (c) تغییرات چگالی الکترون و پوزیترون نسبت به r / r_0 در حالت

$$\frac{\omega_{p1}}{\omega_0} = \frac{\omega_{p2}}{\omega_0} = 0.1, \frac{\omega_{p3}}{\omega_0} = 0.14, \alpha = 0.4$$

$$T_p = 50 \text{ keV}, T_i = 0.5 \text{ keV}, T_{e1} = T_{e2} = 10 \text{ keV}$$