خود کانونگی باریکه لیزری در پلاسمای غیر ماکسولی مغناطیده

ناصر سپهری جوان و مینا حسین پور آزاد
گروه فیزیک، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

چکیده - خود کانونی شدن باریکه لیزری با قطبش دایروی در پلاسمای مغناطیده غیر ماکسولی بررسی شده است. براساس مدل دوسیالی نسبیتی معادله غیر خطی توصیف کننده تحولات دامنه کند تغییر بدست آمده است. تحولات لکه لیزری بررسی شده و تاثیر توزیع غیر ماکسولی چگالی بار بر لکه لیزری در نظر گرفته شده است. نشان داده شده است که وجود الکترون های فوق حرارتی سبب کاهش کیفیت خودکانونگی می شود.

کلید واژه –خودکانونی شدن ،شبه خنثی، غیرماکسولی، لکه لیزری، توزیع کاپا.

Self-focusing of an intense laser beam in the magnetized non-Maxwellian plasma

Nasser Sepehri Javan and Mina Hosseinporazad
Department of physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

Abstract- Self-focusing of an intense circularly-polarized laser pulse propagating through a magnetized non-maxwellian plasma is investigated. Based on a relativistic two-fluid model, nonlinear equation describing evaluation of slowly varying amplitude is obtained. The evolution of laser spot size is studied and effect of non-maxwellian distribution of charge density on the spot size is considered. It is shown that the existence of super-thermal electrons leads to the decreasing of the self-focusing quality.

Keywords: self-focusing, quasi-neutral, non-Maxwellian, spot size, kappa distribution.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]

۱-مقدمه

پدیده‌ی خود همگرایی باریکه‌ی لیزری در درون پلاسما به عنوان یک محیط غیر خطی، اثری است که در نتیجه‌ی اندر کنش لیزر با پلاسما روی می‌دهد [۱]. می‌توان گفت این پدیده یکی از مؤثرترین پدیده‌ها در یک پلاسمای کم چگال است و برای اولین بار در سال ۱۹۶۲ توسط آسکاریان برای محیط های اپتیکی غیر خطی کشف گردید [۲]. در واقع پدیده‌ی خود همگرایی در اثر تغییرات ضریب شکست تحت تأثیر تابش لیزری ایجاد می‌شود. محیطی که ضریب شکست آن با شدت میدان الکتریکی افزایش یابد به عنوان یک کانونی کننده برای یک باریکه لیزری عمل می‌کند. این اثر منشاء بسیاری از پدیده های جذاب دیگری است که سال‌های اخیر تعداد زیادی از دانشمندان را به خود مشغول ساخته است به صورت نظری مسئله ی خود کانونی شدن لیزر در پلاسمای سرد مغناطیده قبلا بررسی شده است[۳]. در مرجع [۴] با استفاده از تقریب شبه خنثی این مسئله برای پلاسمای داغ مغناطیده ماکسولی بررسی شده است. در این مقاله برای اولین بار در تقریب شبه خنثی پدیده خودکانونگی برای پلاسمای مغناطیده غیر ماکسولی با توزیع اولیه کاپا بررسی شده است[۵]. در یک پلاسمای گاز ایده-آل تعادلی تابع توزیع ذرات به صورت ماکسولی می باشد ولی نتایج تحقیقات تجربی نشان می دهد که در برخی موارد از جمله در مسائل مربوط به محیط‌های پلاسمایی یونسفر زمین ذرات در نواحی دم توزیع دارای انرژی های بیشتری نسبت به توزیع ماکسولی می باشند. از جمله این توابع توزیع غیر ماکسولی، توزیع کاپا می باشد [۶].

۲-معادلات اساسی

یک موج الکترومغناطیسی را در نظر بگیرید که در حال انتشار در یک پلاسمای مغناطیده می باشد. جهت انتشار موج در راستای میدان مغناطیسی خارجی $B_o\hat{\mathbf{e}}_z$ فرض شده است. با استفاده از معادلات ماکسول و معادلات سیالی نسبیتی برای اندازه حرکت عرضی الکترون های پلاسما داریم

$$\frac{\partial \mathbf{p}_e}{\partial t}+\frac{1}{m_0\gamma_e}(\mathbf{p}_e\cdot\nabla)\mathbf{p}_e=\frac{e}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}-\frac{e}{m_0\gamma_e c}\mathbf{p}_e\times\nabla\times\mathbf{A}-\frac{\omega_c}{\gamma_e}\mathbf{p}_e\times\hat{\mathbf{e}}_z \qquad (۱)$$

که m_0 جرم الکترون، $\gamma_e=\sqrt{1+p_e^2/m_0c^2}$ فاکتور نسبیتی لورنتس، $\mathbf{p}_e$ اندازه حرکت عرضی الکترون تحت تاثیر میدان لیزری، $\mathbf{A}$ پتانسیل برداری، ϕ پتانسیل اسکالر، k_B ثابت بولتزمن و $\omega_c=eB_0/m_0c$ فرکانس سیکلوترونی الکترون می باشد. پتانسیل برداری موج الکترومغناطیسی را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\mathbf{A}=\frac{1}{2}\tilde{A}(\hat{\mathbf{e}}_x+i\sigma\hat{\mathbf{e}}_y)\exp(-i\omega_0t+ik_0z)+c.c. \qquad (۲)$$

که ω_0 و k_0 به ترتیب فرکانس و عدد موج می‌باشد. $\sigma=+1,-1$ به ترتیب بر موج قطبیده دایروی راستگرد و چپگرد دلالت کرده و همچنین $\tilde{A}$ دامنه‌ی پتانسیل برداری کند تغییر نسبت به زمان و فضا می‌باشد. با قرار دادن معادله (۲) در معادله (۱) می‌توان نوشت [۴].

$$\bar{\mathbf{p}}_e=\bar{\mathbf{A}}/(1-\sigma\alpha/\gamma_e) \qquad (۳)$$

که در آن $\bar{\mathbf{p}}_e=\mathbf{p}_e/m_0c$ اندازه حرکت بی بعد و $\bar{\mathbf{A}}=e\mathbf{A}/m_0c^2$ پتانسیل برداری بی‌بعد می‌باشد.

چگالی عددی ذرات پلاسما با در نظر گرفتن تابع توزیع اولیه ماکسولی برای ذرات در مرجع [۴] به شکل زیر حاصل شده است

$$n_e=n_{0e}\exp[\Phi-\beta_e(\gamma_e-1-\frac{\sigma\alpha}{2\gamma_e^2}|\bar{\mathbf{p}}_e^2|)] \qquad (۴)$$

$$n_i=n_{0i}\exp(-\delta\Phi) \qquad (۵)$$

که در روابط بالا، $\beta_e=c^2/v_{te}^2$، $v_{te}=(k_BT_e/m_0)^{1/2}$ سرعت حرارتی بوده، T_e دمای الکترون، $\delta=T_e/T_i$، T_i دمای یون و $\Phi=e\varphi/k_BT_e$ پتانسیل عددی بی بعد می باشد. لازم به ذکر است که از حرکت نوسانی یون های سنگین تحت تاثیرمیدان های لیزری صرفنظر شده است . در تقریب شبه خنثی ($n_i=n_e$) پس از محاسبه پتانسیل اسکالر می‌توان به روابط زیر برای چگالی ذرات رسید

$$n_e=n_i=n_0\exp[-\chi(\gamma_e-1-\frac{\sigma\alpha|\bar{\mathbf{p}}_e|^2}{2\gamma_e^2})] \qquad (۶)$$

که، $\chi=\frac{\beta_e}{1+\delta^{-1}}$ می باشد.

در این جا تابع توزیع غیر ماکسولی کاپا را در حالت تعادلی به شکل زیر در نظر می گیریم

$$f_k(\upsilon)=\frac{1}{(\pi\kappa\theta^2)^{\frac{3}{2}}}\frac{\Gamma(\kappa+1)}{\Gamma(\kappa-\frac{1}{2})}(1+\frac{\upsilon^2}{\kappa\theta^2})^{-(\kappa+1)} \qquad (۷)$$

که υ سرعت، $\Gamma(x)$ تابع گاما و $\theta=[(k-\frac{3}{2})/k]^{1/2}\upsilon_t$ سرعت حرارتی نرمالیزه می‌باشد. با مقایسه تابع توزیع کاپای تعادلی با معادلات (۴) و (۵) مربوط به توزیع دینامیکی ماکسولی می توان نتیجه گرفت که در حالت دینامیکی برای توزیع کاپا باید داشته باشیم

$$f_k(\upsilon_e)=\frac{N_0}{(\pi\kappa_e\theta_e^2)^{\frac{3}{2}}}\frac{\Gamma(\kappa_e+1)}{\Gamma(\kappa_e-\frac{1}{2})}\left[1+\frac{\upsilon_e^2-2e\varphi/m_e+2c^2(\gamma_e-1-\frac{\sigma\alpha}{2\gamma_e^2}|\bar{\mathbf{p}}_e^2|)}{\kappa_e\theta_e^2}\right]^{-(\kappa_e+1)} \qquad (۸)$$

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]

$$f_k(\upsilon_i)=\frac{N_0}{(\pi\kappa_i\theta_i^2)^{\frac{3}{2}}}\frac{\Gamma(\kappa_i+1)}{\Gamma(\kappa_i-\frac{1}{2})}(1+\frac{\upsilon_i^2+2e\varphi_{sc}/m_i}{\kappa_i\theta_i^2})^{-(\kappa_i+1)} \quad (۹)$$

پس از انتگرال گیری از این تابع توزیع در فضای سرعت می توان به معادلات زیر برای چگالی ذرات رسید

$$n_e(\Phi)=n_0[1-\frac{\Phi-\beta_e(\gamma_e-1-\frac{\alpha\sigma}{2\gamma_e^2}|\overline{\mathbf{p}}_e|^2)}{(\kappa_e-3/2)}]^{-(\kappa_e-1/2)} \quad (۱۰)$$

$$n_i(\Phi)=n_0[1+\frac{\delta\Phi}{(\kappa_i-3/2)}]^{-(\kappa_i-1/2)} \quad (۱۱)$$

توجه داشته باشید که برای kهای بزرگ همان توزیع ماکسولی را خواهیم داشت. در تقریب شبه خنثی ($n_i=n_e$) با بسط تیلور چگالیهای ذرات برای شدتهای نسبیتی ضعیف، پس از محاسبه پتانسیل اسکالر می‌توان به روابط زیر برای چگالی ذرات رسید

$$n_e(\Phi)=n_0[1-\frac{1}{2}|\overline{\mathbf{A}}|^2\ Q]^{-(\kappa_e-1/2)} \quad (۱۲)$$

$$Q=\frac{\{(-\kappa_e+\frac{1}{2})(\kappa_i-\frac{3}{2})\}-\{(-\kappa_e+\frac{1}{2})(\kappa_i-\frac{3}{2})+\delta(-\kappa_i+\frac{1}{2})(\kappa_e-\frac{3}{2})\}}{\{(-\kappa_e+\frac{1}{2})(\kappa_e-\frac{3}{2})(\kappa_i-\frac{3}{2})+\delta(-\kappa_i+\frac{1}{2})(\kappa_e-\frac{3}{2})^2)\}}\times$$
$$\times\frac{\beta_e}{(1-\alpha\sigma)} \quad (۱۳)$$

با استفاده از معادلات ماکسول معادله موج زیر را داریم

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}-\nabla^2\mathbf{A}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{J} \quad (۱۴)$$

که، $\mathbf{J}=-n_e e\mathbf{v}_e$ می‌باشد.

از معادله (۳) برای سرعت الکترونها بدست می آوریم

$$\mathbf{v}_e=\frac{e}{m_0 c}\frac{\mathbf{A}}{\gamma_e-\sigma\alpha} \quad (۱۵)$$

همچنین، فاکتور های لورنتس مربوط به الکترون ها را در تقریب نسبیتی ضعیف می‌توان به شکل زیر نوشت

$$\gamma_e\approx\sqrt{1+|\overline{\mathbf{A}}|^2/(1-\sigma\alpha)^2} \quad (۱۶)$$

با جایگذاری چگالی و سرعت سیالی در چگالی جریان و نیز با بسط تیلور خواهیم داشت:

$$-\frac{4\pi}{c}\mathbf{J}=\frac{\omega_p^2}{c^2}\frac{\mathbf{A}}{(\gamma_e-\alpha\sigma)}[1-\frac{1}{2}(-\kappa_e+\frac{1}{2})|\overline{\mathbf{A}}|^2\ Q] \quad (۱۷)$$

که، $\omega_p=\sqrt{4\pi n_0 e^2/m_0}$ فرکانس لانگمویر می باشد.

می باشد.

۳-دینامیک غیرخطی انتشار لیزر

با جایگذاری چگالی جریان از معادله (۱۷) و پتانسیل برداری از معادله (۲) در رابطه (۱۴)، برای انتشار موج الکترومغناطیسی با حفظ جملات مرتبه دوم دامنه‌ی لیزر می‌توان به معادله زیر رسید

$$\left(\nabla^2-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)ae^{i(k_0z-\omega_0t)}= \quad (18)$$
$$k_p^2\left[\frac{c^2}{\omega_p^2}\left(\frac{1}{1-\sigma\alpha}\right)-|a|^2\ N\right]ae^{i(k_0z-\omega_0t)}$$

که جمله غیر خطی توسط رابطه زیر تعریف می شود:

$$N=\frac{1}{2}\frac{Q}{1-\alpha\sigma}(-\kappa_e+\frac{1}{2})+\frac{1}{2}\frac{1}{(1-\alpha\sigma)^4} \quad (۱۹)$$

که، $k_p^2=\omega_p^2/c^2$ و $a=e/m_0c^2\widetilde{A}$ دامنه بی بعد پتانسیل برداری می باشد. برای بدست آوردن تحولات لکه لیزری روش بسط مستقل چشمه ای [۷] مورد استفاده قرار می گیرد. یک مد گوسی به صورت

$$A(r,z)=\hat{A}(z)e^{-i\phi(z)}e^{ik_0r^2/2R(z)}e^{-r^2/r_s^2} \quad (۲۰)$$

در نظر می گیریم که r_s ، R ، $\hat{A}$ ، ϕ به ترتیب لکه لیزری، شعاع انحنا، دامنه و فاز باریکه لیزری گوسی می باشند. با استفاده از این روش معادله تحولات لکه لیزری را می توان به صورت زیر نوشت

$$\partial^2r_s/\partial z^2=4/k_0^2r_s^3(1-k_p^2a_0^2r_0^2N/8) \quad (۲۱)$$

که a_0 دامنه اولیه موج قطبشی و r_0 کمره باریکه آن می باشد. برای تحولات لکه لیزری در پلاسما داریم

$$r_s^2/r_0^2=1+(1-p/p_{cm})z^2/Z_R^2 \quad (۲۲)$$

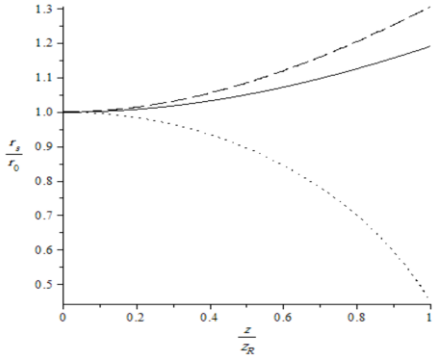
که در آن $z_R=k_0^2r_0^2/2$ طول رایله و $p/p_{cm}=k_p^2a_0^2r_0^2N/8$ می باشد. p_{cm} توان استانه برای خود کانونگی غیر خطی موج قطبیده در پلاسمای مغناطیده داغ می باشد که مقدار آن برابر با $p_{cm}=\frac{2\pi^2c^2m^2}{k_{p0}^2\lambda e^2N}$ و $\lambda=2\pi c/\omega$ طول موج قطبیده می باشد.

۴-بحث عددی

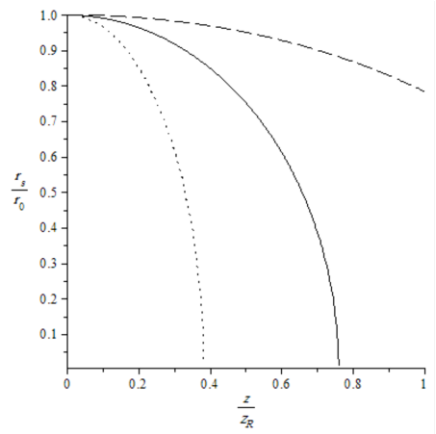
لیزر Nd:YaG $\omega_0=1.88\times10^{15}s^{-1}$ (طول موج $\lambda=1.064\mu m$)، دامنه $a_0=0.1$ (متناظر با شدت $I\approx1.4\times10^{16}W/cm^2$) و کمره باریکه $r_0=15\mu m$ را در نظر می گیریم همچنین $T_e=10keV$ $T_i=5keV$ و $\omega_p=0.1\omega_0$ می باشد در شکل(۱) ، تغییرات لکه لیزری بی بعد r_s/r_0 بر حسب طول بی بعد z/z_R آورده شده است. در این شکل نمودار توپر مربوط به حالت پلاسمای

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]

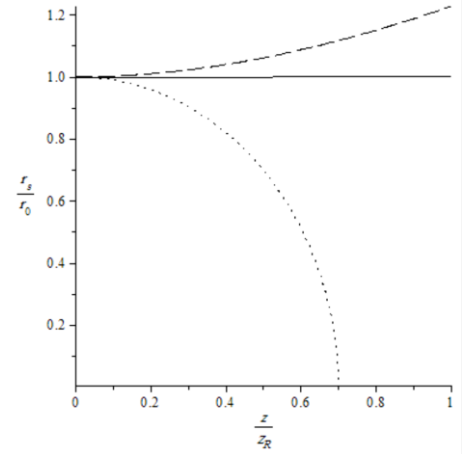
غیر مغناطیده و نمودارهای نقطه چین مربوط به قطبش راستگرد $\sigma=1$ با $\alpha=0.4$ و نمودار های خط چین مربوط به قطبش چپگرد $\sigma=-1$ با $\alpha=0.4$ می‌باشد. در این حالت پارامتر کاپا برای یون ها بیشتر از الکترون ها می باشد. مشاهده می‌شود که در این وضعیت رفتار قطبش راستگرد و چپگرد از هم متمایز می باشد و با اعمال میدان مغناطیسی، در قطبش راستگرد خود کانونگی بهتر می شود ولی وضعیت قطبش چپگرد بدتر می شود. در شکل (۲) پارامتر کاپا برای الکترون ها بیشتر از یون ها می‌باشد. مشاهده می‌شود که در این حالت با اعمال میدان مغناطیسی، در قطبش راستگرد خود کانونگی بهتر می شود ولی وضعیت قطبش چپگرد بدتر می شود ولی در کل وضعیت برای هر دو نوع قطبش نسبت به شکل قبل بهتر شده است. این بدان علت است که با افزایش کاپای الکترون تعداد الکترون های فوق حرارتی کمتر شده و با کاهش بی نظمی حرارتی وضعیت خود کانونگی بهتر می شود. در شکل (۳) که به ازای $k_i=k_e=1000$ رسم شده است، با مقایسه این شکل با مرجع [۴] ملاحظه می گردد رفتار پلاسما منطبق بر حالتی است که باید در توزیع ماکسولی داشت، که البته با توجه به مقدار زیاد پارامتر کاپا قابل انتظار است.



شکل(۱): تغییرات r_s/r_0 بر حسب z/z_R. $\omega_p/\omega_0=0.1$ و $T_i=5keV$، $T_e=10keV$ و $k_i=3, k_e=2$. نمودار توپر مربوط به حالت پلاسمای غیر مغناطیده و نمودارهای نقطه چین مربوط به قطبش راستگرد $\sigma=1$ با $\alpha=0.4$ و نمودار های خط چین مربوط به قطبش چپگرد $\sigma=-1$ با $\alpha=0.4$.



شکل(۲): تغییرات r_s/r_0 بر حسب z/z_R. $\omega_p/\omega_0=0.1$ و $T_i=5keV$، $T_e=10keV$ و $k_i=2, k_e=3$. نمودار توپر مربوط به حالت پلاسمای غیر مغناطیده و نمودارهای نقطه چین مربوط به قطبش راستگرد $\sigma=1$ با $\alpha=0.4$ و نمودار های خط چین مربوط به قطبش چپگرد $\sigma=-1$ با $\alpha=0.4$.



شکل(۳): تغییرات r_s/r_0 بر حسب z/z_R. $\omega_p/\omega_0=0.1$ و $T_i=5keV$، $T_e=10keV$ و $k_i=1000, k_e=1000$. نمودار توپر مربوط به حالت پلاسمای غیر مغناطیده و نمودارهای نقطه چین مربوط به قطبش راستگرد $\sigma=1$ با $\alpha=0.4$ و نمودار های خط چین مربوط به قطبش چپگرد $\sigma=-1$ با $\alpha=0.4$

۵-نتیجه گیری

مسئله خودکانونگی لیزر در پلاسمای مغناطیده الکترون-یون داغ برای یک توزیع غیر ماکسولی کاپا بررسی شد. نشان داده شده است که برای حالتی که پارامتر کاپای الکترون ها بیشتر از یون ها باشد به علت وجود الکترون های پر انرژی یا فوق حرارتی نیروی فشار ناشی از دما باعث کم شدن اثر نیروی اثر گذار شده و وضعیت خود همگرایی در هر دو نوع قطبش راستگرد و چپگرد بدتر می شود.

مراجع

[1] Hora, H. 2000. *Laser Plasma Physics: Forces and the nonlinearity principle*. SPIE Press, p.217.

[2] Askaryan, G.A. 1962. Soviet Physics. J. Exp. Theo. Phys. **15** 1088-1090.

[3] P. Jha, R. K. Mishra, A. K. Upadhyaya and G. Raj. Phys.Plasmas **13**, No. 11 (2006) 1031102-1-1031102-5.

[4] N. Sepehri Javan and Jh. Nasirzadeh. *Phys. Plasma* **19**, No. 12 (2012) 112304-1,112304-6.

[5] T.K. Baluku, M. A. Hellberg, I. Kourakis, and N. s. saini, Phys. Plasmas**17**, 053702(2010)

[6] V. M. Vasyliunas, J. Geophys. Res. **98**, 2839 (1968).

[7] E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting. *IEEE. Journal of Quantom Electron* **33**, No. 11 (1997) 1879-1914.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-20]