بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

درهم تنیدگی یک سامانه ی دو اتمی درحضور یک نانو ذره‌ی کروی نقره

رؤیا ممبینی گوداژدر[۱]، احسان عموقربان[۳،۲،۱]، علی مهدی‌فر[۴،۲،۱]

[۱] دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

[۲] گروه پژوهشی فوتونیک، دانشگاه شهرکرد

[۳] مرکز تحقیقات نانوتکنولوژی، دانشگاه شهرکرد

[۴] گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان

چکیده – در این مقاله به بررسی درهم تنیدگی دو اتم دوترازی در مجاورت یک نانو ذره کروی از جنس نقره می‌پردازیم. با به کاربردن معادله‌ی فون نیومن و استفاده ازتانسور گرین الکترومغناطیسی متناظر با یک کره‌ی دی‌الکتریک جاذب و پاشنده، آهنگ‌های واپاشی و جابجایی لمب سامانه‌ی اتمی را بدست می‌آوریم. سپس با به‌کاربردن سنجه‌ی تلاقی به محاسبه‌ی درجه‌ی درهم‌تنیدگی سامانه‌ی اتمی می‌پردازیم. مشاهده خواهیم کرد که در نزدیکی بسامد برانگیختگی پلاریتون پلاسمون‌های جایگزیده، آهنگ های واپاشی به شدت افزایش می‌یابد در حالی‌که مقدار تلاقی تقریبا برابر صفر است.

کلید واژه-آهنگ واپاشی، پلاریتون-پلاسمون‌های جایگزیده، تلاقی، درهم‌تنیدگی

The entanglement of a two atomic system in the presence of a spherical silver nanoparticle

Roya Mombeiny Godazhdar, Ehsan Amooghorban, Ali Mahdifar
roya.m.g72@gmail.com, amoghorban@gmail.com, ali.mahdifar@gmail.com

Abstract - In this paper, we study the entanglement of two level atoms near a spherical silver nanoparticle. By employing the Von Neumann equation and making use of the electromagnetic Green tensor associated with a dispersive and dissipative dielectric sphere, the decay rates and the Lamb shift of the atomic system are obtained. Then, by using the concurrence measure, we calculate the degree of entanglement of the atomic system. We observe that decay rates severely increase near the excitation frequency of the localized Polariton-Plasmons, while the concurrence value is nearly zero.

keywords- Decay rates, Localized Polariton-Plasmons, Concurrence, Entanglement

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-24]

۱- مقدمه

امروزه درهم‌تنیدگی یکی از چشم‌گیرترین ویژگی‌های مکانیک کوانتومی است که توجه بسیاری از پژوهشگران را در حوزه‌های مختلف به خصوص در زمینه‌ی نظریه‌ی اطلاعات و ارتباطات کوانتومی به خود جلب کرده است[۱]. در واقع، درهم‌تنیدگی نوعی هم‌بستگی کوانتومی است که مشابه کلاسیکی ندارد. درهم‌تنیدگی باعث می‌شود که شناخت کامل حالت یک سامانه‌ی مرکب کوانتومی، برای شناخت حالت‌های هر یک از زیر بخش‌های آن کافی نباشد. به‌طور کلی، یک سامانه‌ی مخلوط دوبخشی که توسط عملگر چگالی ρ_{AB} توصیف می‌شود را جداپذیر می‌گوییم، اگر عملگر مزبور را بتوان به صورت $\rho_{AB}=\sum_i P^i \rho_A^i \otimes \rho_B^i$ نوشت که در آن $P^i \geq 0$، $\sum_i P^i = 1$ و $\rho_{A(B)}^i$ عملگرهای چگالی زیر سامانه A(B) هستند[۲]. در عمل، تعیین این که سامانه‌های با حالت‌های کاملا دلخواه را می‌توان به شکل جداپذیر نوشت و یا نه بسیار مشکل است. در این مقاله، با توجه به این که محیط مادی مورد مطالعه یک محیط جاذب و پاشنده است، بنابراین با سامانه‌های نوفه‌ای و مخلوط آماری سروکار داریم. از این رو، به سنجه‌ای مناسب برای تعیین درجه درهم‌تنیدگی نیاز داریم. برای سامانه های مخلوط آماری با بعد فضای هیلبرت 2×2 مناسب‌ترین سنجه‌ها تلاقی و منفیت هستند[۳]. دراین‌جا با بکار بردن سنجه‌ی تلاقی به بررسی درهم‌تنیدگی دو اتم دوترازی می‌پردازیم که در نزدیکی یک نانو ذره‌ی کروی نقره واقع شده‌اند. با توجه به امکان برانگیخته شدن پلاریتون-پلاسمون‌های جایگزیده در این نانو ذره‌ی فلزی، انتظار داریم که با تغییر چگالی مدهای تابشی، آهنگ‌های واپاشی به شدت تغییر کنند.

۲-روابط پایه

سامانه‌ی مورد مطالعه در این مقاله از دو اتم دو ترازی با بسامدهای گذار یکسان ω_0 تشکیل شده که یکی از اتم‌ها در حالت برانگیخته و دیگری در حالت پایه به سر می‌برد. فرض می‌کنیم که سامانه‌ی مزبور در نزدیکی یک نانو ذره‌ی کروی نقره به شعاع a قرار دارد، به طوری‌که فاصله‌ی دو اتم از مرکز نانو ذره یکسان و برابر r باشد. به منظور توصیف دینامیک این سامانه از معادله‌ی فون-نیومن زیر استفاده می‌کنیم[۴]:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=-i\omega_0\sum_j\left[s_j^z,\rho\right]-i\sum_{i,j}\Omega_{i,j}\left[s_i^+s_j^-,\rho\right] -\sum_{i,j}\gamma_{ij}\left[s_i^+s_j^-\rho-2s_j^-\rho s_i^++\rho s_i^+s_j^-\right], \qquad (۱)$$

که در آن، $s_j^+=\left|e_j\right\rangle\left\langle g_j\right|$ عملگر بالابرنده، $s_j^-=\left|g_j\right\rangle\left\langle e_j\right|$ عملگر پایین آورنده، $s_j^z=\frac{1}{2}\left(\left|e_j\right\rangle\left\langle e_j\right|-\left|g_j\right\rangle\left\langle g_j\right|\right)$ و $\left|g_j\right\rangle$ و $\left|e_j\right\rangle$ به ترتیب ویژه حالت‌های متناظر با تراز پایه و برانگیخته اتم j ام است. در این‌جا پارامتر γ_{ij} به‌ازای $(i=j)$ توصیف کننده‌ی آهنگ گسیل خودبه خودی اتم j ام و برای $(i\neq j)$ بیانگر آهنگ واپاشی دسته جمعی اتم‌ها است. این پارامتر برحسب تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه به شکل زیر تعریف می‌شود[۵]:

$$\gamma_{ij}=\frac{2}{\varepsilon_0}\mathrm{Im}\left[\frac{\omega_0}{c^2}\frac{1}{\hbar}\,p_i\bar{\bar{G}}(\mathrm{r_i},\mathrm{r_j},\omega_0)\,p_j^{\,*}\right]. \qquad (۲)$$

به‌علاوه، پارامتر Ω_{ij} به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\Omega_{ij}=-\frac{1}{\varepsilon_0}\mathrm{Re}\left[\frac{\omega_0}{c^2}\frac{1}{\hbar}\,p_i\bar{\bar{G}}(\mathrm{r_i},\mathrm{r_j},\omega_0)\,p_j^{\,*}\right]. \qquad (۳)$$

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-24]

دراین‌جا، پارامتر Ω_{ij} به‌ازای $(i=j)$ توصیف کننده‌ی جابه‌جایی لمب تراز i ام و برای $(i\neq j)$ نشان دهنده‌ی برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی بین اتم‌ها است. در ادامه به منظور محاسبه‌ی درجه‌ی درهم‌تنیدگی سامانه ی اتمی به معرفی سنجه‌ی تلاقی می‌پردازیم. این سنجه برحسب ویژه مقادیر λ_i ماتریس $\rho\tilde{\rho}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C=\max(0,\sqrt{\lambda_1}-\sqrt{\lambda_2}-\sqrt{\lambda_3}-\sqrt{\lambda_4}), \qquad (۴)$$

که درآن ρ ماتریس چگالی کاهش یافته‌ی اتمی و $\tilde{\rho}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{\rho}=\sigma_y\otimes\sigma_y\rho^*\sigma_y\otimes\sigma_y.$$

در این‌جا، σ_y بیانگر مولفه‌ی y ماتریس پائولی است. به سادگی می توان نشان داد که با یافتن پاسخ‌های رابطه‌ی (۱) و جایگذاری آن‌ها در رابطه‌ی (۴)، تلاقی به شکل زیر نوشته می شود[۵]:

$$C(t)=e^{-\gamma_s t}\sqrt{\sinh^2(\gamma_c)+\sin^2(2\Omega_c t)}, \qquad (۵)$$

که در آن پارامترهای γ_s، γ_c، Ω_s و Ω_c به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\gamma_s=\gamma_{11}=\gamma_{22}, \qquad \gamma_c=\gamma_{12}=\gamma_{21}, \qquad (۶)$$
$$\Omega_s=\Omega_{11}=\Omega_{22}, \qquad \Omega_c=\Omega_{12}=\Omega_{21}.$$

از روابط بالا مشاهده می کنیم که با دراختیار داشتن تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه، سنجه‌ی تلاقی به‌دست می‌آید. از این‌رو در ادامه به محاسبه‌ی تانسور گرین سامانه می‌پردازیم. با بکار بردن روش برهم‌نهی پراکننده، تانسور گرین سامانه به صورت زیر نوشته می‌شود[۶]:

$$\bar{G}_e^{fs}(r,r')=\bar{G}_{0e}(r,r')\delta_f^s+\bar{G}_{es}^{(fs)}(r,r'), \qquad (۷)$$

که در آن $\bar{G}_{0e}(r,r')$ تانسور گرین خلا و $\bar{G}_{es}^{(fs)}(r,r')$ تانسور گرین پراکننده از یک کره‌ی دی‌الکتریک است که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\bar{G}_{0e}(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\frac{\hat{r}\hat{r}}{k_s^2}\delta(r-r')+\frac{ik_s}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(2-\delta_m^0)\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{(n-m)!}{(n+m)!}$$
$$\times\left(\mathbf{M}_{mn}^{(1)}(k_s)\mathbf{M}'_{mn}(k_s)+\mathbf{N}_{mn}^{(1)}(k_s)\mathbf{N}'_{mn}(k_s)\right), \qquad (۸)$$

$$\bar{G}_{es}(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\frac{ik_1}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(2-\delta_m^0)\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{(n-m)!}{(n+m)!} \qquad (۹)$$
$$\times\left(B_M{}^{11}\mathbf{M}_{mn}^{(1)}(k_1)\mathbf{M}'^{(1)}_{mn}(k_1)+B_N{}^{11}\mathbf{N}_{mn}^{(1)}(k_1)\mathbf{N}'^{(1)}_{mn}(k_1)\right).$$

در این‌جا علامت پرایم نشان دهنده‌ی مختصات چشمه و عبارت‌های بدون پرایم بیانگر نقاط میدان، $\mathbf{M}$ و $\mathbf{N}$ توابع موج برداری کروی و $B_{M,N}^{11}$ ضرایب بازتاب تعمیم یافته‌ای هستند که جزئیات آن‌ها در مرجع[۶] آمده است. برای سادگی محاسبات، یک اتم را در راستای مثبت محور z، $\mathbf{r}_{A_1}=r\hat{z}$، و اتم دیگر را در جهت منفی محور z، $\mathbf{r}_{A_2}=-r\hat{z}$، درنظر می‌گیریم. با استفاده از این نکته، اکنون می‌توان زوایای قطبی θ و θ' در تانسور گرین (۸) و (۹) را برابر مقدار 0 و π قرار دارد و به عبارت‌های ساده شده‌ای برای تانسور گرین رسید[۵]. اکنون با در نظر گرفتن نکات بالا و جایگذاری روابط (۸) و (۹) در رابطه‌ی (۶) و انجام محاسبات طولانی خواهیم داشت:

$$\gamma_{11,rr}=\frac{6\pi}{\omega}\mathrm{Im}\left[\frac{ik}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)n(n+1)}{k^2r^2}\{h(kr)J(kr)+B_N^{11}h^2(kr)\}\right],$$

$$\gamma_{12,rr}=\frac{6\pi}{\omega}\mathrm{Im}\left[\frac{ik}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)n(n+1)}{k^2r^2}(-1)^n\{h(kr)J(kr)+B_N^{11}h^2(kr)\}\right],$$

$$\Omega_{12,rr}=-\frac{3\pi}{\omega}\mathrm{Re}\left[\frac{ik}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)n(n+1)}{kr_1kr_2}(-1)^n\{h(kr)J(kr)+B_N^{11}h^2(kr)\}\right].$$

در روابط بالا، فرض شده است که گشتاور دوقطبی اتم‌ها در راستای عمود بر سطح نانو ذره، یعنی در راستای شعاعی قرار دارند. به‌طور مشابه، پارامترهای مزبور برای

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.
[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-24]

وضعیتی‌که گشتاور دوقطبی اتم‌ها در راستای مماس بر سطح نانو ذره هستند به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\gamma_{11,\theta\theta}=\frac{6\pi}{\omega}\mathrm{Im}\left[\frac{ik}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)}{2}\left\{h(kr)J(kr)+dh(kr)dJ(kr)+B_M^{11}h^2(kr)+B_N^{11}dh^2(kr)\right\}\right],$$

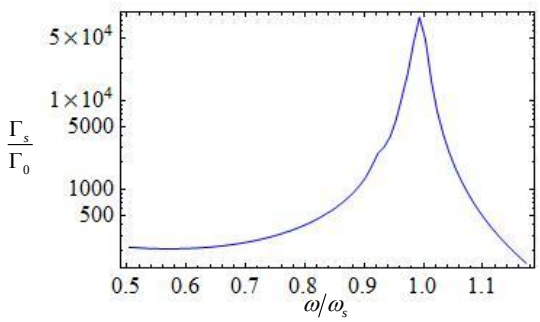
$$\gamma_{12,\theta\theta}=\frac{6\pi}{\omega}\mathrm{Im}\left[\frac{ik}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)}{2}(-1)^{n+1}\left\{h(kr)J(kr)+dh(kr)dJ(kr)+B_M^{11}h^2(kr)+B_N^{11}dh^2(kr)\right\}\right],$$

$$\Omega_{12,\theta\theta}=-\frac{3\pi}{\omega}\mathrm{Re}\left[\frac{ik}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)}{2}(-1)^{n+1}\left\{h(kr)J(kr)+dh(kr)dJ(kr)+B_M^{11}h^2(kr)+B_N^{11}dh^2(kr)\right\}\right].$$

حال با جایگذاری روابط بالا در رابطه‌ی (۵) سنجه‌ی تلاقی به دست می آید.

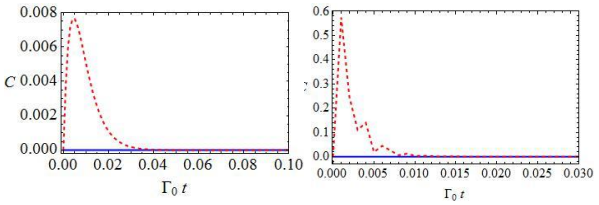
۳-نتایج عددی و نتیجه گیری

با توجه به پیچیدگی روابط بالا در این بخش به محاسبات عددی آهنگ گسیل خودبه‌خودی و سنجه‌ی تلاقی می‌پردازیم. بدین منظور نانو ذره‌ی نقره را توسط الگوی لورنتس $\varepsilon_m=\varepsilon_\infty-\omega_p^2/\left(\omega^2-i\gamma_e\omega\right)$ الگوسازی می‌کنیم که در آن ε_∞ گذردهی الکتریکی ایستا، ω_p بسامد پلاسما و γ_e ضریب جذب نانو ذره هستند. دراین‌جا، $\varepsilon_\infty=6$، $\omega_p=7.90ev$، $\gamma_e=51mev$، $\gamma_m=75mev$ و $a=20nm$ و $r=22nm$ است[۷].



شکل ۱: آهنگ گسیل خودبه‌خودی بدون بعد Γ_s/Γ_0 برحسب بسامد بدون بعد ω/ω_s. در این جا Γ_0 آهنگ گسیل خودبه‌خودی اتم مزبور در خلاء است.

در شکل ۱ آهنگ گسیل خودبه‌خودی اتم برانگیخته در مجاورت نانو ذره‌ی نقره رسم شده است. مشاهده می‌شود که آهنگ گسیل خودبه‌خودی در بسامد برانگیختگی پلاسمون‌های جایگزیده $\omega_s=7.90/\sqrt{1+\varepsilon_\infty}\,ev$ به دلیل افزایش چگالی مدهای تابشی به شدت افزایش می‌یابد.



شکل ۲: نمودار تلاقی برحسب زمان بدون بعد $\Gamma_0 t$. شکل راست (چپ) مربوط به وضعیتی است که گشتاور دوقطبی اتم‌ها در راستای شعاعی (مماسی) بر سطح کره است.

در شکل ۲ نتایج عددی سنجه‌ی تلاقی (۵)، برحسب زمان بدون بعد $\Gamma_0 t$ و فرض این‌که دو اتم دو ترازی در وضعیت اولیه درهم تنیده نیستند، رسم شده است. برخلاف انتظارمان مشاهده می‌کنیم که تلاقی در نزدیکی بسامد پلاریتون-پلاسمون برانگیخته، $\omega=\omega_s$، تقریبا برابر صفر است (منحنی‌های آبی رنگ). زیرا به سادگی می‌توان دید که بسامد پلاریتون-پلاسمون جایگزیده در ناحیه‌ی جذب نانو ذره قرار می‌گیرد. در نتیجه، فرآیند جذب بر فرآیندهای تابشی و مدهای جایگزیده سطحی در نانو ذره غالب می‌شود و درهم‌تنیدگی به شدت کاهش می‌یابد. درحالی‌که در منحنی‌های قرمز رنگ، برای وضعیتی که بسامد گذار اتم‌ها در نواحی دور از بسامد پلاریتون-پلاسمون جایگزیده است، یعنی $\omega=0.1\omega_s$، هم‌بستگی بین اتم‌ها وجود دارد. راهکاری که می‌توان برای ایجاد درهم‌تنیدگی در چنین سامانه‌ای مطرح کرد استفاده از نانو ذرات نقره غشایی به‌جای نانو ذره صلب است. زیرا در این نانو ذرات بسامد پلاریتون-پلاسمون جایگزیده به نواحی دور از ناحیه جذب نانو ذره منتقل می‌شود.

مرجع‌ها

[1] C. H. Bennett, and S. J. Wiesner, Phys. Rev. Lett. **69**, 2881 (1992).
[2] E. Boukobza and D. Tannor, Phys. Rev. A **71**, 063821 (2005).
[3] W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. **80**, 2245 (1998).
[4] S. A. Biehs and G.S. Agarwal, Phys. Rev. A **96,** 022308 (2017).
[5] E. Amooghorban and E. Aleebrahim, Phys. Rev. A **96,** 012339 (2017).
[6] L. Li, P. Kooi, M. Leong, T. Yeo, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **42**, 2302 (1994).
[7] B. Bellomo and R. Messina, Phys. Rev. A **87,** 012101 (2013).

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.
[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-24]