



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شیراز،  
شیراز، ایران.  
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷



## اثر میدان مغناطیسی بر رفتار حالت‌های اسپینی و وابستگی آن به تراز انرژی در سیلیسن

سارا راستگو، فواد پارسایی

[rastgoo@sirjantech.ac.ir](mailto:rastgoo@sirjantech.ac.ir)

[fparsaei@gmail.com](mailto:fparsaei@gmail.com)

بخش فیزیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران

چکیده- در این مقاله رفتار زمانی قطبش اسپین الکترون  $\pi$  در سیلیسن بررسی می‌شود. میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی عمود بر ورقه سیلیسن در نظر گرفته می‌شود. عملگر تحول زمانی را نوشته و با در نظر گرفتن یک حالت اولیه، حالت تحول یافته را به دست می‌آوریم. سپس به کمک تعریف قطبش اسپینی، رفتار زمانی مؤلفه‌های اسپین الکترون را به دست می‌آوریم. طبق نتایج ما، رفتار زمانی قطبش اسپینی حاکی از یک رفتار نوسانی است که در برخی شرایط به صورت رمبش و احیا نمایان می‌شود. با افزایش میدان مغناطیسی، دوره تناوب نمودارها تغییر می‌کند. نشان می‌دهیم تراز انرژی و میدان مغناطیسی تأثیر موازی بر قطبش اسپینی دارند.

کلیدواژه- سیلیسن، قطبش اسپینی، میدان مغناطیسی

## Effect of the Magnetic Field on the Spin States of $\pi$ - Electrons in Silicene

Sara Rastgoo , Foad Parsaei

Physics Department, Sirjan University of Technology, Sirjan 78137, Iran

In the present article the temporal behavior of the spin polarization of the  $\pi$  - electrons in the silicene is studied. Vertical electric and magnetic field on the silicene sheet is considered. We calculate the time evolution operator and then the state of the system at time  $t$  is determined. Using the state of the system at any time  $t$ , the temporal behavior of the spin polarization is derived. Our results indicate that the dynamical behavior of spin states obeys the oscillatory behavior which presents collapse and revival pattern in some cases. As magnetic field increases, the period of the pattern changes. Furthermore, energy states and magnetic field have similar influence.

Keywords: Magnetic field, Silicene, Spins Polarization.

$$H = \hbar\omega(\tau\sigma_+a + \tau\sigma_-a^\dagger - \sigma_+a - \sigma_-a^\dagger) + \lambda_{SO}\tau\sigma_zs_z - \Delta_z\sigma_z \quad (1)$$

به طوری که  $\omega = \frac{v_f}{l_B\sqrt{2}}$  و  $l_B = (\frac{\hbar}{eB})^{1/2}$  طول مغناطیسی

است. همچنین  $\tau$  عملگر وادی است. مشاهده می شود که عملگر کازیمیر  $\hat{N}_e = a^\dagger a + \sigma_+ \sigma_- + s_+ s_- + \tau_+ \tau_-$  با هامیلتونی جابجا می شود. بنابراین هامیلتونی نسبت به ویژه مقادیر عملگر  $\hat{N}_e$  (که با  $N_e$  نمایش داده خواهد شد) قطعه-قطری است. حالت متناظر با  $N_e = 0$ ، یک قطعه  $1 \times 1$  در ماتریس هامیلتونی را نتیجه می دهد. حالت متناظر با  $N_e = 1$ ، یک قطعه  $4 \times 4$  را در هامیلتونی می دهد. حالت های متناظر با  $N_e = 2$  منجر به یک قطعه  $7 \times 7$  در هامیلتونی می شود. برای  $N_e > 2$ ، هامیلتونی دارای قطعه های  $8 \times 8$  می باشد [6]. انرژی و ویژه حالت های انرژی به صورت تحلیلی قابل محاسبه هستند، ولی به منظور خلاصه سازی از آوردن آن ها اجتناب می شود.

### تحول زمانی قطبش اسپینی

با استفاده از شکل قطری هامیلتونی که در بخش قبل تشریح شد، عملگر تحول زمانی  $U_{original} = VU_{diagonal}V^\dagger$  در پایه هایی که حالت اولیه نوشته شده است، به دست می آید. که  $U_{diagonal} = \exp(-iHt/\hbar)$  عملگر تحول زمانی در پایه های هامیلتونی و  $V$  ماتریس تبدیل است. فرض کنید حالت سیستم در لحظه  $t = 0$  به صورت زیر باشد:

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|B, n+3, K\rangle \otimes (|+\rangle + |-\rangle) \quad (2)$$

که نشان دهنده آن است که الکترون  $\pi$  در زیر شبکه  $B$  با تراز لانداو  $n+3$  قرار دارد و اسپین در امتداد محور  $x$  قطبیده شده است. مشخص است که حالت اولیه سیستم از دو ویژه حالت عملگر کازیمیر مربوط به دو بلوک مجاور هامیلتونی،  $N$  و  $N+1$ ، تشکیل شده است. بنابراین تحول زمانی این حالت به کمک دو بلوک مجاور در عملگر تحول زمانی انجام می شود.

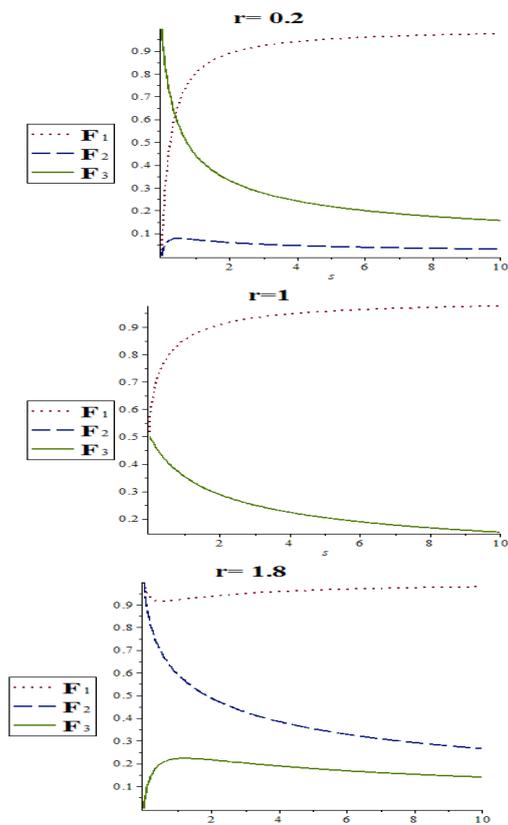
### مقدمه

سیلیسن، به عنوان یک ساختار لانه زنبوری دوبعدی، از اتم های سیلیکان تشکیل شده است و سال های اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده است. سیلیسن شباهت های زیادی به گرافن دارد ولی چند تفاوت اساسی با یکدیگر دارند. با توجه به شعاع نسبتاً زیاد اتم های سیلیکان، سیلیسن ساختار خمیده دارد [1]. سیلیسن دارای جفتیدگی اسپین-مدار نسبتاً بزرگی است و به همین علت، برخلاف گرافن، الکترون های دیراک دارای جرم هستند. این جرم به صورت تجربی با اعمال میدان الکتریکی خارجی قابل کنترل است [2]. علاوه بر این، سیلیسن به عنوان یک عایق توپولوژیکی، قابلیت تغییر فاز کوانتومی دارد. با تغییر میدان الکتریکی خارجی، سیلیسن بین فازهای عایق بدیهی و عایق باند گذار کوانتومی انجام می دهد [3]. به کارگیری درجه آزادی اسپینی، به منظور انجام عملیات سرعت بالا و همچنین ذخیره انرژی در دستگاه های الکترونیکی حائز اهمیت است. ذخیره اطلاعات روی درجه آزادی اسپینی، اساس فرآیندهای اطلاعات کوانتومی است [4]. در چنین فرآیندهایی، حمل اسپینی در دمای اتاق، زمان راحتی اسپینی طولانی و ...، بسیار اساسی است [5]. یک گزینه مناسب برای انجام فرآیندهای اسپینی، سیلیسن است. هدف این پژوهش بررسی دینامیک قطبش اسپینی در حضور یک میدان مغناطیسی یکنواخت عمود بر ورقه سیلیسن و وابستگی آن به تراز انرژی است. نتایج به دست آمده می توانند در مباحث مربوط به اسپینترونیک مورد استفاده قرار گیرند.

### هامیلتونی

ورقه سیلیسن در صفحه  $xy$  در نظر گرفته می شود. با اعمال میدان مغناطیسی عمودی  $\vec{B} = (0, 0, B)$ ، هامیلتونی بر حسب عملگرهای نردبانی به شکل زیر نمایش داده می شود (برای جزئیات بیشتر به مرجع [6] مراجعه شود):

ظاهرشده‌اند



شکل ۱: رفتار کلی ضرایب  $F_1, F_2, F_3$  بر حسب  $s$ ، به ازای چند  $r$  مختلف.

رابطه (۴)، افزایش هر یک از این کمیت‌ها می‌تواند چنین تأثیری داشته باشد. در شکل (۲) نمودار تغییرات فرکانس بر حسب  $s$  رسم شده است. با افزایش  $s$ ، فرکانس  $\omega_2$  افزایش و  $\omega_1$  کاهش می‌یابد. بدیهی است با توجه به جدول (۱) و رابطه (۵)، در  $s$  های به قدر کافی بزرگ، فقط  $\omega_1$  تأثیرگذار خواهد بود و در  $s$  های به قدر کافی کوچک، این تأثیرگذاری بستگی به پارامتر کمانش خواهد داشت. در شکل (۳) مؤلفه‌های اسپینی بر حسب زمان به ازای چند پارامتر کمانش مختلف، برای یک  $s$  ثابت، رسم شده است. رفتار مؤلفه  $x$  اسپین برای  $r \ll 1$ ، تقریباً به صورت کسینوسی و برای مؤلفه  $y$ ، به صورت سینوسی می‌باشد. این رفتار با افزایش  $r$ ، الگوی سینوسی و کسینوسی را به تدریج از دست می‌دهد تا اینکه در  $r=1$ ، الگوی نوسان به صورت رمبش و احیا درمی‌آید. با افزایش مجدد  $r$ ، الگوی نوسان به تدریج به شکل سینوسی و

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_1|B, n+3, K, +\rangle + U_2|A, n+2, K, +\rangle + U_3|A, n+2, K, -\rangle + U_4|B, n+3, K, -\rangle) \quad (3)$$

به طوری که

$$U_1 = \alpha_1^2 e^{-i\lambda_1 t/\hbar} + \beta_1^2 e^{i\lambda_2 t/\hbar}, \quad U_3 = \alpha_2 \beta_2 (e^{-i\lambda_2 t/\hbar} - e^{i\lambda_2 t/\hbar})$$

$$U_2 = \alpha_1 \beta_1 (e^{-i\lambda_1 t/\hbar} - e^{i\lambda_1 t/\hbar}), \quad U_4 = \beta_2^2 e^{-i\lambda_2 t/\hbar} + \alpha_2^2 e^{i\lambda_2 t/\hbar}$$

۹

$$E_i = \lambda_{SO} + (-1)^i \Delta_z, \quad \lambda_i = \sqrt{(E_i)^2 + 4\hbar^2 \omega^2 (n+3)}$$

$$\alpha_i = \frac{2\hbar \omega \sqrt{n+3}}{\sqrt{4\hbar^2 \omega^2 (n+3) + (E_i - \lambda_i)^2}}, \quad \beta_i = \frac{E_i - \lambda_i}{2\hbar \omega \sqrt{n+3}} \alpha_i$$

که  $i=1,2$  به کمک روابط اخیر، مقادیر چشمداشتی مؤلفه‌های اسپینی را محاسبه می‌کنیم. مقدار چشمداشتی مؤلفه  $z$  اسپین برابر صفر حاصل می‌شود و گفته می‌شود که اسپین در صفحه  $xy$  قطبیده شده است. برای بررسی دقیق‌تر رفتار زمانی مؤلفه‌های اسپینی، دو کمیت بدون بعد  $r$  و  $s$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$r = \frac{\Delta_z}{\lambda_{SO}}, \quad s = \frac{\hbar^2 v_f^2}{2e\lambda_{SO}} (n+3)B \quad (4)$$

اکنون می‌توان نشان داد که مؤلفه‌های اسپینی به طور کلی به شکل زیر می‌باشند

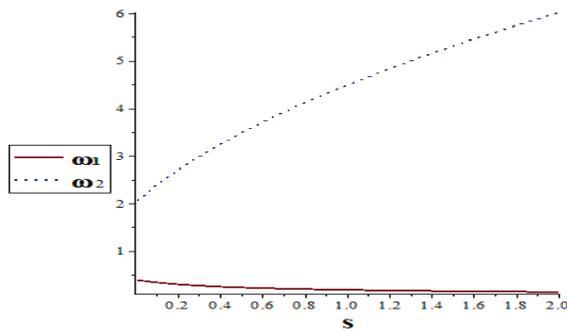
$$\langle S_x(t) \rangle = F_1(r, s) \cos(\omega_1 t) + (1 - F_1(r, s)) \cos(\omega_2 t)$$

$$\langle S_y(t) \rangle = F_2(r, s) \sin(\omega_1 t) + F_3(r, s) \sin(\omega_2 t) \quad (5)$$

با استفاده از نتایج به دست آمده، رفتار مؤلفه‌های اسپینی بر حسب زمان در بخش بعد مورد بحث و نتیجه گیری قرار خواهد گرفت.

## نتایج

رفتار مؤلفه‌های اسپینی در حالت کلی با رسم تغییرات ضرایب  $F_1, F_2, F_3$  بر حسب  $s$ ، به ازای چند  $r$  ثابت، در شکل (۱) نشان داده شده است. همچنین در جدول (۱)، رفتار حدی این ضرایب ارائه شده است. با توجه به جدول (۱)، که از نتایج شکل (۱) حاصل می‌شود، می‌توان نتیجه گرفت که وقتی  $s$  به اندازه کافی بزرگ باشد، مؤلفه  $x$  اسپین به صورت سینوسی نوسان می‌کند و دیگر مؤلفه‌ها صفر می‌شوند. از آنجایی که میدان مغناطیسی و تراز انرژی به صورت جفت شده در پارامتر  $s$



شکل ۲: تغییرات فرکانس بر حسب  $s$  به ازای یک  $r$  ثابت .

|                        |         | $F_1$ | $F_2$ | $F_3$ |
|------------------------|---------|-------|-------|-------|
| $s \rightarrow 0$      | $r < 1$ | 0     | 0     | 1     |
|                        | $r = 1$ | 0.5   | 0.5   | 0.5   |
|                        | $r > 1$ | 1     | 1     | 0     |
| $s \rightarrow \infty$ | $r < 1$ | 1     | 0     | 0     |
|                        | $r = 1$ | 1     | 0     | 0     |
|                        | $r > 1$ | 1     | 0     | 0     |

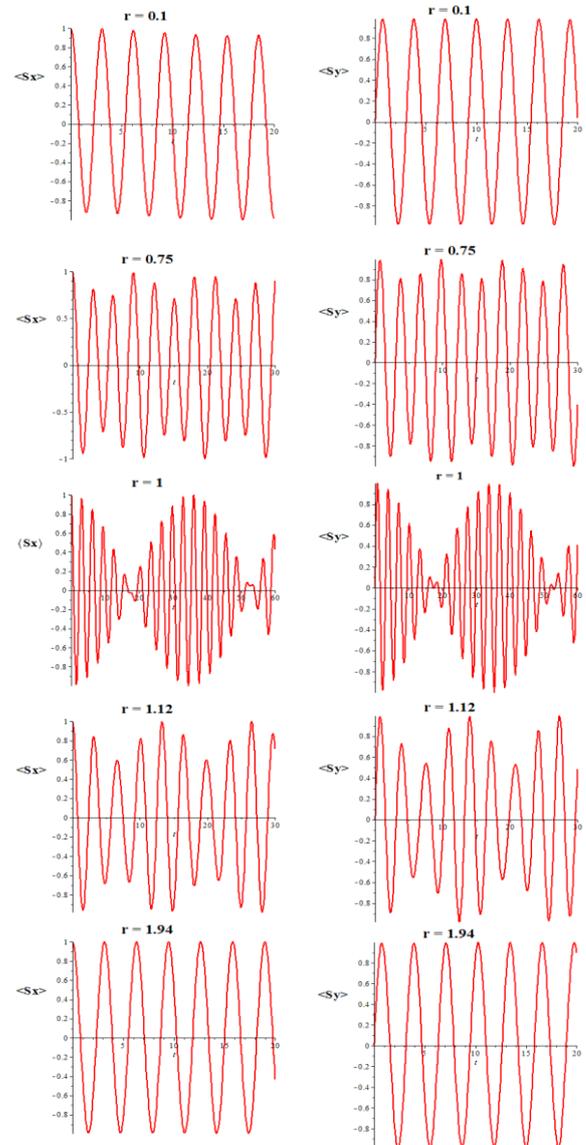
جدول ۱: رفتار حدی ضرایب  $F_1, F_2, F_3$ .

مغناطیسی بر روی تحول زمانی اسپینی دارد. در  $s$  های کوچک الگوی نوسانی در ابتدا به صورت سینوسی است که در  $r = 1$  به صورت رمبش و احیا درمی آید.

## مراجع

- [1] C. J. Tabert and E. J. Nicol, "AC/DC Spin and Vallet Hall Effect in Silicene and Germanene", Phys. Rev. B 87 235426 (2013).
- [2] M. Ezawa, "Quantum Hall Effect in Silicene", J. Phys. Soc. Jpn. 81, 064705 (2012).
- [3] Y. Ling, P. Liu and J. P. Wu, "Characterization of Quantum Phase Transition Using Holographic Entanglement Entropy", Phys. Rev. D 93, 126004 (2016).
- [4] M. Idrish Miah, "Voltage probe of the optically oriented electron spin relaxation", Current Science 101, 765 (2011).
- [5] Y. S. Dedkov, M. Fonin, U. Rudiger and C. Laubschat, "Rashba Effect in the Graphene/Ni(111) System", Phys. Rev. Lett. 100, 107602 (2008).
- [6] S. Rastgoo, H. Shirvani and M. M. Golshan, "Entanglement Between Electronic States in Silicene and Photons", Phys. Lett. A. 379, 2048-2052 (2015).

کسینوسی باز خواهد گشت. شکل (۳) نشان می دهد که در حالت کلی، رفتار حالت های اسپینی به پارامتر کمانش نیز وابسته است.



شکل ۳: تغییرات مؤلفه های اسپینی بر حسب زمان به ازای یک  $s$  ثابت برای چند  $r$  مختلف .

## نتیجه گیری

مؤلفه  $z$  اسپین برابر صفر حاصل می شود. برای  $s$  کوچک، تحول زمانی مؤلفه های اسپینی، علاوه بر میدان مغناطیسی و تراز انرژی، به پارامتر کمانش نیز وابسته است. افزایش انرژی الکترون، تأثیری همانند میدان