



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.  
۱۳۹۷ بهمن ۹-۱۱



## تعیین ثابت جفت شدگی مدی در تقویت کننده‌های پرتوان فیبری

امیر سپهوند<sup>۱</sup>، مریم کریمی<sup>۲\*</sup>، آذین شوهانی<sup>۳</sup>، کاظم جمشیدی قلعه<sup>۱</sup>، مهدی امنیت طلب<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان

<sup>۲</sup>پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران، ایران

<sup>۳</sup>گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ارومیه

چکیده- از فیبرهای دو غلافه برای ایجاد توان در حد کیلووات در تقویت کننده‌ها و لیزرهای فیبری استفاده می‌شود. عواملی از قبیل اثرات غیرخطی و ظهور ناپایداری مدی در خروجی این تقویت کننده‌ها و لیزرها تاثیر گذار است. ناپایداری‌های مدی به عنوان بزرگترین عامل محدود کننده لیزرها و تقویت کننده‌های فیبری شناخته شده‌اند. علت اصلی ناپایداری‌های مدی در انتقال انرژی از مد پایه  $Lp_{01}$  به اولین مد مرتبه بالاتر  $Lp_{11}$  است. بنابراین ارتباط بین مدها و جفت شدگی آنها در تقویت کننده‌های توان بالای فیبری بسیار حائز اهمیت است. اولین گام در محاسبه ناپایداری‌های مدی، محاسبه ثابت جفت شدگی مدی و عوامل موثر در آن است. در این مقاله، تاثیر اندازه مغزی در مقدار ثابت جفت شدگی بررسی و تاثیر پارامتر موجبری در بیشینه ثابت جفت شدگی مطالعه شد و نشان داده شد برای فیبرهایی با عدد موجبری یکسان تغییرات ثابت جفت شدگی مستقل از طول موج است.

کلید واژه- ناپایداری مدی، تقویت کننده فیبری، ثابت جفت شدگی مدی.

## Coupled Mode Coefficient Determination in High Power Fiber Amplifiers

Amir Sepahvand<sup>1</sup>, Maryam Karimi<sup>2</sup>, Azin Shohani<sup>3</sup>, Mahdi Amniat-Talab<sup>2</sup>, Kazem Jamshidi-Ghaleh<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Azarbaijan Shahid Madani University, West Azarbaijan, Tabriz, Iran

<sup>2</sup>Institute of Nuclear Science and Technology, AEOI, Tehran, Iran

<sup>3</sup>Department of Physics, Urmia University, 11km SERO Road, Urmia, Iran

Abstract- Double-clad fibers are used to generate the power up to kilowatts at fiber amplifiers and lasers. Different factors, such as the nonlinear effects and the mode instability effect on the output of the fiber amplifiers and lasers. Mode instability is known as the largest limiting factor on them. The main reason for the mode instability is the energy transfer from the fundamental mode  $Lp_{01}$  to the first higher order mode  $Lp_{11}$ . Therefore, the relationship between modes and coupling of them is very important in the high power fiber amplifiers. The first step in the calculation of the mode instability is the coupling constant specification and the factors effect on it. In this paper, the effect of core size on the coupling constant value was studied and the effect of waveguide parameter on the maximum value of coupling constant was verified. It was shown that for the fibers with the similar waveguide number; the value of coupling constant is independent on the wavelength.

Keywords: Mode instability, Fiber amplifier, Coupled mode coefficient.

## مقدمه

تا سال ۲۰۱۰، تصور می‌شد که اصلی‌ترین عامل محدود کننده توان خروجی لیزرهای فیبری اثرات غیرخطی است. بنابراین برآورد کرده بودند که بیشینه توان خروجی که می‌توان از لیزرهای فیبری استخراج کرد تا محدوده ۳۶ کیلو وات خواهد رسید [۱]. افزایش توان خروجی در این لیزرها باعث مشاهده پدیده نوظهوری در این لیزرها شد که به -عنوان بزرگترین عامل محدود کننده در خروجی لیزرهای فیبری پرتوان محسوب می‌شود این پدیده را ناپایداری مدی نام‌گذاری کردند [۲]. ناپایداری مدی عرضی یک پدیده است که از طریق پایداری و کیفیت بالای پرتو خروجی قبل از رسیدن به یک آستانه معین و ناپایدار شدن پرتو خروجی بعد از رسیدن به این آستانه خود را نمایان می‌کند [۳]. در حال حاضر به طور کلی توافق شده است که شروع این ناپایداری‌ها نتیجه تعامل بین اثرات حرارتی و تداخل‌های مدی است [۴]. که می‌تواند مسئول انتقال انرژی بین مد پایه  $Lp_{01}$  و مد مرتبه بالاتر  $Lp_{11}$  باشد. ما در کارهای قبلی، گرمای تولید شده در تقویت کننده ایتربیومی توان بالا را محاسبه و بررسی و تفسیر کردیم [۵]. در این مقاله، جفت شدگی مدها را مورد بررسی قرار داده و ضریب جفت شدگی بین مدهای  $Lp_{01}$  و  $Lp_{11}$  را محاسبه خواهیم کرد.

## معادلات ثابت جفت شدگی مدی

برای محاسبه ضریب جفت شدگی مدی با در نظر گرفتن معادلات حرارتی و محاسبات مربوط به آن از مرجع [۶] خواهیم داشت [۷]:

$$\rho C \frac{\partial \Delta T}{\partial t} - \kappa \nabla_{\perp}^2 \Delta T(r, t) = Q(r, t) \quad (1)$$

که در آن چگالی،  $\rho$  ظرفیت ویژه حرارتی و  $\kappa$  رسانندگی حرارت در فیبر است. حرارت تولید شده  $Q$  وابسته به شدت پرتو در تقویت کننده فیبری است که به صورت زیر داده می‌شود:

$$Q(r, t) = \left( \frac{\lambda_s}{\lambda_p} - 1 \right) g(r) I(r, t) \quad (2)$$

در اینجا  $g$  ضریب بهره در محیط تقویت کننده و  $\lambda_s$  و  $\lambda_p$  به ترتیب طول موج سیگنال و پمپ هستند. بنابراین ثابت جفت شدگی مدی  $\chi_i$  را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد [۷].

$$\chi_{1,2}(\Delta\omega) = \frac{\eta k^2}{\kappa \beta_{1,2}} \text{Im}[A(\Delta\omega)] \left( 1 - \frac{\lambda_s}{\lambda_p} \right) \quad (3)$$

که در اینجا  $k$  عدد موج در خلأ،  $\eta$  ضریب حرارت نوری مواد فیبر است که به صورت  $\Delta\varepsilon = \eta \Delta T$  تعریف می‌شود که  $\Delta T$  اختلاف دما نسبت به دمای مرجع و  $\Delta\varepsilon$  اختلاف گذردهی بر اثر حرارت القایی است. از طریق انتخاب تابع گرین مناسب [۸] و وارد کردن توابع مد می‌توان مقدار  $A$  را از طریق رابطه زیر حاصل کرد [۷].

$$A = \iint \psi_1(r_{\perp}) \psi_2(r_{\perp}) \iint_{\Omega_d} G(r_{\perp}, r'_{\perp}, \Delta\omega) \quad (4)$$

$$\times \psi_1(r'_{\perp}) \psi_2(r'_{\perp}) d^2 r'_{\perp} d^2 r_{\perp}$$

که در آن  $\psi_1$ ،  $\psi_2$  به ترتیب نشان دهنده تابع توزیع مد پایه، مد مرتبه بالاتر و  $G$ ، تابع گرین است، اندیس  $\perp$  مختصات عرضی سیستم و  $\Omega_d$  سطح مقطع ناخالصی‌ها در فیبر را نشان می‌دهد، و انتگرال خارجی بر روی تمام سطح مقطع فیبر گرفته می‌شود. تابع گرین را به صورت زیر می‌توان تعریف کرد [۸، ۹].

$$G(r_{\perp}, r'_{\perp}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g_m(r, r', \omega) e^{im(\phi-\phi')} \quad (5)$$

که در آن  $g_m$  از طریق رابطه زیر مشخص می‌شود

$$g_m = \begin{cases} I_m(\sqrt{q}r) [C_m I_m(\sqrt{q}r') + K_m(\sqrt{q}r')], & r \leq r' \\ I_m(\sqrt{q}r') [C_m I_m(\sqrt{q}r) + K_m(\sqrt{q}r)], & r' \leq r \end{cases} \quad (6)$$

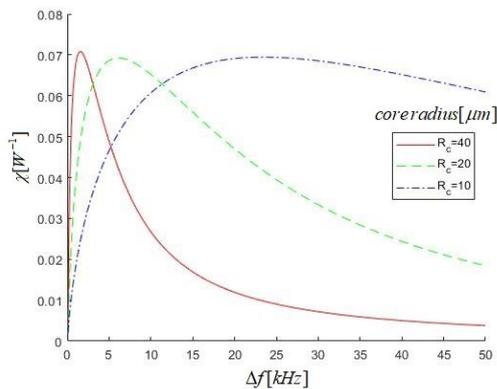
در اینجا  $I_m$  و  $K_m$  به ترتیب توابع بسل تعمیم یافته نوع اول و دوم هستند،  $q = i\rho C\omega/\kappa$  و نیز به صورت زیر تعریف می‌شود

$$C_n = \frac{K_{n+1}(\sqrt{q}R) + K_{n-1}(\sqrt{q}R) - aK_n(\sqrt{q}R)}{I_{n+1}(\sqrt{q}R) + I_{n-1}(\sqrt{q}R) + aI_n(\sqrt{q}R)} \quad (7)$$

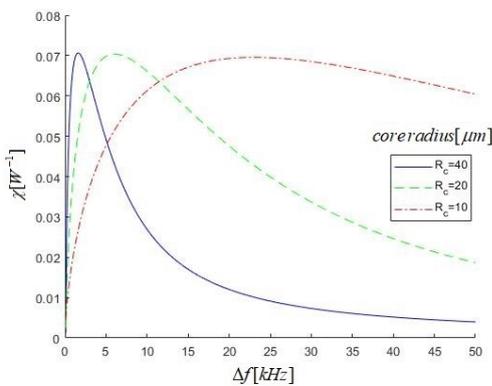
## نتایج محاسبات عددی

در جدول (۱)، مقادیر پارامترهای مورد استفاده در این شبیه سازی آمده است. برای محاسبه ضریب جفت شدگی مدی در تقویت کننده‌های فیبری در نخستین مرحله باید حرارت تولید شده در توان پمپ اعمال شده در سیستم را محاسبه

خواهد بود ولی برای اختلاف فرکانس‌های کم حتی از مرتبه  $1\text{ kHz}$ ، ثابت جفت شدگی مقداری حقیقی دارد و انتقال قدرت بین مدهای  $Lp_{01}$  و  $Lp_{11}$  می‌تواند رخ دهد. به عبارت دیگر در تزویج بین مدها در تقویت‌کننده‌های فیبری پرتوان، یک اختلاف کوچک فرکانسی بین مد پایه و اولین مد مرتبه بالاتر وجود دارد که موجب انتقال انرژی از مد پایه خواهد شد.



شکل ۱: تغییرات ثابت جفت شدگی مدی در طول موج سیگنال  $1064\text{nm}$  در اندازه‌های مختلف مغزی و اختلاف فرکانس  $50\text{ kHz}$



شکل ۲: تغییرات ثابت جفت شدگی مدی در طول موج سیگنال  $1030\text{nm}$  در اندازه‌های مختلف مغزی و اختلاف فرکانس  $50\text{ kHz}$

پارامتر نرمال شده موجبر  $V$  به صورت  $V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$  مشخص می‌شود این پارامتر به عواملی همچون عدد موج در خلأ، اندازه مغزی، ضریب شکست در مغزی و غلاف فیبر وابسته است. با تغییر هر یک از این پارامترها، مقدار عددی پارامتر نرمال شده موجبر نیز تغییر می‌کند، بنابراین برای داشتن تقویت‌کننده فیبری که فقط دو مد اصلی  $Lp_{01}$  و  $Lp_{11}$  در آن منتشر شوند باید ضریب شکست سیستم را به درستی محاسبه کرد. شکل (۲)، ثابت جفت شدگی مدی

کرد. حرارت تولید شده در رابطه (۲) با توجه نتایج محاسبات قبلی ما در [۶] جایگزین می‌شود. در مرحله دوم با در نظر گرفتن معادله موج، مدهای قطبیده خطی  $Lp_{01}$ ،  $Lp_{11}$  و تابع گرین مناسب در رابطه (۴) می‌توان با استفاده از روش‌های انتگرال گیری عددی برای اختلاف فرکانس  $\Delta f = 50\text{ KHz}$  مقدار عددی  $A$  را محاسبه کرد. در گام نهایی با داشتن تغییرات حرارتی سیستم و تغییرات ضریب شکست سیستم که در مراجع [۵، ۶] ارائه شد می‌توان ضریب حرارتی نوری  $\eta$  را محاسبه کرد و به همراه بخش موهومی رابطه (۴) در رابطه (۳) جایگذاری کرد تا ضریب جفت شدگی مدی بین مد پایه و مد مرتبه بالاتر را تعیین شود. از آنجایی که دمای سطح فیبر در دمای ثابت قرار می‌گیرد می‌توان فرض کرد که تابع گرین در شرایط مرزی دریکله قرار دارد [۵].

جدول ۱: مقادیر پارامترهای مورد استفاده در شبیه سازی ضریب جفت شدگی مدی در تقویت کننده فیبری پرتوان.

پارامتر	علامت	مقدار
شعاع مغزی	$R_c$	$20\ \mu\text{m}$
شعاع فیبر	$R$	$350\ \mu\text{m}$
ضریب شکست	$n$	$1/45$
پارامتر موجبر	$V$	$3$
طول موج سیگنال	$\lambda_s$	$1064\text{ nm}$
طول موج پمپ	$\lambda_p$	$975\text{ nm}$
ضریب حرارت نوری	$\eta$	$3/5 \times 10^{-5}\text{ K}^{-1}$
رسانندگی حرارتی	$\kappa$	$1/4\text{ W/(Km)}$
مضرب چگالی و ظرفیت گرمایی ویژه [۹]	$\rho C$	$1/67 \times 10^6\text{ J/(Km}^3)$

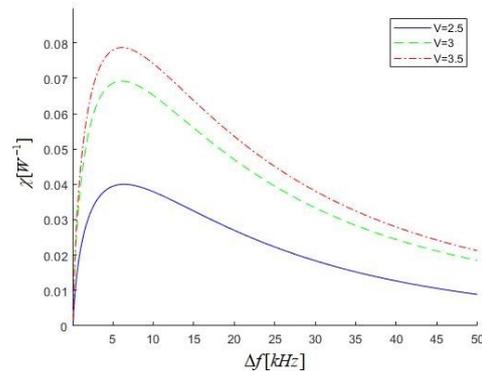
با در نظر گرفتن پارامتر موجبر  $V = 3$ ، ثابت جفت شدگی بین مدهای  $Lp_{01}$  و  $Lp_{11}$ ، برای اندازه‌های مختلف شعاع مغزی با استفاده از روابط (۳) و (۴) محاسبه می‌شود. در شکل (۱) نتایج ثابت جفت شدگی مدی  $\chi_1$  ارائه شده است. نتایج محاسبات برای  $\chi_1$  و  $\chi_2$  بر هم انطباق دارند همان‌طور که از شکل (۱) مشاهده می‌شود، بیشینه مقدار ثابت جفت شدگی به اندازه مغزی بستگی ندارد و با تغییر اندازه مغزی فقط محل و عرض پیک در آن تغییر می‌کند. اگر اختلاف فرکانس  $\Delta f = 0$  فرض شود، ثابت جفت شدگی صفر

مشاهده شد ثابت جفت شدگی مدی در فیبرهایی با عدد موجبری یکسان، مستقل از طول موج پرتو سیگنال عمل می‌کند. هم‌چنین بیشینه مقدار ثابت جفت شدگی مدی به مقدار عددی پارامتر موجبر وابسته است با افزایش مقدار عددی  $V$ ، احتمال ظهور مدهای مرتبه بالاتر بیشتر شده در نتیجه هم‌پوشانی بین مدها افزایش یافته و ثابت جفت شدگی مدی  $\chi$  نیز افزایش می‌یابد. نتایج محاسباتی حاصل از این مقاله بر نتایج شبیه سازی ارائه شده در مرجع [۷] منطبق است.

### مرجع‌ها

- [1] J. W. Dawson, M. J. Messerly, R. J. Beach, M. Y. Shverdin, E. A. Stappaerts, A. K. Sridharan, P. H. Pax, J. E. Heebner, C. W. Siders and C.P.J. Barty, "Analysis of the scalability of diffraction-limited fiber lasers and amplifiers to high average power", *Opt. express*, Vol. 16, No. 17, pp. 13240-13266, 2008.
- [2] C. Jauregui, T. Eidam, J. Limpert, and A. Tünnermann, "Impact of modal interference on the beam quality of high-power fiber amplifiers", *Opt. express*, Vol. 19, No. 4, pp. 3258-3272, 2011.
- [3] Eidam, T., et al., Experimental observations of the threshold-like onset of mode instabilities in high power fiber amplifiers. *Opt. express*, Vol. 19, No. 14, pp. 13218-13224, 2011.
- [4] C. Jauregui, T. Eidam, H. J. Otto, F. Stutzki, F. Jansen, J. Limpert, and A. Tünnermann, "Temperature-induced index gratings and their impact on mode instabilities in high-power fiber laser systems", *Optics express*, Vol. 20, No. 1, pp. 440-451. 2012.
- [۵] م. کریمی، ک. جمشیدی قلعه، م. امنیت طلب، ا. سپهوند، آ. شوهانی، "بررسی اثرات حرارتی در تقویت‌کننده فیبر ایتربیومی دو غلاف"، کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، ص. ۶۸۱-۶۸۴، ۱۳۹۶.
- [۶] م. کریمی، ک. جمشیدی قلعه، م. امنیت طلب، ا. سپهوند، آ. شوهانی، "محاسبه تغییرات ضریب شکست در تقویت‌کننده فیبری با فرض انتشار همرفت و تابشی گرما از سطح فیبر"، کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، ص. ۶۷۷-۶۸۰، ۱۳۹۶.
- [7] K. R. Hansen, T. T. Alkeskjold, J. Broeng, and J. Lægsgaard, "Thermally induced mode coupling in rare-earth doped fiber amplifiers", *Opt. Lett.*, Vol. 37, No. 12, pp. 2382-2384. 2012.
- [8] K. D. Cole, and P. E. Crittenden, "Steady-periodic Heating of a cylinder", Vol. 131, No. 9, pp. 09130, 2009.
- [9] K.R. Hansen, J. Broeng, and J. Lægsgaard, *Theoretical analysis of mode instability in high-power fiber amplifiers*. Optics express, Vol. 21, No. 2, p. 1944-1971, 2013.

را برای طول موج  $1030$  نانومتر برای پارامتر موجبر  $V=3$  نشان می‌دهد. در اینجا با تغییر طول موج برای ثابت ماندن پارامتر  $V$  ضریب شکست مغزی فیبر را تغییر دادیم. نتایج حاصل برای اندازه‌های مختلف مغزی در شکل (۲) ارائه شده است که منطبق بر نتایج شکل (۱) است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت برای فیبرهای مختلف با پارامتر موجبری یکسان بیشینه مقدار ثابت جفت شدگی مدی ثابت و مستقل از طول موج سیگنال است.



شکل ۳: تغییرات ثابت جفت شدگی مدی برای مقادیر مختلف پارامتر  $V$  در اختلاف فرکانس  $50 \text{ kHz}$ .

شکل (۳)، ثابت جفت شدگی مدی برای فیبرهایی با اندازه مغزی  $20 \mu\text{m}$  و پارامترهای موجبری متفاوت را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار پارامتر  $V$  ثابت جفت شدگی به سرعت افزایش می‌یابد. با در نظر گرفتن رابطه (۴) می‌توان دریافت که ثابت جفت شدگی به هم‌پوشانی بین دو مد وابسته است. برای مقدار  $V=2/5$  که فقط کمی بالاتر از مقدار عددی فیبرهای تک مد است، هم‌پوشانی بین دو مد کوچک بوده و ثابت جفت شدگی کوچکی نیز حاصل می‌کند. به عبارت دیگر، با افزایش پارامتر موجبر، احتمال ظهور مدهای مرتبه بالاتر بیشتر شده و در نتیجه هم‌پوشانی بین دومد نیز افزایش می‌یابد بنابراین مقدار ثابت جفت شدگی مدی نیز زیادتر می‌شود.

### نتیجه گیری

در این مقاله نشان داده شد که در یک مقدار ثابت پارامتر موجبری، تغییر اندازه مغزی در تقویت کننده‌های فیبری پرتوان بر مقدار بیشینه ثابت جفت شدگی مدی تأثیری ندارد بلکه باعث جابجایی قله آن در بازه فرکانسی می‌شود.