بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

گذار فاز اپتیکی در مدل جینز- کامینگز با موج پاد چرخان

صاحب صمیمی، محمد مهدی گلشن

دانشگاه شیراز- دانشکده علوم پایه- بخش فیزیک golshan@susc.ac.ir

چکیده – دراین مقاله نشان داده شده است یک گذار فاز اپتیکی در سامانه اتم‌های دو ترازه و فوتون‌ها تحت ناکوکی بسیار زیاد و تقریب *موج پاد چرخان*، وجود دارد. محاسبات ما نشان می‌دهد که سامانه در این تقریب نیز دارای دو فاز تابشی کاملا مجزا، فاز معمولی و فاز ابرتابشی، می‌باشد. در فاز معمولی انرژی حالت پایه هامیلتونی کل، تحت ناکوکی بسیار زیاد، حالتی را به‌دست می‌دهد که در آن میانگین فوتون‌ها صفر(فاز معمولی) است. از طرف دیگر اگر ضریب جفتیدگی اتم-فوتون از یک مقدار بحرانی تجاوز کند، در حالت پایه میانگین فوتون‌ها غیر صفر بوده و سامانه به فاز *ابرتابشی* گذار می‌نماید. همچنین نشان می‌دهیم که این گذار فاز از مرتبه دوم می‌باشد.

کلید واژه- اپتیک کوانتومی، امواج پاد چرخان، فاز ابرتابشی، گذار فاز.

Optical Phase Transition in Janes-Cummings Model with Counter Rotating Wave

Saheb Samimi, Mohammad Mahdi Golshan

Physics Department, Science College, Shiraz University, Shiraz, Iran. golshan@susc.ac.ir

Abstract- In this paper it is shown that there is an optical phase transition in the systems of two level atoms and photons, with *large detuning* and under *counter-rotating* wave approximation. Our calculations show that such system, even under this approximation have two independent optical phases, the well known *normal* and *super-radiant* ones. In the normal phase, the ground state of the total Hamiltonian, with a large detuning, is a state for which the mean photon number is zero. On the other hand, when the atom-photon coupling constant exceeds a critical value, the photon mean number is nonzero when the system is in the ground state, and the system makes a transition to the super-radiant phase. We also show this is a second order phase transition.

Keywords: Counter Rotating Wave, Quantum Optics, Phase transition, Super Radiant

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

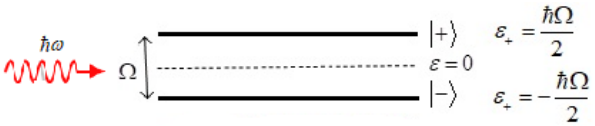
[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-24]

مقدمه

مطالعات اخیر نشان می‌هند که در اثر برهم‌کنش اتم و فوتون در یک کاواک اپتیکی، تحت شرایط ویژه، حالت سامانه از " حالت پایه " به حالت دیگری با انرژی کم‌تر گذار می‌نماید. حالت اخیر بر خلاف " حالت پایه " که یک ویژه حالت از هامیلتونی مختل نشده می‌باشد، حالتی از کل هامیلتونی است[۱-۳]. در سال‌های اخیر تحقیقات نظری و تجربی زیادی در مورد گذار فازهای اپتیکی صورت پذیرفته است [۲-۴]. در برهم‌کنش تمام کوانتومی اتم-فوتون از مدل جینز-کامینگز استفاده می‌شود[۵]. چنانچه قدرت برهم‌کنش اتم و فوتون ضعیف باشد در شرایط تشدید، تقریب امواج چرخان، یک تقریب بسیار موفق در توصیف کوانتوم مکانیکی برهم‌کنش اتم فوتون می‌باشد [۶, ۷]. از طرف دیگر چنانچه قدرت برهم‌کنش اتم-فوتون قوی و ناکوکی زیاد باشد، در هامیلتونی برهم کنش تقریب امواج چرخان معتبر نخواهد بود و جمله امواج پادچرخان نقش تعیین کننده‌ای را ایفا می‌کند. این شرایط را می‌توان در برهم کنش اتم و پالس‌های فوق کوتاه مشاهده کرد[۸]. حال سوال آنست که سامانه‌ی اتم-فوتون همانگونه که در تقریب امواج چرخان دارای دو فاز معمولی و ابرتابشی می‌باشد، در تقریب امواج پادچرخان نیز این دو فاز را از خود نشان می‌دهد. بنابراین در این تحقیق ما به بررسی وجود گذار فاز اپتیکی در سامانه‌ی اتم-فوتون تحت تقریب امواج پاد چرخان پرداخته و نشان می‌دهیم که در این تقریب نیز دو فاز اپتیکی و جود دارد. در این راستا ابتدا مروری به برهم‌کنش اتم-فوتون تحت تقریب امواج پاد چرخان ارائه می‌شود. سپس در بخش بعد به بررسی فازهای اپتیکی و ویژگی‌های آن می‌پردازیم. در انتها نیز بصورت مختصر نتایج حاصل از این تحقیق را ذکر می‌کنیم.

مروری بر برهم‌کنش اتم-فوتون در تقریب امواج پاد چرخان

یک سامانه شامل اتم‌های دو ترازه و فوتون، که بصورت طرحواره در شکل ۱ نشان داده شده است، را در نظر بگیرید.



شکل ۱: طرحواره‌ای از سامانه‌ی اتم دو ترازه.

هامیلتونی غیر اختلالی این سامانه مطابق زیر نوشته می‌شود:

$$H_0 = \hbar\omega a^\dagger a + \hbar\frac{\Omega}{2}\sigma_z \qquad (۱)$$

در معادله (۱)، $\hbar$ ثابت پلانک، $a^\dagger$ (a)عملگرخلق (نابودی) فوتون، و σ_z مؤلفه z ماتریس‌های شبه-پائولی می‌باشند. واضح است که ویژه حالت‌های هامیلتونی(۱)، $\{|n,\pm\rangle = |n\rangle\otimes|\pm\rangle\}$ ، که در آن $|n\rangle$ حالت‌های فوتونی و $|\pm\rangle$حالت‌های اتمی را نشان می‌دهند، هستند. مجموعه حالت‌های $\{|n,\pm\rangle\}$، پایه‌های فضای هیلبرت، $\mathcal{H}_{Atom}\otimes\mathcal{H}_{Photon}$ می‌باشند، برای استفاده‌های بعدی خاطر نشان می‌شود که حالت پایه H_0، $|0,-\rangle$ با انرژی $-\frac{\hbar\Omega}{2}$ می‌باشد. حال فرض کنید برهم‌کنش دوقطبی‌های اتمی و فوتون‌ها به صورت ناگهانی روشن شود و ناکوکی بین فرکانس‌های گذار اتمی و فوتونی بسیار زیاد باشد، در این صورت بایستی در هامیلتونی کل از تقریب امواج پاد چرخان استفاده کرد[۸]. تحت این دو تقریب، هامیلتونی مدل جینز- کامینگز مطابق زیر نوشته می‌شود:

$$H = H_0 - \lambda\left(a^\dagger\sigma_+ + a\sigma_-\right) \qquad (۲)$$

که در آن ، σ_+ (σ_-) عملگرهای نردبانی اتم و λ ضریب جفتیدگی هستند. به راحتی می‌توان نشان داد که عملگر، $C = aa^\dagger + \sigma_-\sigma_+$، با کل هامیتونی جابجا می‌شود. از اینرو نمایش ماتریسی هامیلتونی در پایه‌های مشترک با پایه‌های C قطعه قطری (به ابعاد 2×2) خواهد بود. بنابراین، ویژه حالت-های هامیلتونی (۲) بصورت زیر خواهند بود:

$$|\varphi_n\rangle = \alpha_n|n+1,+\rangle + \beta_n|n,-\rangle \qquad (۳)$$

که در آن α_n و β_n، چنانچه به‌زودی خواهیم دید، توابعی مشخص از تعداد فوتون، فرکانس‌ها و ثابت جفتیدگی می‌باشند. ویژه مقادیر انرژی در هر قطعه نیز مطابق رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-24]

(۴)

$$\varepsilon_n^{\pm}=\left(\frac{\hbar\Omega}{2}\right)\left[(2n+1)\eta\pm\sqrt{(1+\eta)^2+g^2\eta(n+1)}\right]$$
$$\equiv\left(\frac{\hbar\Omega}{2}\right)E_n^{\pm}$$

در رابطه اخیر $\eta=\frac{\omega}{\Omega}$ میزانی از ناکوکی و $g=\frac{2\lambda}{\hbar\sqrt{\omega\Omega}}$ ثابت جفتیدگی بدون بعد را تعریف می‌کنند. پس از این مرور کوتاه، حال به " فازهای اپتیکی" در سامانه مورد بررسی می-پردازیم.

فازهای اپتیکی در سامانه اتم دوترازه وفوتون تحت تقریب امواج پادچرخان

در معادله (۴) انرژی حالت پایه از عبارت مربوط به E_n^- بدست می‌آید. در شرایط ناکوکی بسیار زیاد $\eta\to 0$ با صرفنظر از جملات بالاتر از مرتبه ۱ نسبت به η معادله (۴) برای E^- بصورت زیر در می‌آید:

$$\Delta E_n^-\approx\eta\left[(n+1)(1-\frac{g^2}{4})-1\right] \qquad (۵)$$

در معادله (۵)، ΔE^- اختلاف بین E_n^- و انرژی بهنجار شده حالت پایه H_0 را نشان می‌دهد.

الف- فاز اپتیکی عادی

همانطور که در معادله (۵) دیده می‌شود، در شرایط $g<2$، ΔE^- تابع صعودی از تعداد فوتون‌ها است بنابراین انرژی حالت پایه همواره به ازای $n=0$ رخ می‌دهد. می‌توان نشان داد که ضرایب بسط در رابطه‌ی (۳)، برای حالت پایه، $\alpha_G\approx 0$ و $\beta_G\approx 1$ می‌باشند. در این فاز، انرژی حالت پایه از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\varepsilon_G^-\approx-\frac{\hbar\Omega}{2}\left(1+\frac{g^2}{4}\eta\right) \qquad (۶)$$

در فاز معمولی و برای حالت $\eta\to 0$ ، مقدار $\langle a^\dagger a\rangle$ نسبت به حالت پایه صفر می‌باشد. همچنین می‌توان نشان داد که در فاز معمولی عدم یقین در کمیت‌های $X_1=a+a^\dagger$ و $X_2=i\left(a-a^\dagger\right)$ (میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی) عبارتست از:

$$\Delta X_1=\Delta X_2=1 \qquad (۷)$$

ب) فاز اپتیکی ابرتابشی

برای $g>2$ ، ΔE^- تابعی اکیدا نزولی از تعداد فوتون‌ها می‌شود. این نشاندهنده این واقعیت است که تحت شرایط ناکوکی بالا و $g>2$ یک تقاطع سطوح انرژی بین حالت پایه-ی H_0 و حالت‌های با انرژی‌های E_n^- اتفاق می‌افتد بطوریکه همواره $\varepsilon_n^-<-\frac{\hbar\Omega}{2}$. این واقعیت چنانچه خواهیم دید بیانگر گذار سامانه به یک فاز جدید است. انرژی حالت پایه در این فاز به ازای:

$$n=\frac{1}{4\eta}\left[\left(\frac{g}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{g}\right)^2\right] \qquad (۸)$$

حاصل شده و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\varepsilon_G\approx-\frac{\hbar\Omega}{4}\left[\left(\frac{g}{2}\right)^2+\left(\frac{2}{g}\right)^2\right] \qquad (۹)$$

توجه می‌شود که در $g=2$ و در حد $\eta\to 0$ عبارت (۹) به عبارت (۶) میل کرده و در نتیجه انرژی حالت پایه برای مقدار بحرانی پیوسته می‌باشد. این شرایط ضرایب α_G و β_G در رابطه‌ی (۳) برای حالت پایه بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{cases}\alpha_G\approx\frac{1}{2}\sqrt{(\frac{g}{2})^4-1}\\ \beta_G\approx\frac{1}{2}\left[3-\left(\frac{g}{2}\right)^4\right]\end{cases} \qquad (۱۰)$$

مقدار میانگین تعداد فوتون‌ها را نسبت به حالت‌پایه، برای فاز فرا اپتیکی در حد $\eta\to 0$ مطابق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\langle a^\dagger a\rangle\approx\frac{1}{4\eta}\left[\left(\frac{g}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{g}\right)^2\right]\neq 0 \qquad (۱۱)$$

بدین ترتیب در حالت پایه میانگین تعداد فوتون‌ها برای $g>2$ مخالف صفر بوده و سامانه به فاز اپتیکی ابرتابشی گذار

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-24]

می‌نماید. در فاز ابرتابشی عدم یقین در کمیت‌های X_1 و X_2 برای حالت پایه بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$\Delta X_1 = \Delta X_2 \approx \sqrt{\frac{2}{\eta}\left[\left(\frac{g}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{g}\right)^2\right]} > 1 \qquad (۱۲)$$

رابطه‌ی اخیر نشان می‌دهد که در فاز ابرتابشی عدم یقین در اندازگیری میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی افزایش یافته است.

نتیجه‌گیری

در سامانه‌ای که دراین تحقیق بررسی شد، یک ضریب جفتیدگی معین بدست آمد (ضریب جفتیدگی بحرانی) که سامانه اتم-فوتون در همسایگی این ضریب جفتیدگی ناپایدار است. زیرا ورای ضریب جفتیدگی بحرانی تقاطع ترازهای انرژی کل، نسبت به حالت پایه هامیلتونی بدون برهم‌کنش به وجود می‌آید، بطوری که انرژی حالت پایه هامیلتونی کل، از انرژی حالت پایه هامیلتونی بدون برهم‌کنش پایین‌تر قرار می‌گیرد. این تقاطع سطوح انرژی منجر به گذار سامانه از حالت عادی (غیر تابشی) به حالت ابرتابشی می‌شود. در ادامه نتایج مهم این مقاله احصاء می‌شود:

- سامانه در همسایگی ضریب جفتیدگی بحرانی $g_c = 2$ ناپایدار می‌باشد.
- در فاز عادی، میانگین تعداد فوتون‌ها نسبت به حالت پایه صفر می‌باشد در حالیکه در فاز ابرتابشی این میانگین غیر صفر خواهد بود.
- با مشتق‌گیری از انرژی حالت پایه (رابطه‌های (۶) و (۹)) نسبت به ضریب جفتیدگی نتیجه می‌شود که مشتق اول (مانند انرژی حالت پایه) در ضریب جفتیدگی بحرانی پیوسته است. این در حالی است که مشتق دوم انرژی حالت پایه ناپیوسته می‌باشد. بنابراین گذار فاز بررسی شده در این تحقیق یک گذار فاز مرتبه دوم می‌باشد.

مرجع‌ها

[1] J. Gelhausen, M. Buchhold, Dissipative Dicke model with collective atomic decay: Bistability, noise-driven activation, and the nonthermal first-order superradiance transition, Physical Review A, 97 (2018) 023807.
[2] M.-J. Hwang, P. Rabl, M.B. Plenio , Dissipative phase transition in the open quantum Rabi model, Physical Review A, 97 (2018) 013825.
[3] S. Mukhin, N. Gnezdilov, First-order dipolar phase transition in the Dicke model with infinitely coordinated frustrating interaction, Physical Review A 97(2018) ,053809.
[4] M.-J. Hwang, R. Puebla, M.B. Plenio, Quantum phase transition and universal dynamics in the rabi model, Physical review letters, 115 (2015) 180404.
[5] M.O. Scully, M.S. Zubairy, *Quantum optics*, in, AAPT, 1999.
[6] H.-P. Eckle, H. Johannesson, A generalization of the quantum Rabi model: exact solution and spectral structure, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, 50 (2017) 294004.
[7] A. Rosenhouse, On the squeezing of coherent states by the multiphoton Jaynes-Cummings Hamiltonian with an intensity-dependent coupling, Journal of modern optics, 38 (1991) 269-286.
[8] M. Anand, S. Pabst, O. Kwon, D.E. Kim, Attosecond counter-rotating-wave effect in xenon driven by strong fields, Physical Review A, 95 (2017) 053420.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-24]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.