تاثیر هم‌بستگی اولیه‌ی اتم-میدان بر دینامیک توافق کوانتومی

احمد آخوند ؛ آناهیتا متولی باشی* ؛ عباس شکری

گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور،ص. پ.۳۶۹۷-۱۹۳۹۵، تهران، ایران

چکیده - در این مقاله اثر هم‌بستگی اولیه‌ی اتم-میدان همراه با برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی بین کیوبیت‌های سیستم را در حوزه‌ی مارکوفی و غیر مارکوفی بررسی می‌کنیم. نتایج محاسبات انجام شده نشان می‌دهند که هم‌بستگی اولیه‌ی اتم-میدان و برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی باعث کند شدن میرایی توافق کوانتومی می‌شوند. همچنین برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی قوی همراه با تحول غیر مارکوفی مجموعه مناسبی برای حفظ و پایداری هم‌بستگی‌های کوانتومی سیستم می‌باشند.

کلید واژه- کیوبیت، درهم‌تنیدگی، تحول مارکوفی و غیر مارکوفی، توافق کوانتومی

The effect of initial System-reservoir Correlation on quantum consonance

Akhound, Ahmad; Shokri, Abbas ; Motavalli Bashi, Anahita

Department of Physics, Payame Noor University

Abstract- In this paper we investigate the effect of system-reservoir correlation and dipole-dipole interaction between two qubits on dynamics of quantum consonance in Markovian and non-Markovian regimes. The results Show that in general, the larger initial qubit-reservoir correlation and dipole-dipole interaction can retard the decay of quantum consonance. Besides, a combination of relatively strong dipole-dipole interaction and non-Markovian effect can efficiently protect quantum consonance.

Keywords: qubit, Markovian and non-Markovian regimes, quantum consonance, dipole-dipole interaction.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

۱- مقدمه

هم‌بستگی کوانتومی نوعی هم‌بستگی غیر موضعی در سیستم‌های کوانتومی است که در علم محاسبات و ارتباطات کوانتومی کاربرد دارد[۱]. یکی از معیارهای سنجش و اندازه‌گیری مقدار هم‌بستگی مذکور، درهم-تنیدگی کوانتومی است. این معیار برای تعداد زیادی از حالت‌های کوانتومی کاربرد دارد، ولی برخی از حالت‌های جدایی پذیر (غیر درهم‌تنیده) دارای هم‌بستگی کوانتومی هستند که با این معیار قابل محاسبه نیست. به‌همین دلیل تحقیقات جدید برای یافتن معیار مناسبی که بتواند همه-ی هم‌بستگی‌های کوانتومی سیستم را اندازه‌گیری کند، ادامه دارد. اخیراً محققان معیاری به‌نام کانزونانس (توافق) کوانتومی معرفی کرده‌اند[۲] که در ادامه به‌طور مفصل به‌معرفی آن خواهیم پرداخت. با توجه به اهمیت تاثیر برهم‌کنش اولیه‌ی سیستم–مخزن و برهم‌کنش دو قطبی-دوقطبی کیوبیت‌ها، در این مقاله اثر آن‌ها را بر دینامیک توافق کوانتومی در دو حوزه‌ی مارکوفی و غیر مارکوفی بررسی می‌کنیم.

۲- توافق کوانتومی (ς)

برای محاسبه‌ی هم‌بستگی کوانتومی سیستم‌های دو بخشی به‌شکل $c = H^{(1)} \otimes H^{(2)}$ از معیار توافق کوانتومی استفاده می‌کنیم. این معیار ابتدا توسط "پ ایی" معرفی شد[۲]. از آن‌جا که هم‌بستگی کوانتومی تحت عملگرهای یکانی موضعی ناوردا باقی می‌ماند، با اعمال عملگرهای یکانی مناسب می‌توانیم هم‌بستگی‌های کلاسیکی را حذف کنیم و آنچه باقی می‌ماند هم‌بستگی‌های کوانتومی سیستم خواهد بود. برای کاهش هم‌بستگی‌های موضعی باید عبارت زیر را کمینه کرد [۲و۳]:

$$L(\rho) = \sum_{i\neq m}\left|\sum_{j=n}\rho^{c}_{ijmn}\right| + \sum_{j\neq n}\left|\sum_{i=m}\rho^{c}_{ijmn}\right| \quad (۱)$$

$$\rho^{c} = (U_1 \otimes U_2)\rho(U_1 \otimes U_2)^{\dagger} \quad (۲)$$

رابطه‌ی(۱) جمع عناصر غیر قطری ماتریس کاهش یافته-ی ماتریس ρ^c است که ρ^c، ماتریس تبدیل یافته ρ تحت عملگرهای یکانی موضعی U_1 و U_2 در رابطه‌ی (۲) می‌باشد. برای سیستم‌های دو بخشی، عملگرهای یکانی U_1 و U_2، ماتریس‌هایی هستند که ماتریس چگالی کاهش یافته ρ_A و ماتریس چگالی کاهش یافته ρ_B از ماتریس کل ρ_{AB} را قطری نموده و رابطه‌ی (۱) را صفر می‌کنند. در نتیجه توافق کوانتومی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varsigma = \sum_{ijmn}\left|\rho^{c}_{ijmn}\,(1-\delta_{im})(1-\delta_{jn})\right| \quad (۳)$$

که این عبارت جمع قدرمطلق عناصر قطر فرعی ماتریس تبدیل یافته ρ^c است.

۳- مدل هامیلتونی

دو کیوبیت A و B را در نظر می‌گیریم که در برهم‌کنش با یک مخزن بوزونی صفر درجه قرار دارد و برهم‌کنش بین کیوبیت‌ها نیز در نظر گرفته می‌شود. مدل هامیلتونی با توجه به $(\hbar = 1)$ به‌صورت زیر است[۴]:

$$H_0 = \omega_0\left(\sigma_+^A\sigma_-^A + \sigma_+^B\sigma_-^B\right) + \sum_k \omega_k b_k^{\dagger} b_k$$

$$H_I = \sum_k\left[g_k\left(\sigma_-^A + \sigma_-^B\right)b_k^{\dagger} + H.c.\right] + d\left(\sigma_-^A\sigma_+^B + \sigma_+^A\sigma_-^B\right) \quad (۴)$$

ω_0 فرکانس گذار بین اتم‌های دوترازه A و B است. σ_+وσ_- عملگرهای خلق و فنای اتم‌ها و b_kو$b_k^{\dagger}$ عملگرهای خلق و فنای مُد k-ام با فرکانس ω_k مخزن بوزونی هستند. g_k قدرت برهم‌کنش اتم با مُد k-ام و d قدرت برهم‌کنش بین اتم‌ها است. حالت اولیه سیستم کل را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$|\psi(0)\rangle = c(0)|\psi^{+}\rangle_{AB}|0\rangle_r + \sum_k c_k(0)|gg\rangle_{AB}|1_k\rangle_r \quad (۵)$$

که در آن $|\psi^{+}\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|eg\rangle_{AB} + |ge\rangle_{AB}\right)$ حالت بل است. مجموعه حالت $|0\rangle_r = |00...\rangle$ نشان دهنده‌ی حالت خلاء و مجموعه حالت $|1_k\rangle_r = |00...01_k0...\rangle$ نیز حالتی با یک برانگیختگی در مُد k-ام را نشان می‌دهد. $c_k(0) \neq 0$ حاکی از هم‌بستگی اولیه‌ی اتم-میدان است. بعد از تحول زمانی مطابق با رابطه‌ی (۴) حالت کلی سیستم با در نظر گرفتن فقط اولین برانگیختگی می‌تواند به‌صورت زیر بیان شود:

$$|\psi(t)\rangle = c(t)|\psi^{+}\rangle_{AB}|0\rangle_r + \sum_k c_k(t)|gg\rangle_{AB}|1_k\rangle_r \quad (۶)$$

با حل معادله‌ی شرودینگر در تصویر برهم‌کنش به‌صورت زیر:

$$i\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = H_I(t)|\psi(t)\rangle \quad (۷)$$

$$H_I(t) = \sum[g_k(\sigma_-^A + \sigma_-^B)b^{+}e^{-i(\omega_0-\omega_k)} + H.c.] \quad (۸)$$

روابطی برای $c(t)$ و $c_k(t)$ خواهیم یافت:

$$\dot{c}_k(t) = -i\sqrt{2}g_k e^{-i(\omega_0-\omega_k)t}c(t) \quad (۹)$$

$$\dot{c}(t) = -i\sqrt{2}\sum k g_k^{*} e^{i(\omega_0-\omega_k)t}c_k(t) - idc(t) \quad (۱۰)$$

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی (۹) و جاگذاری در رابطه‌ی (۱۰) خواهیم داشت:

$$\dot{c}(t)=-\sqrt{2}i\sum_k c_k(0)g_k^* e^{i(\omega_0-\omega_k)t}$$
$$-2\sum_k|g_k|^2\int_0^t dt_1 e^{i(\omega_0-\omega_k)(t-t_1)}c(t_1)-idc(t) \quad (۱۱)$$

برای یافتن جواب تحلیلی این معادله فرض می‌کنیم $c_k(0)=\alpha g_k$ باشد بدین معنی که هرچه قدرت برهم-کنش اتم-میدان بیشتر باشد، احتمال برانگیختگی مد k-ام میدان نیز بیشتر می‌شود بنابراین رابطه‌ی (۱۱) به‌شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{c}(t)=-\sqrt{2}i\sum_k|g_k|^2 e^{i(\omega_0-\omega_k)t}- \quad (۱۲)$$
$$2\sum_k|g_k|^2\int_0^t dt_1 e^{i(\omega_0-\omega_k)(t-t_1)}c(t_1)-idc(t)$$

اگر مدهای مخزن را نزدیک به‌هم فرض کنیم، می‌توان از حد پیوستگی $\sum_k|g_k|^2\to\int J(\omega)d\omega$ استفاده کرد که $J(\omega)$ تابع چگالی طیفی نام دارد و شکل لورنتسی آن را به‌صورت $J(\omega)=\frac{\gamma_0}{2\pi}\frac{\lambda^2}{(\omega-\omega_c)^2+\lambda^2}$ در نظر می‌گیریم. که در آن $\omega_c=\omega_0$ فرکانس مرکزی مخزن، λ پهنای طیف و γ_0 مربوط به درجه‌ی فروپاشی حالت برانگیخته‌ی اتم است. در اینجا دو حوزه‌ی دینامیکی مجزا وجود دارد. جفت شدگی ضعیف در ناحیه‌ی $(\gamma_0\langle\lambda/2)$ که منجر به تحول مارکوفی سیستم می‌شود و جفت شدگی قوی در ناحیه‌ی $(\gamma_0\rangle\lambda/2)$ که منجر به تحول غیرمارکوفی سیستم می‌شود. با حل تابع هم‌بستگی مخزن که به‌صورت $f(t-t_1)=\int J(\omega)e^{i(\omega_0-\omega)(t-t_1)}d\omega$ معرفی می‌شود عبارت $f(t)=\frac{1}{2}\gamma_0\lambda e^{-\lambda|t|}$ به‌دست می‌آید. از طرفی با در نظر گرفتن $c_k(0)=\alpha g_k$ و اینکه $|c(0)|^2+\sum|c_k(0)|^2=1$ مقدار $\alpha=\sqrt{2(1-|c(0)|^2)/\gamma_0\lambda}$ به‌دست می‌آید. بنابراین رابطه‌ی (۱۲) به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$\dot{c}(t)=-idc(t)-\sqrt{2}i\alpha f(t)-2\int_0^t dt_1 f(t-t_1)c(t_1) \quad (۱۳)$$

معادله‌ی دیفرانسیل انتگرالی فوق را می‌توان بوسیله‌ی تبدیلات لاپلاس حل کرد که رابطه‌ی زیر برای $c(t)$ به‌دست می‌آید:

$$c(t)=\frac{e^{-\frac{t}{2}(p+\beta)}}{2\beta}\left\{-2b\left(1-e^{\beta t}\right)+c(0)\left[p\left(1-e^{\beta t}\right)+\beta\left(1+e^{\beta t}\right)\right]\right\} \quad (۱۴)$$

که در آن $p=\lambda+id$ و $\beta=\sqrt{p^2-4\lambda(\gamma_0+id)}$ و $b=\lambda\left[c(0)-i\frac{\sqrt{2}}{2}\alpha\gamma_0\right]$ است. با استفاده از پایه‌های $\{|gg\rangle,|ge\rangle,|eg\rangle,|ee\rangle\}$ ماتریس چگالی کاهش یافته دو کیوبیت به شکل X :

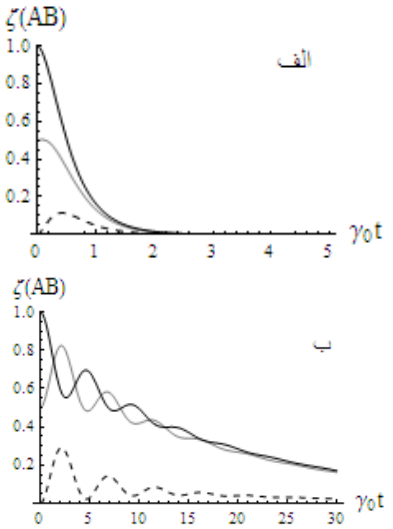
$$\rho_{AB}=\begin{pmatrix}1-|c(t)|^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & |c(t)|^2/2 & |c(t)|^2/2 & 0\\ 0 & |c(t)|^2/2 & |c(t)|^2/2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \quad (۱۵)$$

با استفاده از روابط (۱) تا (۳)، مقدار توافق کوانتومی برای ماتریس چگالی بالا حاصل می‌شود:

$$Q\zeta(\rho_{AB})=|c(t)|^2 \quad (۱۶)$$

۴- تاثیر هم‌بستگی اولیه اتم-میدان بر توافق کوانتومی

برای بررسی تاثیر هم‌بستگی اولیه اتم-میدان ، برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی بین کیوبیت‌ها را ثابت ($d=\gamma_0$) در نظر می‌گیریم. در شکل ۱ منحنی توافق کوانتومی اتم‌های A وB برای میزان هم‌بستگی‌های اولیه اتم-میدان رسم شده است به‌گونه‌ای که برای $c(0)=0$ منحنی خط چین و برای $c(0)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ منحنی خاکستری و برای $c(0)=1$ منحنی پررنگ رسم شده است. شکل (الف) مربوط به حوزه‌ی مارکوفی ($\lambda=5\gamma_0$) و شکل (ب) مربوط به حوزه-ی غیر مارکوفی ($\lambda=0.2\gamma_0$) می‌باشد



شکل ۱: منحنی توافق کوانتومی بین کیوبیت‌های A و B برای (الف): حوزه‌ی مارکوفی و (ب): حوزه‌ی غیر مارکوفی. در هر دو شکل برهم-کنش دو قطبی-دوقطبی بین اتم‌ها وجود دارد ($d=\gamma_0$). منحنی خط چین برای بیشترین هم‌بستگی اولیه سیستم-مخزن

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

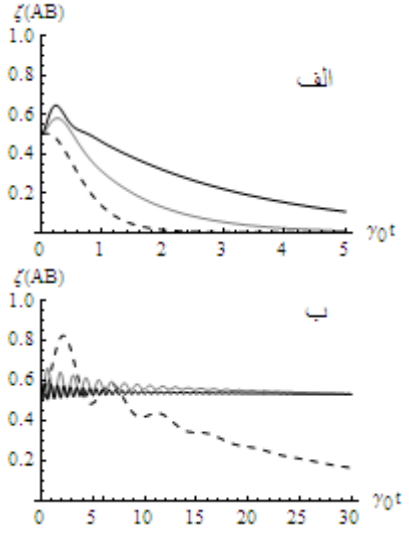
($c(0)=0$)، منحنی خاکستری برای $c(0)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ و منحنی توپر برای کمترین هم‌بستگی اولیه سیستم-مخزن $c(0)=1$.

در شکل (۱الف) ماکزیمم هم‌بستگی اولیه سیستم-مخزن (منحنی خط چین) باعث تولید هم‌بستگی توافق کوانتومی از مقدار صفر به ماکزیمم می‌شود و سپس با شیب ملایمی به‌سمت صفر میل می‌کند، بنابراین هم‌بستگی اولیه‌ی سیستم-مخزن باعث تولید توافق و کندی میرایی آن می‌شود. در حوزه‌ی مارکوفی توافق بعد از مدت کوتاهی به‌شدت میرا می‌شود و همان‌طور که انتظار داریم در حوزه‌ی غیر مارکوفی به‌صورت نوسانی کاهش می‌یابد که حاکی از برگشت اطلاعات به سیستم می‌باشد.

۵- تاثیر برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی اتم-ها بر توافق کوانتومی

برای بررسی تاثیر برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی اتم‌ها، برهم‌کنش اولیه سیستم-میدان را ($c(0)=\frac{1}{\sqrt{2}}$) در نظر می‌گیریم. شکل‌ها برای سه قدرت برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی $d=\gamma_0$ منحنی خط چین، و $d=5\gamma_0$ منحنی خاکستری و $d=10\gamma_0$ منحنی پررنگ رسم شده است. شکل‌های (الف) برای حوزه‌ی مارکوفی و (ب) برای حوزه‌ی غیر مارکوفی، شکل شماره (۲) منحنی توافق اتم‌های AوB می‌باشد.

افزایش قدرت برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی اتم‌ها باعث افزایش هم‌بستگی توافق کوانتومی اتم‌های AوB می‌شود



شکل ۲: منحنی توافق کوانتومی اتم‌های AوB در (الف) حوزه‌ی مارکوفی و (ب) غیر مارکوفی به‌ازای $c(0)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ برای سه قدرت برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی $d=\gamma_0$ منحنی خطچین، و $d=5\gamma_0$ منحنی خاکستری و $d=10\gamma_0$ منحنی پررنگ.

همین طور افزایش قدرت برهم‌کنش در حوزه غیر مارکوفی سبب پایداری توافق در سیستم دو کیوبیت AوB می‌شود.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله اثر هم‌زمان برهم‌کنش اولیه اتم-میدان و برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی دو کیوبیت در حوزه‌ی مارکوفی و غیر مارکوفی، به‌وسیله توافق کوانتومی بررسی شد. هنگامی‌که قدرت برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی سیستم ثابت باشد، هم‌بستگی اولیه‌ی قوی اتم-میدان باعث تولید توافق و کندی میرایی آن می‌شود. هم‌چنین هنگامی‌که برهم‌کنش کیوبیت-میدان ثابت باشد، هرچقدر برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی کیوبیت‌ها قوی‌تر باشد هم‌بستگی توافق کوانتومی سیستم پایدارتر خواهد بود. هم‌چنین نشان دادیم که ترکیب حوزه‌ی غیرمارکوفی و برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی قوی می‌تواند عامل مفیدی برای حفظ هم‌بستگی توافق سیستم شود.

مرجع‌ها

[۱] Horodecki, R., Horodecki, P., Horodecki, M., Horodecki, K.: Rev. Mod. Phys. **81**, 865 (2009)

[۲] P. Pei, Wei Wang, Chong Li, He-Shan Song, Interant. J. Theoret. Phys. 51(2012)3350

[۳] T. Gebremaryam, W. Li, and C. Li, Physica A457 (2016)437- 442

[٤] G.Y.Wang, Y.N.Guo Int J Theor Phys, 56 (2017) 1585

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]