بررسی برهمکنش سالیتون‌های کاواک درلیزر نشرکننده از سطح

شایسته رحمانی انباردان، رضا خردمند

گروه فتونیک دانشگاه تبریز، پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره شناسی (RIAPA)

چکیده – برهمکنش سالیتون‌های کاواک (*CSs*) در یک لیزر نشرکننده از سطح کاواک (*VCSEL*) با تزریق نوری مطالعه و بررسی شد. نشان داده شد که سالیتون‌ها در مجاورت یکدیگر نیروی جاذبه‌ای را تجربه می‌کنند که این نیرو به فاصله اولیه سالیتون‌ها بستگی داشته و برد اثر آن بیشتر از قطر سالیتون‌هاست. همچنین نشان داده شد که این پتانسیل برهمکنشی که به صورت نمایی با افزایش فاصله اولیه سالیتون‌ها کاهش می‌یابد بسیار شبیه به پتاسیل برهمکنشی مشاهده شده در مواد آب گریز (*hydrophobic materials*) است و در نهایت منجر به یکی شدن سالیتون‌ها می‌شود.

کلید واژه- سالیتون‌های کاواک (CSs)، لیزر نشرکننده از سطح کاواک (VCSEL)، مواد آب گریز (hydrophobic materials)

Investigation of cavity soliton interaction in VCSELs

Shayesteh Rahmani Anbardan, Reza Kheradmand

Research Institute for Applied Physics and Astronomy, Tabriz University, Tabriz, Iran

Abstract- We investigate the interaction of two cavity solitons in an optically injected vertical cavity surface emitting laser (VCSEL). We show that they experience an attractive force even when their distance is much larger than their diameter, and finally they merge. Since the merging time depends exponentially on the initial distance, we show that the attraction could be associated with an exponentially decaying interaction potential, similarly to what is found for hydrophobic materials.

Keywords: cavity soliton, VCSEL, hydrophobic materials

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-30]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

۱- مقدمه

دینامیک سیستم‌های نوری ابعاد بالا که از رقابت تعداد زیادی درجات آزادی فضایی و زمانی ناشی می‌شود، شباهت زیادی با دینامیک مایعات دارد[1]. گرداب‌های نوری[2]، آشفتگی‌های نوری[3]، مثال‌هایی از این نوع سیستم‌ها هستند. در زمینه ساختارهای جایگزیده، شباهت‌های قابل توجهی بین سالیتون‌های کاواک ایجاد شده در لیزر با ماده جاذب اشباع‌پذیر[4] و قطرات پرش‌کننده بر روی سطح ظرفی شامل همان مایع وجود دارد[5]. در این مقاله رفتار مشابه دیگری بین دینامیک ساختارهای جایگزیده و دینامیک مایعات نشان داده شده است. در این پژوهش نشان داده شده است که برهمکنش دو سالیتون کاواک در یک لیزر تحریک شده نوری بسیار مشابه با برهمکنش مواد آب گریز با آب است و پتانسیل برهمکنشی در هر دو مورد پتانسیل نمایی کاهنده است[6].

۲- مدل

لیزر نیم‌رسانای مورد مطالعه در این مقاله از نوع *VCSEL* می‌باشد که شامل ساختار چاه‌کوانتومی چندگانه *GaAs / AlAs* به عنوان محیط فعال است و انرژی سیستم توسط یک پرتو نگهدارنده ایستا و پهن و هم‌چنین یک جریان الکتریکی که آستانه لیزرزایی را تأمین می‌کند، فراهم می‌شود. معادلات ماکسول-بلاخ برای توصیف دینامیک سیستم با استفاده از معادلات (۱) داده می‌شوند[7]:

$$\begin{cases}\partial_t E = \sigma[E_I - (1+i\theta)E + P + i\nabla^2 E,\\ \partial_t D = J - D - (E^* p + E p^*)/2 + d\nabla^2 D,\\ \partial_t P = \xi(D)[(1-i\alpha) f(D)E - P].\end{cases} \quad (۱)$$

در روابط فوق E و P به ترتیب میدان کاواک و پلاریزاسیون ماده می‌باشند، D چگالی حامل‌ها، σ به صورت نسبت طول عمر فوتون‌ها τ_{ph} به طول عمر حامل‌ها τ_c تعریف می‌شود. E_I میدان تزریقی، θ نامیزانی بین کاواک و میدان تزریقی، α فاکتور افزایش پهنای باند، J جریان تزریق، d ثابت پخش حامل‌ها است. پراش توسط عملگر لاپلاس ∇^2 توصیف می‌شود.

شاخص زمان، توسط τ_c (که از مرتبه $1ns$ است) و شاخص مکان، توسط ریشه مجذور پارامتر پراش (که از مرتبه $4-5\mu m$ است)، نرمالیزه شده است.

تابع حقیقی $f(D)$ نشان دهنده غیرخطیت محیط بهره، که از نوع چاه‌کوانتومی چندگانه است، می باشد. اگر این تابع به صورت درجه دو در نظر گرفته شود $f(D) = (1-\beta D)D$، به ازای $\beta = 0.125$ بهترین فیت برای بهره محاسبه شده با مدل ماکروسکوپیک به دست می‌آید.[8] غیرخطیت بیانگر این است که جریان آستانه از رابطه $J_{th} = (1-\sqrt{1-4\beta})/2\beta$ بدست می‌آید، که با در نظر گرفتن $\beta = 0.125$ جریان آستانه برابر است با $J_{th} = 1.17$. تابع مختلط $\xi(D)$ در معادله مربوط به پلاریزاسیون ماکروسکوپیک، نشان دهنده وابستگی پهنای خط بهره، در فرکانسی که بهره ماکزیمم می‌شود، به چگالی حامل‌ها است.

در یک لیزر با تزریق نوری وقتی که فرکانس میدان تزریقی با فرکانس لیزر آزاد هم‌خوانی ندارد قبل از نقطه تزریق قفل شده هیچ حالت پایداری وجود ندارد، بنابراین خروجی لیزر نوسانی خواهد بود و چندین مد عرضی تحریک خواهد شد. تحت چنین شرایطی معادله مربوط به پلاریزاسیون ماکروسکوپیک مانند یک فیلتر طیفی عمل کرده و وجود این معادله برای اجتناب از ناپایداری‌های غیرفیزیکی طول موج‌های کوتاه، لازم و ضروری است. در این مقاله، به دلیل اینکه برهمکنش سالیتون‌ها بعد از نقطه تزریق قفل شده بررسی شده است می توان از معادلات کاهش یافته زیر که از حذف آدیاباتیک استاندارد پلاریزاسیون به دست آمده‌اند استفاده کرد:

$$\begin{cases}\partial_t E = \sigma[E_I - (1+i\theta)E + (1-i\alpha) f(D)E + i\nabla^2 E],\\ \partial_t D = J - D - f(D)|E|^2 + d\nabla^2 D\end{cases} \quad (۲)$$

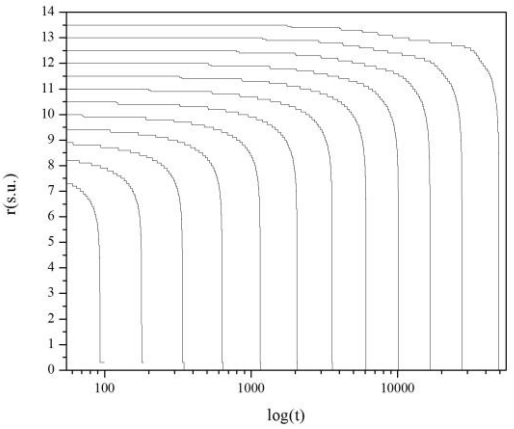
در شبیه‌سازی‌های انجام شده پارامتر $J = 1.2J_{th}$، $\alpha = 4$، $\theta = -2$، $d = 0.052$، $E_I = 1$، $\sigma = 400$ در نظر گرفته شده است که با این پارامترها امکان روشن شدن سالیتون‌های کاواک ایستا با پهنایی (*HWHM*) برابر با یک واحد فضایی (s.u.) وجود دارد. در این مقاله برای بررسی برهمکنش سالیتون‌ها، دو سالیتون به طور همزمان در فاصله اولیه r_0 نوشته شد و رفتار آنها در یک بازه زمانی کافی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-30]

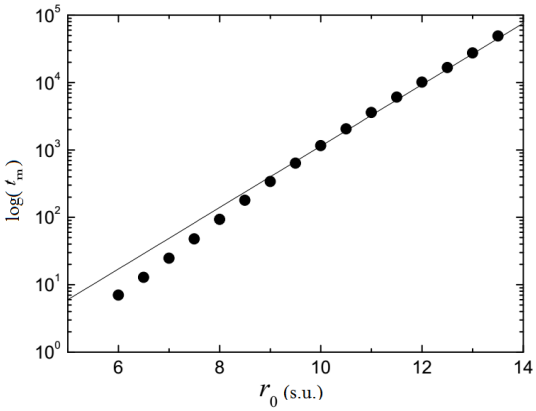
۱-۲- بحث و نتایج

بررسی برهمکنش سالیتون‌ها نشان داد که حتی برای فواصل اولیه بیشتر از ۱۰ واحد فضایی که خیلی بیشتر از قطر یک سالیتون است، سالیتون‌ها نیروی جاذبه‌ای را تجربه کرده و به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند تا در نهایت یکی شوند. شکل ۱ نمودار تحول زمانی فاصله سالیتون‌ها را به ازای مقادیر مختلف فاصله اولیه آنها نشان می‌دهد.



شکل ۱: تحول زمانی فاصله سالیتون‌ها برای فواصل اولیه مختلف

سرعت حرکت سالیتون‌ها در ابتدای حرکت بسیار کند و در انتهای حرکت و درست در لحظه یکی شدن آنها بسیار سریع است. این حقیقت که فاصله بین زمان‌های یکی شدن متوالی در مقیاس لگاریتمی تقریبا ثابت است، نشان می‌دهد که زمان یکی شدن به صورت نمایی به فاصله اولیه سالیتون‌ها بستگی دارد، که این فرض به طور اساسی در شکل ۲ تایید شده است.



شکل ۲: نمودار نیمه لگاریتمی زمان یکی شدن سالیتون‌ها بر حسب فاصله اولیه آنها. خط راست دارای معادله $y = a + bx$ است که در آن $a = -3.460 \pm 0.12$ و $b = 1.055 \pm 0.01$ می باشد، این خط از فیت خطی ۸ نقطه که مربوط به فواصل اولیه بزرگتر هستند به دست آمده است.

این نتایج می‌تواند به عنوان یک دلیل بیشتر برای نشان دادن خصوصیت ذره گونه سالیتون‌ها تفسیر شود. می‌دانیم که زمان به هم رسیدن دو جرم تحت پتانسیل گرانشی r^{-1} به صورت $r_0^{3/2}$ به فاصله اولیه آنها وابسته است[9]. به طور مشابه می‌توان فرض کرد که زمان یکی شدن سالیتون‌ها که به صورت نمایی با زمان افزایش می‌یابد بیانگر یک پتاسیل برهمکنشی بین سالیتون‌هاست که با افزایش فاصله اولیه سالیتون‌ها کاهش می‌یابد:

$$V(r) = -K^2 e^{-r/R} \qquad (۳)$$

این پتاسیل به دو پارامتر بستگی دارد: قدرت پتانسل K و برد آن R.

در اینجا ما از ایده سقوط آزاد یک سالیتون به سمت سالیتون دیگر استفاده کردیم. برای رسیدن به هدف، حرکت دو سالیتون را تحت این پتانسیل، پایسته فرض کردیم. سرعت دو جسم که ابتدا در حال سکون و در فاصله r_0 از یکدیگر قرار دارند با استفاده از قانون پایستگی انرژی در هر فاصله دلخواه $0 \le x \le r_0$ به صورت $v(x) = -K\sqrt{e^{-x/R} - e^{-r_0/R}}$ به دست می آید. این رابطه به این معناست که پارامتر K به معنی سرعت تماس در حد $r_0 \succ\succ R$ است. با استفاده از رابطه به دست آمده برای سرعت می توان زمان مورد نیاز برای رسیدن به فاصله r را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$t(r) = \frac{1}{K}\int_r^{r_0} \frac{dx}{v(x)} = \frac{\mathrm{Re}^{r_0/2R}}{K}[\pi - 2\arctan(\frac{e^{r/2R}}{e^{-r/R} + e^{r_0/R}})]. \qquad (۴)$$

با توجه به رابطه فوق زمان یکی شدن سالیتون‌ها $t_m = t(0)$ برابر است با:

$$t(r) = \frac{\mathrm{Re}^{r_0/2R}}{K}[\pi - 2\arctan(\frac{1}{1+e^{r_0/R}})]. \qquad (۵)$$

حتی اگر فاصله اولیه سالیتون‌ها مقداری کمتر از برد برهمکنش R باشد، جمله دوم داخل براکت با -1 تخمین زده می‌شود و بنابراین نسبت به جمله اول قابل صرف نظر کردن است و زمان یکی شدن به صورت رابطه زیر ساده می‌شود:

$$t_{m,ap} = \pi \frac{R}{K} e^{r_0/2R}. \qquad (۵)$$

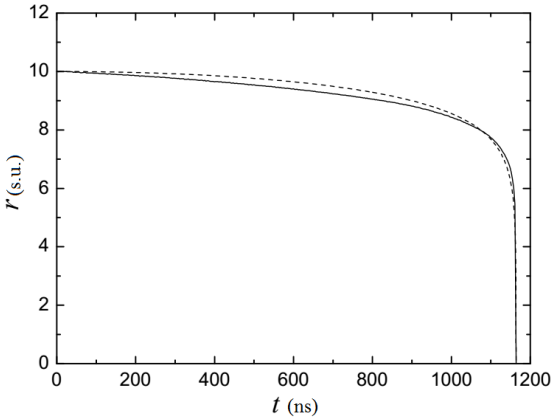
خط راست در شکل ۲، فیت خطی انجام شده بر داده‌های عددی با صرف نظر کردن از داده‌های $r_0 \prec 10$ می باشد. صرف نظر کردن از این داده‌ها به این دلیل است که رابطه ۵ فقط برای فواصل اولیه بزرگتر معتبر است. با استفاده از

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-30]

شیب خط مقدار پارامتر R به صورت $R=0.474$ به دست می‌آید که این مقدار تقریبا برابر با شعاع یک سالیتون است.

اگر مقادیر R و K مشخص باشند تحول زمانی فاصله سالیتون‌ها به طور کامل با رابطه ۴ به دست خواهد آمد. اما متاسفانه به دلیل اینکه عدم قطعیت در عرض از مبدا فیت خطی بیشتر از شیب آن است بنابراین تخمین دقیق قدرت برهمکنش K غیرممکن است. در شکل ۳ یک مقایسه بین داده‌های عددی و تحلیلی برای فاصله اولیه $r_0=10$ ارائه شده است.



شکل ۳: تحول زمانی فاصله سالیتون‌ها برای $r_0=10$. خط ممتد منحنی مربوط به داده‌های شبیه سازی عددی است و نقطه چین منحنی مربوط به داده های تحلیلی است که با استفاده از معادله ۴ به ازای $R=0.474$ و $K=48.2$ به دست آمده.

در این نمودار منحنی نقطه چین که مربوط به داده های تحلیلی است، با در نظر گرفتن $K=48.77$، که متناسب با عرض از مبدا $a=-3.382$ است، رسم شده است. این مقدار عرض از مبدا طوری انتخاب شده که روند حرکت در هر دو منحنی یکسان باشد. منحنی تحلیلی، وابستگی زمانی فاصله را به خوبی بازتولید می‌کند و بیشرین انحراف در میانه حرکت دیده می‌شود که همواره کمتر از ۳٪ باقی می‌ماند. برای مثال در زمان $t=700$، فاصله در شبیه‌سازی عددی $r=9.493$ و در شبیه‌سازی تئوری $r=9.235$ می‌باشد.

۳- نتیجه‌گیری

در این مقاله نشان داده شد که سالیتون‌های ایجاد شده در *VCSEL* تحریک شده به صورت نوری و پمپ شده بالای حد آستانه، نیروی جاذبه‌ای را تجربه می‌کنند که این نیرو در فواصل بزرگتر از قطر سالیتون‌ها نیز اثر گذار است. این نیرو منجر به حرکت سالیتون‌ها به سمت یکدیگر با سرعتی فزاینده شده و در نهایت به یکی شدن سالیتون‌ها می‌انجامد. زمان یکی شدن سالیتون‌ها با تقریب خوبی به صورت نمایی به فاصله اولیه سالیتون‌ها وابسته است. ما نتایج فوق را به عنوان حرکت پایسته دو ذره که تحت تاثیر پتانسیل نمایی کاهنده هستند تفسیر کردیم که این رفتار مشابه با رفتار مواد آب گریز در آب است. این رفتار سالیتون‌ها متفاوت از رفتار سالیتون‌ها در محیط غیرفعال است. زیرا در آنجا برهمکنش دو سالیتون منجر به یک حرکت غیرنیوتونی می شود که در آن سرعت (نه شتاب)، متناسب با اختلال وارد شده به یک سالیتون توسط سالیتون دیگر است[10].

مراجع

[1] M. Brambilla, L. A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, C. Tamm, and C. O. Weiss, “Transverse laser patterns. II. Variational principle for pattern selection, spatial multistability, and laser hydrodynamics,” *Phys. Rev. A*, vol. 43, no. 9, pp. 5114–5120, 1991.

[2] P. Coullet, L. Gil, and F. Rocca, “Optical vortices,” *Opt. Commun.*, vol. 73, no. 5, pp. 403–408, Nov. 1989.

[3] F. T. Arecchi, “Space-time complexity in nonlinear optics,” *Phys. D Nonlinear Phenom.*, vol. 51, no. 1–3, pp. 450–464, Aug. 1991.

[4] F. Prati, L. A. Lugiato, G. Tissoni, and M. Brambilla, “Cavity soliton billiards,” *Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.*, vol. 84, no. 5, pp. 1–6, 2011.

[5] S. PROTIÈRE, A. BOUDAOUD, and Y. COUDER, “Particle–wave association on a fluid interface,” *J. Fluid Mech.*, vol. 554, no. 1, p. 85, 2006.

[6] S. H. Donaldson, A. R??yne, K. Kristiansen, M. V. Rapp, S. Das, M. A. Gebbie, D. W. Lee, P. Stock, M. Valtiner, and J. Israelachvili, “Developing a general interaction potential for hydrophobic and hydrophilic interactions,” *Langmuir*, vol. 31, no. 7, pp. 2051–2064, 2015.

[7] X. Hachair, F. Pedaci, E. Caboche, S. Barland, M. Giudici, J. R. R. Tredicce, F. Prati, G. Tissoni, R. Kheradmand, L. A. L. A. Lugiato, I. Protsenko, M. Brambilla, others, I. Protsenko, and M. Brambilla, “Cavity solitons in a driven VCSEL above threshold,” *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 12, no. 3, pp. 339–350, May 2006.

[8] M. Eslami, R. Kheradmand, and G. Hashemvand, “The effect of nonlinear gain on the characteristics of an optically injected VCSEL and cavity solitons,” *Opt. Quantum Electron.*, vol. 46, no. 2, pp. 319–329, Feb. 2014.

[9] S. K. Foong, “From Moon-fall to motions under inverse square laws,” *Eur. J. Phys.*, vol. 29, no. 5, pp. 987–1003, 2008.

[10] A. G. Vladimirov, J. M. McSloy, D. V. Skryabin, and W. J. Firth, “Two-dimensional clusters of solitary structures in driven optical cavities,” *Phys. Rev. E - Stat. Nonlinear, Soft Matter Phys.*, vol. 65, no. 4, pp. 26–28, 2002.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-30]