دینامیک درهم‌تنیدگی یک سامانه اپتومکانیکی در حضور لیزر رانشی: اثر میرایی

مرضیه حسنی ندیکی، محمدکاظم توسلی

گروه اتمی و مولکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

چکیده – در این مقاله، دینامیک درهم‌تنیدگی یک اتم دوترازی که با یک میدان کوانتیده تک‌مد در یک کاواک اپتومکانیکی میرا برهم-کنش می‌کند را در حضور لیزر رانشی بررسی می‌کنیم. برای نیل به این منظور پس از به دست آوردن هامیلتونی مؤثر، یک جمله اتلافی را به طور مناسب به آن اضافه می‌کنیم. سپس، شکل صریح وابسته به زمان بردار حالت کل سامانه با انتخاب شرایط اولیه مناسب اتم، میدان و آینه مرتعش را به دست می‌آوریم و در نهایت تغییرات زمانی آنتروپی خطی را به عنوان سنجه‌ای برای اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی مورد مطالعه قرار می‌دهیم. نتایج نشان می‌دهند که اتلاف باعث کاهش میزان درهم‌تنیدگی بین اتم و زیرسامانه‌های میدان و آینه می-شود.

کلید واژه- آنتروپی خطی، درهم‌تنیدگی، کاواک اپتومکانیک، هامیلتونی مؤثر.

The entanglement dynamics of an optomechanics system in the presence of a driving laser: the effect of dissipation

M. Hassani nadiki; M. K. Tavassoly
Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University

Abstract- In this paper, we investigate the entanglement dynamics of a two-level atom with a single-mode quantized field in a damped cavity optomechanics system in the presence of a driving laser. To achieve this purpose, after obtaining the effective Hamiltonian we added a suitable dissipation term to it. Then, we evaluate the explicit time-dependent form of the state vector of the whole system by choosing particular initial conditions for atom, field and the oscillatory mirror and finally, we calculate the time evolution of linear entropy as a measure of entanglement. The results show that the dissipation reduces the amount of entanglement between the atom and the subsystem consisting of the field and mirror.

Keywords: linear entropy, entanglement, cavity optomechanics, effective Hamiltonian.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

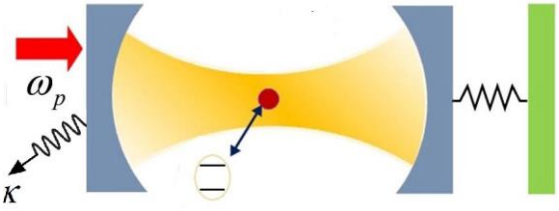
۱- مقدمه

گروه والتر برای اولین بار اثرهای فشار تابشی را بر آینه‌های ماکروسکوپیک مشاهده کردند [۱]. در این آزمایش‌ها از یک کاواک اپتیکی استفاده شد که در آن، یکی از آینه‌های انتهایی آزادانه در محدوده مشخصی حرکت می‌کند. در این شرایط، حرکت ارتعاشی آینه با میدان تابشی درون کاواک توسط فشار تابشی جفت می‌شود. این نوع برهم‌کنش نور با ماده (جسم ماکروسکوپیک) که در آن، فشار تابشی توانایی جابجا کردن یک جسم ماکروسکوپیک (همانند آینه متحرک) را دارد به جفت‌شدگی اپتومکانیک موسوم است و سامانه مربوطه را یک سامانه اپتومکانیک می‌نامند. در سال‌های اخیر سامانه‌های اپتومکانیک کاربردهای بسیار گسترده‌ای را در فیزیک تجربی و نظری به خود اختصاص داده‌اند. کاربردهای چنین سامانه‌ای به قدری قابل ملاحظه است که در حوزه وسیعی از پژوهش‌های اپتیک کوانتومی می‌توان از قابلیت‌ها و توانمندی‌های آن بهره جست. با استفاده از سامانه‌های اپتومکانیک می‌توان اصول مهمی از مکانیک کوانتومی را مورد آزمون تجربی قرار داد [۲]. از جمله کاربردهای سامانه‌های اپتومکانیک می‌توان به اندازه گیری‌های دقیق جرم و نیرو [۳]، آشکارسازی امواج گرانشی [۴]، پردازش اطلاعات کوانتومی و سردسازی نوسانگرهای مکانیکی نزدیک به حالت پایه [۵] اشاره کرد. از سوی دیگر، درهم‌تنیدگی یکی از پدیده‌های مهم مکانیک کوانتومی به‌شمار می‌رود که در سال‌های اخیر، سامانه‌های اپتومکانیک که در ساده‌ترین حالت از یک کاواک اپتیکی با تک‌آینه متحرک تشکیل شده‌اند، امکان بررسی این اثر کوانتومی را ممکن ساخته‌اند [۶]. در این سامانه‌ها نیروی فشار تابشی می‌تواند منجر به حرکت آینه متحرک حول نقطه تعادل و در نتیجه جفت‌شدگی مدهای مکانیکی و اپتیکی و ایجاد درهم‌تنیدگی میان آن‌ها شود.

اخیراً حالت‌های درهم‌تنیده سه‌جزئی در یک سامانه اپتومکانیکی متشکل از یک اتم دوترازی و میدان کوانتیده تک‌مد در کاواک اپتیکی با یک آینه متحرک در غیاب لیزر رانشی در [۷] و در حضور لیزر رانشی در [۸] بررسی شده است. در مقاله حاضر، اثر اتلاف میدان بر دینامیک درهم‌تنیدگی این سامانه در حضور لیزر رانشی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲- مدل فیزیکی سامانه

سامانه‌ای اپتومکانیکی مانند شکل ۱ را در نظر می‌گیریم. این سامانه شامل یک اتم دوترازی با حالت پایه $|g\rangle$، حالت برانگیخته $|e\rangle$ و بسامد گذار $\omega_{\rm at}$ است که با یک میدان تابشی کوانتیده تک‌مد در یک کاواک اپتومکانیکی میرا که یکی از آینه‌های آن متحرک است برهم‌کنش می‌کند.



شکل ۱: یک اتم دوترازی در حال برهم‌کنش با یک میدان کوانتیده تک‌مدی در یک سامانه اپتومکانیک کوانتومی میرا. کاواک توسط یک میدان پمپ تغذیه می‌شود و κ آهنگ اتلاف کاواک را نشان می‌دهد.

همچنین، سامانه توسط یک میدان پمپ با بسامد $\omega_{\rm p}$ و دامنه $E_{\rm p}$ روی آینه تغذیه می‌شود و κ آهنگ اتلاف کاواک را نشان می‌دهد. اثر دامنه میدان لیزر رانشی به این دلیل که برای تحقق فیزیکی سامانه اپتومکانیکی مورد نظر بسیار حائز اهمیت می‌باشد در نظر گرفته شده است و در مورد نتایج حضور آن در مرجع [۸] به طور جامع بحث کرده‌ایم. با در نظر گرفتن آینه متحرک همانند یک نوسانگر هماهنگ کوانتومی با جرم مؤثر m و بسامد $\omega_{\rm m}$، هامیلتونی کل سامانه را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\hat{H} = \hbar\omega_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\hbar\omega_{at}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega_m\hat{b}^\dagger\hat{b} - \hbar G\hat{a}^\dagger\hat{a}(\hat{b}+\hat{b}^\dagger) + \hbar J(\hat{a}\hat{\sigma}_+ + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_-) + i\hbar E_p(\hat{a}^\dagger e^{-i\omega_p t} - \hat{a}e^{i\omega_p t}), \quad (۱)$$

در این رابطه، $\hat{a}\left(\hat{a}^\dagger\right)$ و $\hat{b}\left(\hat{b}^\dagger\right)$ به ترتیب عملگرهای نابودی (آفرینش) مربوط به حرکت نوسانی آینه با بسامد ω_m و مد میدان با بسامد ω_c و $\hat{\sigma}_\pm$ و $\hat{\sigma}_z$ هم عملگرهای گذار و وارونی جمعیت مربوط به اتم هستند. جملات اول، دوم و سوم به ترتیب متناظر با هامیلتونی آزاد میدان، اتم و آینه هستند و جمله چهارم آن بیانگر جفت‌شدگی بین میدان کاواک و نوسانگر مکانیکی است. دوجمله آخر نیز به ترتیب برهم‌کنش بین میدان کاواک و اتم دوترازی با قدرت جفت‌شدگی J و برهم‌کنش بین میدان لیزر اعمالی و میدان کاواک را نشان می‌دهند. در

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

چارچوب چرخان، هامیلتونی (۱) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\hat{H} = \hbar\Delta_c \hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega_m \hat{b}^\dagger\hat{b} + \frac{1}{2}\hbar\Delta_{at}\hat{\sigma}_z - \hbar G\,\hat{a}^\dagger\hat{a}(\hat{b}+\hat{b}^\dagger) + \hbar J(\hat{a}\,\hat{\sigma}_+ + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_-) + i\hbar E_p(\hat{a}^\dagger - \hat{a}), \quad (۲)$$

که در این رابطه پارامتر نامیزانی میدان پمپ-کاواک (اتم-لیزر رانشی) به شکل $\Delta_c = \omega_c - \omega_p$ تعریف می‌شود. هامیلتونی در تصویر برهم‌کنش با در نظر گرفتن شرایط $\Delta_c = 2\omega_m$ و $\Delta_{at} = \omega_m$، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\hbar G\,\hat{a}^\dagger\hat{a}(\hat{b}e^{-i\omega_m t} + \hat{b}^\dagger e^{i\omega_m t}) + \hbar J(\hat{a}\,\hat{\sigma}_+ e^{-i\omega_m t} + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_- e^{i\omega_m t}) - i\hbar E_p(\hat{a}e^{-2i\omega_m t} - \hat{a}^\dagger e^{2i\omega_m t}). \quad (۳)$$

پس از محاسبات نسبتاً طولانی، هامیلتونی مؤثر سامانه با استفاده از روش کورس-گریند [۹] به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \frac{\hbar GJ}{\omega_m}(\hat{a}^\dagger\hat{b}\hat{\sigma}_- + \hat{a}\hat{b}^\dagger\hat{\sigma}_+) - \frac{\hbar G^2}{\omega_m}(\hat{a}^\dagger\hat{a})^2 - \frac{\hbar J^2}{\omega_m}\left(\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\sigma}_z + \hat{\sigma} + \hat{\sigma}-\right) - i\frac{3}{4}\frac{\hbar GE_p}{\omega_m}(\hat{a}\hat{b}^\dagger e^{-i\omega_m t} - \hat{a}^\dagger\hat{b}e^{i\omega_m t}) + i\frac{3}{4}\frac{\hbar JE_p}{\omega_m}(\hat{\sigma}_- e^{-i\omega_m t} - \hat{\sigma}_+ e^{i\omega_m t}), \quad (۴)$$

جمله اول این هامیلتونی، نشان‌دهنده برهم‌کنش سه‌جزئی بین اتم، میدان و آینه است. این برهم‌کنش نقش مهمی در تولید حالت‌های درهم‌تنیده ایفا می‌کند [۷،۱۰]. برای بررسی اثر اتلاف میدان بر دینامیک درهم‌تنیدگی سامانه اپتومکانیکی، هامیلتونی جدید را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [۱۱]:

$$\hat{\mathrm{H}}_{eff} = \hat{H}_{\text{eff}} - i\kappa\hbar\hat{a}^\dagger\hat{a}. \quad (۵)$$

در این مقاله حالت اولیه اتم را یک برهم‌نهی کلی از حالت‌های پایه و برانگیخته، مد میدان کاواک را در حالت پایه و حالت اولیه مد مکانیکی را در حالت تک‌فوتونی در نظر می‌گیریم. در این صورت داریم:

$$|\psi(0)\rangle = |0_f, 1_m\rangle(\cos\theta|e\rangle + \sin\theta|g\rangle). \quad (۶)$$

تابع موج وابسته به زمان سامانه تحت تأثیر هامیلتونی (۵) را به صورت زیر درنظر می‌گیریم:

$$|\psi(t)\rangle = M_1(t)|0_f, 1_m, e\rangle + M_2(t)|0_f, 1_m, g\rangle + M_3(t)|1_f, 0_m, e\rangle + M_4(t)|1_f, 0_m, g\rangle, \quad (۷)$$

در این رابطه، $M_i\ (i=1,2,..,5)$ دامنه‌های احتمال هستند که باید تعیین شوند. با حل معادله شرودینگر وابسته به زمان، چهار معادله دیفرانسیل جفت‌شده به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{M}_1(t) = \frac{iJ^2}{\omega_m}M_1 - \frac{3}{4}\frac{JE_p}{\omega_m}e^{i\omega_m t}M_2 + \frac{3}{4}\frac{GE_p}{\omega_m}e^{i\omega_m t}M_3 - \frac{iGJ}{\omega_m}M_4,$$

$$\dot{M}_2(t) = \frac{3}{4}\frac{JE_p}{\omega_m}e^{-i\omega_m t}M_1 + \frac{3}{4}\frac{GE_p}{\omega_m}e^{-i\omega_m t}M_4,$$

$$\dot{M}_3(t) = \frac{3}{4}\frac{GE_p}{\omega_m}e^{i\omega_m t}M_1 + \frac{iJ^2}{\omega_m}M_3 - \kappa M_3 - \frac{3}{4}\frac{JE_p}{\omega_m}e^{i\omega_m t}M_4,$$

$$\dot{M}_4(t) = -\frac{iGJ}{\omega_m}M_1 + \frac{3}{4}\frac{GE_p}{\omega_m}e^{i\omega_m t}M_2 + \frac{3}{4}\frac{JE_p}{\omega_m}e^{-i\omega_m t}M_3 - \kappa M_4.$$

با حل مجموعه معادلات دیفرانسیل بالا، می‌توان بردار حالت سامانه اپتومکانیکی را در حضور اتلاف میدان به دست آورد (به دلیل پیچیدگی و طولانی بودن جواب‌ها از نوشتن شکل صریح آن‌ها خودداری می‌کنیم). در ادامه، قصد داریم اثر اتلاف بر دینامیک درهم‌تنیدگی بین اتم و زیرسامانه "آینه+میدان" را توسط سنجه آنتروپی خطی که به صورت $S_{at}(t) = 1 - \mathrm{Tr}\left(\hat{\rho}_{at}^2(t)\right)$ تعریف می‌شود بررسی کنیم. آنتروپی قادر است درجه درهم‌تنیدگی یک حالت را آشکار کند به نحوی که آنتروپی بالاتر (پایین‌تر) نشان‌دهنده درجه درهم‌تنیدگی بزرگ‌تر (کوچک‌تر) است. در این رابطه، $\hat{\rho}_{at}(t)$ ماتریس چگالی کاهش‌یافته است:

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{at}(t) &= \mathrm{Tr}_{\mathrm{f,m}}[\hat{\rho}(t)] \\ &= \left(|M_1(t)|^2 + |M_3(t)|^2\right)|e\rangle\langle e| \\ &+ (|M_2(t)|^2 + |M_4(t)|^2)|g\rangle\langle g| \\ &+ (M_1(t)M_2^*(t) + M_3(t)M_4^*(t))|e\rangle\langle g| \\ &+ (M_1^*(t)M_2(t) + M_3^*(t)M_4(t))|g\rangle\langle e|.\end{aligned} \quad (۸)$$

در نتیجه، آنتروپی خطی برای اتم به صورت زیر حاصل می‌شود:

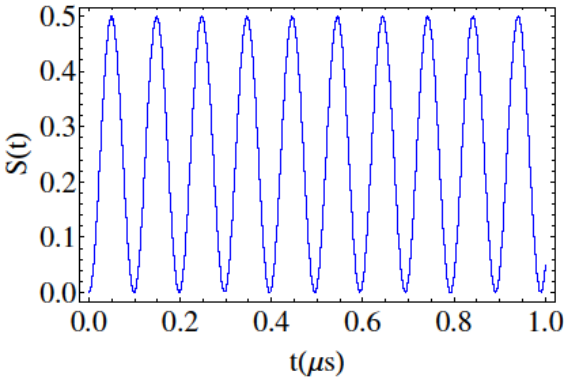
$$\begin{aligned}S_{at}(t) = 1 &- \left(|M_1(t)|^2 + |M_3(t)|^2\right)^2 \\ &- (|M_2(t)|^2 + |M_4(t)|^2)^2 \\ &- 2(M_1(t)M_2^*(t) + M_3(t)M_4^*(t)) \\ &\times (M_1^*(t)M_2(t) + M_3^*(t)M_4(t)).\end{aligned} \quad (۹)$$

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

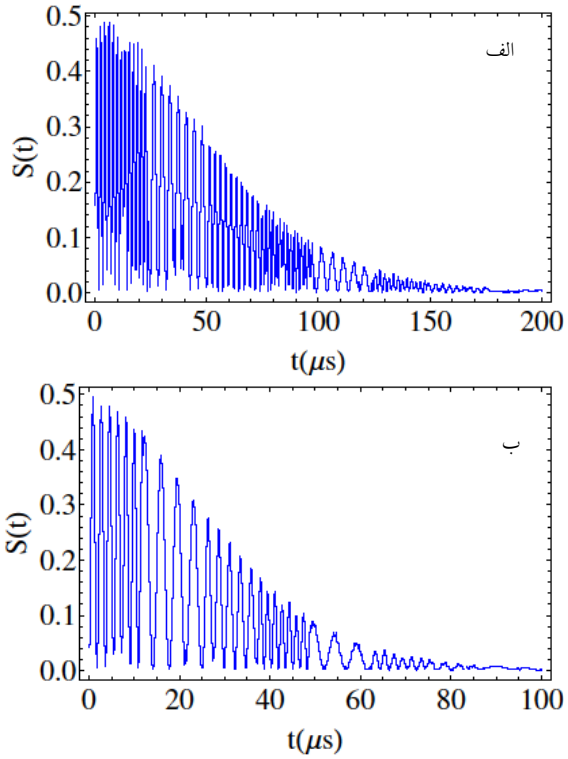
[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

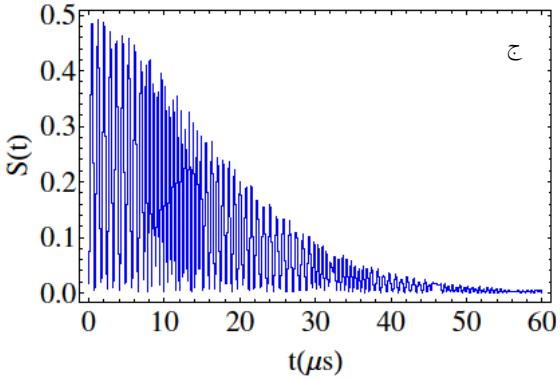
۳- نتیجه گیری و تجزیه و تحلیل دینامیک درهم‌تنیدگی سامانه در حضور اتلاف

در این بخش، تحول زمانی آنتروپی خطی را در غیاب و در حضور اتلاف بررسی می‌کنیم. شکل‌های ۲ و ۳ تغییرات آنتروپی خطی بر حسب زمان را برای حالتی که ضریب جفت‌شدگی اپتومکانیکی برابر با ضریب جفت‌شدگی اتم-میدان و اتم در حالت پایه $\left(\theta=\frac{\pi}{2}\right)$ است را به ترتیب در در غیاب اتلاف و در حضور آن نشان می‌دهند. همان‌طور که از هر دو شکل پیداست رفتار آنتروپی در هر دو مورد نوسانی است.



شکل ۲: آنتروپی خطی بر حسب زمان به ازای $G=J=2\pi\times12.5MHz$ ، $\theta=\frac{\pi}{2}$ ، $E_p=2\pi\times0.2GHz$ و $\kappa=0$.





شکل ۳: آنتروپی خطی بر حسب زمان الف) $\kappa=2\pi\times50kHz$ ب) $\kappa=2\pi\times100kHz$ ج) $\kappa=2\pi\times150kHz$. دیگر پارامترها همانند شکل ۲ در نظر گرفته شده‌اند.

در شکل ۲ مشاهده می شود که در زمان‌های ویژه‌ای آنتروپی خطی بیشینه مقدار خود را دارد و در نتیجه بیشینه درهم‌تنیدگی بین اتم و زیرسامانه‌ها به دست می-آید ولی با اضافه کردن اتلاف میدان (شکل ۳) مشاهده می‌شود که وجود اتلاف باعث کاهش درهم‌تنیدگی بین اتم و زیرسامانه‌های میدان و آینه می‌شود و هم‌چنین، با افزایش اتلاف آنتروپی خطی سریع‌تر به صفر می‌رسد (وقوع پدیده واهمدوسی).

مراجع

[1] J. D. Mc. Cullen, P. Meystre and E. M. Wright, “Mirror confinement and control via radiation pressure”, Opt. Lett, **9** 193 (1984).

[2] V. B. Braginsky, S. E. Strigin, and S. P. Vyatchanin, “Parametric oscillatory instability in Fabry–Perot interferometer”, Phys. Lett. A, **287** 331 (2001).

[3] D. Vitali, S. Mancini, P. Tombesi, “Optomechanical Scheme for The Detection of Weak Impulsive Forces”, Phys. Rev. A, **64** 051401 (2001).

[4] V. B. Braginsky, F. Y. Khalili, K. S. Thorne, *Quantum Measurement*, Cambridge University Press, 1995.

[5] S. Barzanjeh, M. H. Naderi, M. Soltanolkotabi, “Back-Action Ground-State Cooling of a Micromechanical Membrane via Intensity-Dependent Interaction”, Phys. Rev. A, **84** 023803 (2011).

[6] D. Vitali, S. Gigan, A. Ferreira and et al, “Optomechanical Entanglement Between a Movable Mirror and a Cavity Field”, Phys. Rev. Lett, **98** 030405 (2007).

[7] Q. H. Liao, W. J. Nie, J and et al. Xu, “Properties of Linear Entropy of The Atom in a Tripartite Cavity Optomechanical System”, Laser. Phys, **26** 055201 (2016).

[۸] مرضیه حسنی ندیکی، محمد کاظم توسلی، "اثر دامنه میدان پمپ کاواک بر دینامیک درهم‌تنیدگی سامانه اپتومکانیکی"، مقاله نامه کنفرانس فیزیک ایران، ۱۰۸۲ (۱۳۹۶).

[9] D. F. V. James, J. Jerke, “Effective Hamiltonian Theory and Its Applications in Quantum Information”, Can. J. Phys, **85** 625 (2007).

[10] M. Hassani Nadiki, M. k. Tavassoly, “Collapse-Revival in Entanglement and Photon Statistics: The Interaction of a Three-Level Atom with a Two-Mode Quantized Field in Cavity Optomechanics”, Laser. Phys, **26** 125204 (2016).

[11] C. Di Fidio, W. Vogel, M. Khanbekyan, D. G. Welsch, “Photon emission by an atom in a lossy cavity”. Phys. Rev. A, **77** 043822 (2008).

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]