اثرات فراماده بر ضرایب جفت‌شدگی توری‌های پراش موجبری مثلثی

نازنین کاکولکی، عبدالله حسن زاده

گروه فیزیک، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

چکیده- در این مقاله انتشار امواج الکترومغناطیسی در یک ساختار متناوب، توسط روابط امواج جفت‌شده توضیح داده شده است و ما روابط موج جفت شده را برای موجبری که پوشش آن از فراماده تشکیل شده است، ارائه می دهیم و جفت شدگی بین مدهای جلورونده و عقب‌رونده را در توری‌های موجبری چپگرد مورد بحث قرار می دهیم. ضریب جفت‌شدگی عرضی و طولی بدست آمده برای مدهای قطبش *TE*، پیچیده‌تر از توری‌های موجبری راستگرد است. نتایج محاسبات ما برای توری های پراش مثلثی شکل که پوشش آنها از مواد چپگرد است، افزایش قابل‌توجهی در ضریب جفت‌شدگی را نسبت به همان ساختار اما با پوشش مواد معمولی نشان می‌دهد و ضریب جفت‌شدگی طولی غیر صفر بدست می‌آید.

کلید واژه- ضریب جفت‌شدگی، فراماده، توری‌های موجبری.

The effects of metamaterial on the coupling coefficients of triangular waveguide gratings

Nazanin Kakoolaki, Abdollah Hassanzadeh

Department of Physics, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

Abstract- In this paper, the propagation of electromagnetic waves in a periodic structure is described by the coupled-wave equations. We find the coupled-wave equations for the waveguides containing LHM cover, and the coupling between two forward and backward modes in LHM waveguides grating is discussed. The transverse and longitude coupling coefficients for the TE modes is obtained and is more complex than the results for RHM waveguide gratings. Also our results show considerable enhancement in the coupling coefficient for triangular structure. On the other hand, longitude coupling coefficient isn't zero.

Keywords: coupling coefficient, metamaterial, waveguide grating.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-01]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

مقدمه

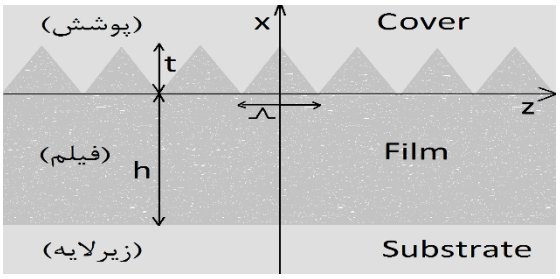
فراماد، موادی با ضریب شکست منفی که هم‌زمان دارای ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی منفی می باشند که بصورت تئوری توسط وسلاگو در سال ۱۹۶۸ معرفی شدند[۱] و برای اولین بار توسط شلبی و همکارانش ساخته شدند[۲]. در چنین محیطی میدان الکتریکی، مغناطیسی و بردارموج، امواج الکترومغناطیس یک سیستم چپگرد را تشکیل می‌دهند، به همین دلیل است که آن‌ها به مواد چپگرد نیز شهرت یافته‌اند. فراماده با ساختار متناوب ساخته‌ی دست بشر هستند که خواصشان به ساختار طراحی شده وابسته است درحالیکه مواد معمولی (راستگرد) خواصشان را بر اساس ساختار ذاتی اتم‌ها و مولکول‌هایشان کسب می‌کنند. در سال‌های اخیر انواع مختلفی از این مواد با ویژگی‌های خاص و جدید ساخته شده‌اند و توجه بسیاری از گروه‌های تحقیقاتی در سراسر جهان را در موارد کاربردی بسیاری از جمله: کاهش سایز آنتن‌ها[۳]، لنزهای کامل[۴]، جفت کننده‌های مستقیم[۵]، فیلترها[۶] را به خود جلب کرده است.

یکی از کاربردهای این مواد که تا به حال به آن پرداخته نشده است، توری‌های موجبری فراماده ای است. البته امواج در توری های موجبری هدایتی معمولی با ارائه ی برخی از ویژگی‌هایش آنالیز شده است[۸-۷]. در این مقاله عملکرد یک موجبر دی‌الکتریک با ساختار متناوب، که اصطلاحا توری موجبری نامیده می شود، را با درنظر گرفتن لایه‌ی پوشش از جنس فراماده و زیرلایه و فیلم از جنس دی-الکتریک بررسی می کنیم.

در موجبرهای سه لایه ای معمولی چندین مد می توانند بطور مستقل از هم و بدون اندرکنش با هم (بدون آنکه انرژی مابین آنها ردوبدل شود و یا اصطلاحا به همدیگر جفت شوند) در موجبر انتشار یابند. درحالیکه با اعمال اختلال و تغییرات کوچکی در موجبر مثلا تغییرات در ضریب شکست لایه‌های مختلف موجبر و ایجاد توری موجبری مدهای اصلی موجبر مختل‌شده می‌توانند به یکدیگر جفت شوند و دیگر نمی توانند مستقل از هم در توری موجبری مختل‌شده انتشار یابند. تئوری مدهای جفت‌شده که اندرکنش بین مدها را توضیح می‌دهد، می‌تواند مدهای انتشاریافته در توری‌های موجبری را برحسب مدهای منتشر شده در موجبر اولیه‌ی مختل‌نشده توصیف کند. با وجود اینکه میدانهای الکترومغناطیسی در ساختار جدید متاثر از همه‌ی مدهای هدایتی و تابشی می‌باشند، در بسیاری موارد با درنظر گرفتن شرایطی همچون شرط براگ، اندرکنش مابین تنها دو مد هدایتی درنظر گرفته می‌شود. به عنوان یک نمونه‌ی کاربردی جفت‌شدگی بین دو مد هم‌راستا را درنظر بگیرید که با ثابت-های انتشار برابر و مختلف‌العلامت، در خلاف جهت هم انتشار می‌یابند. توری‌های موجبری، یک ساختار متناوب با دوره‌ی تناوب Λ که قابل مقایسه با طول موج نور فرودی است، می-تواند این دو مد را در طول توری به یکدیگر جفت کند و این امکان را فراهم آورد که انرژی بین آنها مبادله گردد.

توری‌های موجبری به عنوان یک ساختار متناوب نقش مهمی در اپتیک و فوتونیک دارند و کاربردهای زیادی در ادوات اپتیکی مانند دستگاه های ورودی وخروجی دراپتیک امواج هدایتی [۹]،فیلترهای اپتیکی[۱۰]، فیلترهای تبدیل کننده‌ی مدهای TM-TE[۱۱] و انواع مختلف حسگرها[۱۲] دارند.

شکل ۱، توری موجبری مثلثی را نشان می دهد که در حقیقت موجبر فیلم نازکی است که ضریب شکست در ناحیه‌ی فیلم موجبری، بصورت تناوبی در راستای انتشار موج تغییر می‌کند.



شکل ۱: توری موجبری تشکیل شده از سه ناحیه‌ی زیرلایه، فیلم موجبری و پوشش به ترتیب با ضرایب شکست n_s ،n_f ،n_c ضخامت فیلم، t ارتفاع اختلالات تناوبی و Λ دوره تناوب ساختار است.

۲-تئوری

می‌توان با در نظر گرفتن یک سلول واحد از ساختار متناوب، اختلال ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی را به کمک روابط زیر تعریف نمود:

$$\Delta\varepsilon_r = \varepsilon_f - \varepsilon_c \qquad (الف.۱)$$

$$\Delta\mu_r = \mu_f - \mu_c \qquad (ب.۱)$$

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-01]

چون اختلال ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی مربوطه بطور متناوب در موجبر مختل‌شده شکل ۱ تکرار می‌شوند، می‌توان به‌کمک سری فوریه آنها را چنین بسط داد[۷]:

$$\Delta\varepsilon_r = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Delta\varepsilon_{rq}\, e^{-jqKz} \qquad (۲.الف)$$

$$\Delta\mu_r = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Delta\mu_{rq} e^{-jqKz} \qquad (۲.ب)$$

که در آن $\Delta\varepsilon_{rq}$ و $\Delta\mu_{rq}$ ثابت‌های فوریه و $K=2\pi/\Lambda$ بردار موج توری می‌باشند. از طرفی به کمک معادلات مد جفت شده و آنالیز اختلال می‌توان ارتباط بین مولفه‌های عرضی و طولی توری موجبری و موجبر مختل‌نشده را نوشت:

$$\int \frac{d}{dz}[(E_{0t}^* \times H_t + E_t \times H_{0t}^*)\cdot \hat{z}]ds = \qquad (۳)$$

$$\int [\mu_0 \Delta\mu_r H_0^* \cdot H + \varepsilon_0 \Delta\varepsilon_r E_0^* \cdot E]\, ds$$

در اینجا ω فرکانس زاویه‌ای، ε_0 و μ_0 به‌ترتیب ضریب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی خلأ، E و H مولفه‌های عرضی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موجبر مختل‌شده و E_0 و H_0 میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موجبر مختل‌نشده و t معرف مولفه‌های عرضی میدان‌ها می‌باشد. با جایگذاری مولفه‌های عرضی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی که تابعی از (x,y) هستند در سمت چپ تساوی و میدان های کل که هر دو مولفه‌ی طولی و عرضی را شامل می‌شوند در سمت راست تساوی (برای مدهای TE) و انتگرال‌گیری روی تمام سطح مقطع موجبر، ضرایب جفت‌شدگی طولی و عرضی را چنین می نویسیم.

$$K_{\ell\nu q}^t = \frac{\omega}{4} \times \qquad (۴)$$

$$\int [\Delta\varepsilon_{rq} e_{\nu t}\cdot e_{\ell t}^* + \Delta\mu_{rq} h_{\nu t}\cdot h_{\ell t}^*]dx$$

$$K_{\ell\nu q}^z = \frac{\omega}{4} \times \qquad (۵)$$

$$\int [\frac{\varepsilon_r \Delta\varepsilon_{rq}}{\varepsilon_r + \Delta\varepsilon_{rq}} e_{\nu z}\cdot e_{\ell z}^* + \frac{\mu_r \Delta\mu_{rq}}{\mu_r + \Delta\mu_{rq}} h_{\nu t}\cdot h_{\ell t}^*]\, dx$$

که بیانگر جفت‌شدگی دو مد هدایتی درون توری موجبری هستند(شکل۱). برای موجبر مختل‌نشده می‌توان با حل معادلات ماکسول و اعمال شرایط مرزی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را به‌دست بیاوریم و به کمک آن‌ها میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی مدهای انتشاریافته در توری موجبری را بدست آورد.

حال به منظور بررسی بیشتر ضرایب جفت‌شدگی که توسط روابط ۴ و ۵ تعریف شدند، ضرایب بسط فوریه را برای ساختار های مثلثی معرفی می کنیم[۱۳].

$$\Delta\varepsilon_{rq} = \frac{-i(\varepsilon_f-\varepsilon_c)}{2\pi q} \times \qquad (۶)$$

$$\int_0^t \left(e^{iqK(\frac{\Lambda}{2}-\frac{\Lambda}{2t}x)} e^{iqK(\frac{\Lambda}{2t}x-\frac{\Lambda}{2})}\right) dx$$

$$\Delta\mu_{rq} = \frac{-i(\mu_f-\mu_c)}{2\pi q} \times \qquad (۷)$$

$$\int_0^t \left(e^{iqK(\frac{\Lambda}{2}-\frac{\Lambda}{2t}x)} - e^{iqK(\frac{\Lambda}{2t}x-\frac{\Lambda}{2})}\right) dx$$

با جایگذاری رابطه‌های ۶ و ۷ در ۴ و ۵ می توان ضرایب جفت‌شدگی را در مورد اولین مرتبه‌ی توری‌های موجبری با ساختار مثلثی به شکل زیر معرفی کنیم. (توجه داشته باشید که در انجام محاسبات از تقریب $\gamma_c t \le 1$ استفاده کرده‌ایم)

$$K_{\nu\nu 1}^t = \frac{\omega t E_c^2}{2\pi^2}\left[(\varepsilon_f - \varepsilon_c) + \frac{(\mu_f-\mu_c)\beta^2}{\omega^2\mu_c^2}\right] \qquad (۷)$$

$$K_{\nu\nu 1}^z = \frac{\gamma_c^2 t E_c^2}{2\omega\pi^2}\frac{(\mu_f-\mu_c)}{\mu_c^2} \qquad (۸)$$

حال به منظور مقایسه‌ی ضریب جفت‌شدگی توری موجبری مثلثی با پوشش فرامادهٔ($\varepsilon_c = -1$ ، $\mu_c = -1$) با ضریب جفت‌شدگی توری موجبری مثلثی با پوشش مواد راستگرد با مشخصات معلوم:

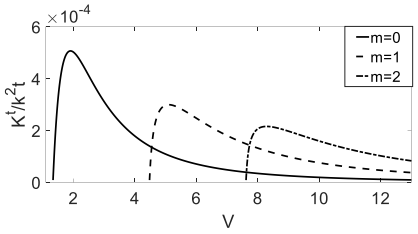
$\mu_s=\mu_c=\mu_f=\mu_0$ و $\varepsilon_c=1$، $\varepsilon_s=(1{,}515)^2$ ، $\varepsilon_f=(1{,}54)^2$

ضرایب جفت‌شدگی هر دو نوع موجبر را برای سه مد هدایتی اول برحسب ضخامت لایه‌ی فیلم نرمالایز شده رسم می‌کنیم. مشاهده می کنیم که ضریب جفت‌شدگی عرضی برای مد اول بیشترین مقدار را دارد و با افزایش مرتبه ی مد ها، کاهش می یابد. از مقایسه شکل ۲ و ۴ مشاهده می شود که ضریب جفت‌شدگی عرضی توری موجبری با پوشش فراماده، یک مرتبه افزایش می یابد. این درحالی است که ضریب جفت‌شدگی برای مد اصلی موجبر حذف می شود چراکه این یکی از ویژگی‌های خاص توری‌های موجبری با

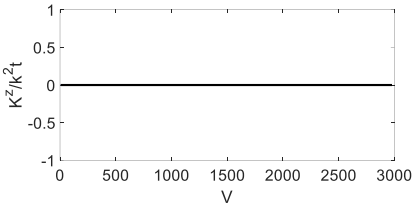
این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-01]

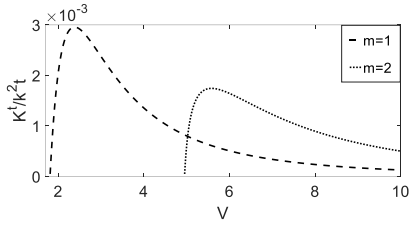
پوشش فراماده است[۱۴].



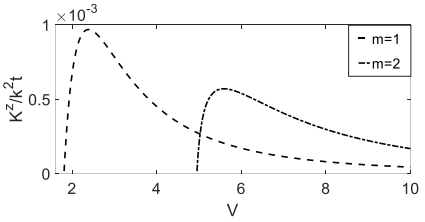
شکل۲: ضریب جفت‌شدگی عرضی برای توری‌های موجبری با مواد معمولی



شکل۳: ضریب جفت‌شدگی طولی برای توری‌های موجبری با مواد معمولی



شکل ۴: ضریب جفت‌شدگی عرضی برای توری‌های موجبری با پوشش فراماده



شکل ۵: ضریب جفت‌شدگی طولی برای توری‌های موجبری با پوشش فراماده

همچنین از مقایسه شکل ۳ و ۵ مشاهده می شود که ضریب جفت‌شدگی طولی توری موجبری با پوشش فراماده، مقداری قابل مقایسه با ضریب جفت‌شدگی عرضی توری به خود اختصاص می‌دهد. این درحالی است که ضریب جفت‌شدگی طولی برای توری‌های ساخته شده از مواد معمولی و غیرمغناطیسی کاملا صفر است. این ویژگی می‌تواند از مهمترین خصوصیات توری‌های موجبری با پوشش فراماده محسوب شود.

۳-نتیجه‌گیری

در این مقاله ما یک توری موجبری مثلثی با لایه‌ی پوشش فراماده طراحی و ضرایب جفت‌شدگی عرضی و طولی آن را محاسبه کردیم و نشان دادیم که ضرایب جفت‌شدگی عرضی چنین ساختاری نسبت به توری امواج هدایتی با پوشش معمولی افزایش می‌یابند. درحالیکه ضریب جفت‌شدگی طولی برای ساختارهای توری موجبری ساخته شده از مواد معمولی صفر است. همچنین مشاهده شد که ضریب جفت-شدگی برای مد اصلی موجبر حذف می شود زیرا این موجبر توانایی هدایت چنین مدی را ندارد.

مراجع

[1] V. G. Vesalago “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ” Sov. Phys. Usp. 10, 509 ,1968.

[2] D. R. S. R. A. Shelby, and S. Schultz, “Experimental verification of a negative index of refraction” Science, vol. 292, p. 77, 2001.

[3] Yuandan Dong, Tatsuo Itoh “Metamaterial-based antennas” IEEE, Vol. 100, Issue: 7, 2012.

[4] J. B. Pendry, “Negative refraction makes a perfect lens” Phys. Rev. Lett., vol. 85, pp. 3966–3969, 2000

[5] L. S. S. Xiao, and S. He, “A novel directional coupler utilizing a left-handed material” IEEE Photon. Technol. Let. vol. 16, pp. 171_173, 2004.

[6] H. Cory and A. Barger, “Surface-wave propagation along a metamaterial slab” Microwave Opt. Technol. Lett. 38, pp. 392–395, 2003.

[7] Ch. L. Chen, “Foundations for guided-wave optics, Wiley-Interscience”, Hoboken, NewJersey, 2007.

[8] T. Suhara and H. Nishihara, “Integrated optics components and devices using periodic structures” IEEE. QE-22, pp. 845–867,1986.

[9] M.L. Dakss, L. Kuhn, P.F. Heidrich and B.A. Scott, “Grating Couplers for efficient excitation of optical guided waves” Appl. Phys. Lett.16, pp.523, 1970.

[10] Catherine M. Ragdale, et al., “Narrowband fiber grating filters” IEEE, vol. 8, pp. 1146-1150, 1990.

[11] K. O. Hill and G. Meltz, “Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview,” IEEE, Lightwave Technol.15, pp. 1263–1275, 1997.

[12] S. M. L. a. S. B. L. A.N. Chryssis, “High sensitivity evanescent field fiber Bragg grating sensor” IEEE, vol. 17, No. 6, pp. 1253-1255, 2005.

[13] W. Streifer, D. R. Scifres and R. D. Burnham, “Coupling coefficients for distributed feedback single- and double -heterostructure Diode Lasers” IEEE. Quantum Electron, QE-11, No. 11, pp. 867-873, 1975.

[14] Z. H. Wang, Z. Y. Xiao, and S. P. Li, “Guided modes in slab waveguides with a left handed material cover or substrate” Optics Communications, vol. 281, pp. 607–613, 2008.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-01]