رویه نگاری گرداب واداشته‌ی ایستور با استفاده از روش بازتاب‌سنجی طرح تناوبی

ملیحه سردیوند چگینی[۱]، سیف‌اله رسولی[۱و۲]، و جوزف ج. نیملا[۳]

۱- دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، ایران
۲- پژوهشکده اپتیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، ایران
۳- مرکز بین‌المللی فیزیک نظری عبدالسلام، تریست، ایتالیا

چکیده – در این کار با استفاده از روش بازتاب‌سنجیِ طرح تناوبی، رویه‌ی گرداب واداشته‌ی ایستور در آب تعیین می‌شود. برای تولید چنین گردابی مخزنی با دبی ورودی و خروجی قابل کنترل طراحی و ساخته شده است. اگر دبی ورودی و خروجی برابر باشد، جریان سیال در حول محور دریچه‌ی خروجی به شکل گرداب واداشته‌ی ایستور خواهد شد. مخزن به شکل یک استوانه قایم است که دریچه در مرکز آن تعبیه شده است. طرح یک توری سینوسی که با گام مشخص تهیه شده است در یک سمت ظرف آب شامل گرداب قرار می‌گیرد و در طرف مقابل دستگاه تصویربرداری قرار داده می‌شود. از روی سطح گرداب طرح توری بازتابیده می‌شود و یک عدد دوربین تصویرِ توری را در دو وضعیت حضور و در غیاب گرداب وقتی که سطح آب کاملاً آرام و مسطح است ثبت می‌کند. برای تحلیل تصاویر ثبت شده از تبدیل فوریه و تحلیل آن استفاده می‌شود. با تفاضل نقش فاز طرح‌های ثبت شده در دو وضعیت نبودن گرداب و حضور گرداب، رویه گرداب تعیین می‌شود. با توجه به شباهت معادلات ریاضی حاکم بر افق رویداد یک سیاهچاله‌ی چرخان و گرداب‌های ناشی از یک سیال کلاسیکی، تعیین رویه‌ی چنین گردابی حائز اهمیت است.

کلید واژه- رویه‌نگاری، گرداب، بازتاب‌سنجی طرح تناوبی، تبدیل فوریه

Forced and stationary water vortex surface profilometry using fringe reflectometry

Malihe Sardivand Chegini[1], Saifollah Rasouli[1, 2], and Joseph J. Niemela[3]

1-Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan 45137-66731, Iran

2-Optics Research Center, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan 45137-66731, Iran

3-The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics (ICTP), Trieste, Italy

Abstract- In this research, we use fringe reflectometry method in the determination of water surface profile when a forced and stationary vortex is formed into a water vessel having equal input and output debits. In the experiment, we get two images from a sinusoidal grating after reflecting from the water surface at two cases, when water is static and its surface is flat and when a water vortex is created into the water and its surface gets a non-flat profile. We use Fourier analysis technique for analyzing the recorded images of the grating in both states of the water surface. From that, profile of the water surface in the presence of vortex is determined. For creating a forced and stationary vortex into the water vessel, a specific reservoir preparing controllable input and output debits has been designed and constructed. For the case, the input and output debits are equal, the fluid flow becomes as a forced stationary vortex. In spite of numerous applications of the proposed method, since mathematics of the vortex caused by a classical fluid is similar to those of a black hole horizon, our results may be considered in this area.

Keywords: Topography, Vortex, Reflectometry, Fourier transform

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-05]

۱- مقدمه

تعیین شکل رویه‌ی خارجی اشیاء را رویه‌نگاری یا توپوگرافی می‌گویند. امروزه رویه‌نگاری یکی از موضوعات پراهمیت در کنترل کیفیت، اتوماسیون صنعتی، اندازه‌گیری نمایه‌ی سطوح، کالیبراسیون و تطبیق مطالعه‌ی آناتومی انسان و تصویربرداری سه بعدی اجسام است[۱]. تاکنون از سطوح ثابتی چون سطح بطری [۲]، آینه‌ی تخت [۳] و آینه‌ی کروی [۴] رویه‌نگاری شده است. این اندازه‌گیری‌ها تنها منحصر به سطوح ایستا نیست بلکه می‌توان با استفاده از الگوریتم‌های مناسب، این اندازه‌گیری‌ها بر روی سیستم پویا از جمله سیالات نیز صورت بگیرد[۶و۵] . از آنجایی که در سطوح پویا هم‌چون سطوح برخی سیالات به دلیل شفافیت و رونده بودن سیال، هم‌چنین بازتاب آینه‌ای سطح، پیدا کردن شیب و ارتفاع سطح و در نتیجه دستیابی به ساختار سه بعدی سطح سیال کار دشواری است، رویه‌نگاری از سیالات مورد توجه قرار گرفته است.

در رویه‌نگاری از روش‌های مختلفی مانند تداخل‌سنجی و تکنیک ماره استفاده می‌شود[۸-۷]. در این کار به دلیل چیدمان آزمایشگاهی ساده، ارزان بودن ابزار آلات مورد استفاده و هم‌چنین دقت میکرومتری از روش بازتاب طرح تناوبی یا انحراف اندازه‌گیری فاز استفاده کرده‌ایم.

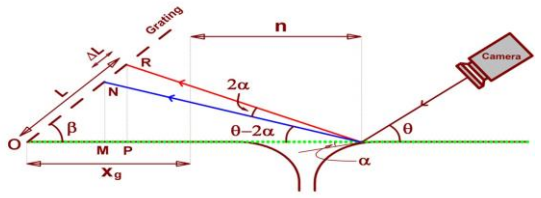
در این روش، تصویر طرح تناوبی توسط سیستم تصویرساز به نحوی ثبت می‌شود که باریکه‌های تصویر ساز از سطح مورد مطالعه، انعکاس یافته باشند. با تغییر شیب سطح، الگوی فریزها نیز تغییر می‌کند که می‌توان با توجه به آن شیب سطح را در هر پیکسل پیدا کرد. به این صورت که دوربین تصویر فریزهای تغییر کرده را ثبت می‌کند، سپس با روش‌های متداولی چون تغییر فاز، روش مبتنی بر پربندی ماره یا ردیابی فریز و تبدیل فوریه تصاویر ثبت شده تحلیل می‌شوند. در نهایت نمایه‌ی سطح با دقت و حساسیت بالا، هم‌چنین سرعت بالا در تصویر برداری از سطح استخراج می‌گردد. در این کار به دلیل دقت و حساسیت بالا نسبت به تغییرات نقش فریز روی اجسام، هم‌چنین توانایی تمایز بین پستی و بلندی سطوح اجسام، برای تحلیل فریزهای ثبت شده از سطح، از روش تحلیل فوریه استفاده کرده ایم.

این پژوهش به ما در شناخت توپولوژی گرداب کمک می‌کند. هم‌چنین با توجه با اینکه معادلات حاکم بر گرداب به معادلات ریاضی افق رویدادهای سیاهچاله نزدیک است[۹]، این مسأله از اهمیت بالایی برخوردار است.

۲- مبانی ریاضی

اساس کار رویه‌نگاری در این پژوهش بر حسب جابه‌جایی تصویر فریزها در دو حالت آب ساکن و گردابی نسبت به یکدیگر است. آب ساکن مانند آینه‌ی تخت عمل می‌کند. در حالتی که سطح دارای انحنا و گردابی شکل باشد، سطح را متشکل از آینه‌های تختی در نظر می‌گیریم که هر یک از این آینه‌ها نسبت به افق به اندازه‌ی زاویه‌ی α چرخیده است. با فرض اینکه در هر نقطه از سطح که پرتو فرودی به آن نقطه برخورد کرده، سطح به میزان α چرخیده باشد مسئله را حل می‌کنیم. می‌دانیم برای تشکیل تصویر حداقل دو پرتو نیاز است. در اینجا برای سادگی پرتوی را در نظر می‌گیریم که با زاویه‌ی θ به سطح آب برخورد کرده است.

شکل ۱ را در نظر بگیرید. پرتو اولیه با زاویه θ تابیده و به اندازه‌ی L تا محل تلاقی توری با سطح افق فاصله دارد. پرتو ثانویه وقتی گرداب شکل گرفته به میزان ΔL جابه‌جا و 2α چرخیده است. در این شکل منظور از X_g فاصله‌ی نقطه تلاقی توری با سطح افق تا ابتدای مخزن و n برابر با فاصله‌ی اول مخزن تا نقطه‌ای است که پرتو فرودی به آنجا تابیده است. ضمن اینکه توری با سطح افق زاویه‌ی β را تشکیل می‌دهد.



شکل ۱. شمایی از هندسه‌ی حاکم بر مسئله در حالت فریزهای افقی.

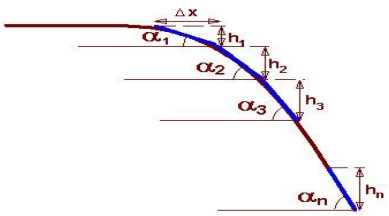
با توجه به دو مثلث OMN و OPR می‌توانیم α را از رابطه‌ی زیر به‌دست آوریم:

$$\alpha = -\frac{1}{2}\left[\tan^{-1}\left(\frac{(L-\Delta L)\sin\beta}{X_g-(L-\Delta L)\cos\beta+n}\right)-\frac{L\sin\beta}{X_g-L\cos\beta+n}\right] \quad (۱)$$

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-05]

سطح آب از آرایه‌های بازتاب‌کننده‌ی نور تشکیل شده است. هر پیکسل از سیستم تصویر ساز با کوچکترین عنصر قابل تشخیص بر سطح آب متناظر است. لذا تغییرات ارتفاع سطح آب در حضور گرداب را با توجه به شکل ۲ می‌توان از رابطه‌ی(۲) به‌دست آورد.



شکل۲. تغییر هر عنصر از سطح گردابی شکل به اندازه‌یα.

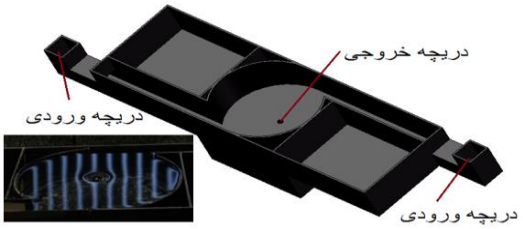
$$H_i = \sum_{j=1}^{i} h_j = \sum_{j=1}^{i} \tan\alpha_j \times \Delta x \qquad (۲)$$

اگر توری را به اندازه‌ی ۹۰ درجه بچرخانیم یعنی خطوط توری از حالت افقی به حالت قائم در بیاید آنگاه می‌توان α را از رابطه‌ی زیر به‌دست آورد:

$$\alpha = 0.5 \times \left[\theta - \tan^{-1}\left(\frac{X - \Delta L}{OZ} \right) \right] \qquad (۳)$$

۳- بخش تجربی

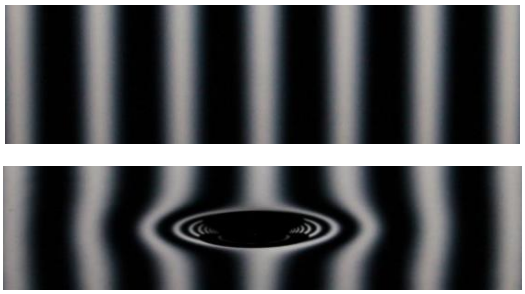
گام اول در پیش‌برد این مسأله ایجاد گرداب واداشته‌ی ایستور است. بدین منظور از یک مخزن مستطیل شکل با دو ورودی در دیواره‌های کناری و یک خروجی در بخش تحتانی استفاده شد (شکل ۳).



شکل ۳. مخزن استفاده شده برای تولید گرداب واداشته ایستور.

آب توسط یک پمپ (Ns980, 35W, Qmax:2000 L/H) به ورودی‌های مخزن پمپاژ می‌شود. سپس آب پمپاژ شده، از طریق دهانه‌ی خروجی‌ای که در بخش تحتانی ظرف تعبیه شده است، خارج می‌گردد. مخزن مذکور از نظر ابعاد، ارتفاع آب، دبی ورودی و خروجی، هم‌چنین قطر دریچه‌ها و موقعیتشان طوری طراحی شده که حرکت گردابی پایداری تولید نماید.

به منظور تعیین رویه گرداب تولید شده، از یک توری سینوسی با تعداد ۲/۷ خط در سانتیمتر برای فریزهای قائم و ۱/۴ خط در سانتیمتر برای فریزهای افقی که در یک سمت مخزن و بالای سطح قرار داده شده بود استفاده گردید (شکل ۳). این توری صفحه نمایشگر یک کامپیوتر است که تصویر توری بر روی آن نقش بسته است که هم زمان نقش منبع نوری را نیز ایفا می‌نماید. در سمت مقابل یک دوربین عکس‌برداری (Canon 1100D) برای ثبت تصویر توریِ تشکیل شده بر روی گرداب، تعبیه گردید. دو تصویر از سطح آب در غیاب و حضور گرداب مانند شکل ۴ ثبت می‌کنیم.در غیاب گرداب سطح آب مانند آینه تخت عمل می‌کند، لذا خطوط توری در تصویر صاف و هم‌اندازه هستند. در حضور گرداب با توجه به انحنای موجود در جداره‌ی داخلی گرداب، تصویر سمت راست توری در جداره‌ی چپ و تصویر سمت چپ توری در جداره‌ی راست تشکیل می‌گردد. هم‌چنین مشاهده می‌شود که در کناره‌های گرداب خطوط توری دچار انحنا می‌گردند.



شکل ٤. الگوی فریزهای ثبت شده از سطح آب.

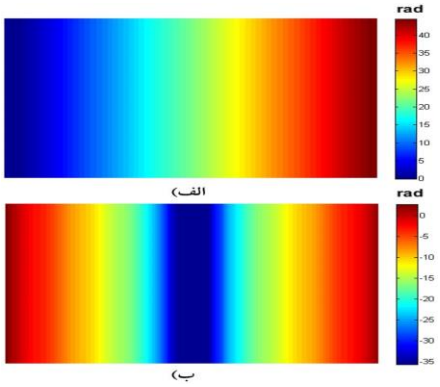
۴- تحلیل داده

به منظور تعیین شیب و تغییرات ارتفاع سطح گردابه نیاز به تحلیل تصویر فریزهای ثبت شده پس از انعکاس از سطح آب داریم. برای تحلیل تصاویر ثبت شده از یک کد که در نرم‌افزار MATLAB و بر پایه تحلیل فوریه نوشته شد، استفاده کردیم. یک سطر دلخواه از تصویر مرجع در نظر می‌گیریم و با استفاده از روش فوریه، توزیع فاز در امتداد عمود بر راستای فریزها را استخراج می‌کنیم. سپس توزیع فاز ناشی از گرداب را به‌دست می‌آوریم. توزیع فاز سطح آب ساکن و سطح آب گردابی شکل پس از

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

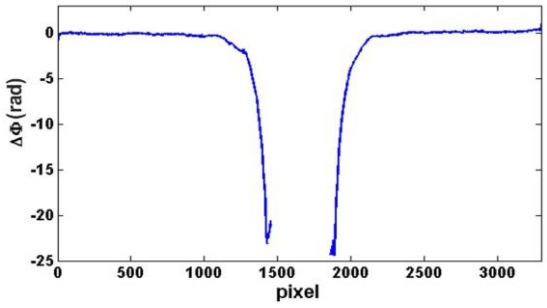
[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-05]

پیوسته‌سازی مطابق با شکل ۵ خواهد شد.



شکل ۵. توزیع فاز نقش توری الف) در غیاب و ب) در حضور گرداب.

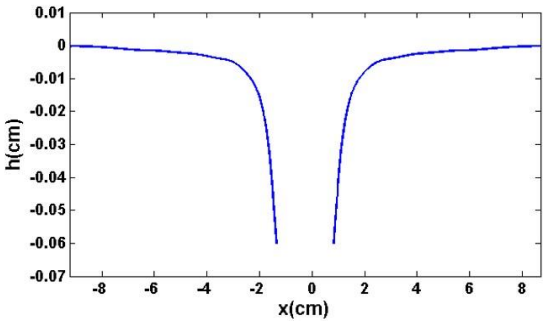
برای محاسبه فاز خالص ناشی از رویه گرداب، توزیع فاز نقش توری در حضور و غیاب گرداب را از یکدیگر کم می‌کنیم (شکل ۶).



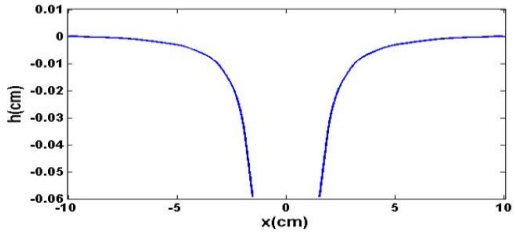
شکل ۶. نمایه‌ی توزیع فاز ناشی از جابجایی تصویر نقش توری.

با توجه به روابط (۲) و (۳) می‌توان تغییر ارتفاع سطح آب را در حضور گرداب مطابق شکل ۷ به‌دست آورد.

با توجه به این تحلیل می‌توان رویه‌ی گرداب را برای فریزهای افقی در توری مطابق شکل ۸ نمایش داد.



شکل ۷. رویه‌ی گرداب واداشته‌ی ایستور.



شکل ۸. رویه گرداب واداشته ایستور.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش رویه‌ی گرداب واداشته‌ی ایستور را با استفاده از بازتاب طرح تناوبی استفاده کردیم. این روش به دلیل چینش آزمایشگاهی ساده و کم هزینه، عدم نیاز به واسنجی و وسایل اپتیکی پیچیده، روش مناسبی است. برای تحلیل تصاویر از تبدیل فوریه‌ی طرح تناوبی-سطح‌سنج (FTP) که از حساسیت بالاتری نسبت به سایر روش‌ها برخوردار است، استفاده کردیم. به دلیل شباهت‌های معادلات ریاضی حاکم بر افق رویداد سیاه‌چاله چرخان و گردابه‌های ناشی از سیال کلاسیکی این مسئله از اهمیت بالایی برخوردار است.

مراجع

[۱] خسرو معدنی پور، توپوگرافی و توموگرافی ماره، درسنامه کارگاه تکنیک ماره و کاربردها-دانشکده فیزیک دانشگاه تهران و انجمن فیزیک ایران، ۲۲ آبان‌ماه ۱۳۹۳.

[2] Mitsuo Takeda and Kazuhiro Mutoh, "Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes," Appl. Opt. 22, 3977-3982 (1983).

[3] Huimin Yue, Yuxiang Wu, Biyu Zhao, Zhonghua Ou, Yongzhi Liu, and Yong Liu, "A carrier removal method in phase measuring deflectometry based on the analytical carrier phase description," Opt. Express 21, 21756-21765 (2013).

[4] Yan Tang, Xianyu Su, Yuankun Liu, and Hailong Jing, "3D shape measurement of the aspheric mirror by advanced phase measuring deflectometry," Opt. Express16, 15090-15096 (2008).

[5] Lei Huang, Chi Seng Ng, and Anand Krishna Asundi, "Dynamic three-dimensional sensing for specular surface with monoscopic fringe reflectometry," Opt. Express19, 12809-12814 (2011).

[6] Wenxiong Shi, Xianfu Huang, and Zhanwei Liu, "Transmission-lattice based geometric phase analysis for evaluating the dynamic deformation of a liquid surface," Opt. Express 22, 10559-10569 (2014).

[7] Bharat Bhushan, James C. Wyant, and Chris L. Koliopoulos, "Measurement of surface topography of magnetic tapes by Mirau interferometry," Appl. Opt. 24, 1489-1497 (1985).

[8] H. Takasaki, "Moiré Topography," Appl. Opt. 9, 1467-1472 (1970).

[9] Visser, Matt, and Silke Weinfurtner. "Vortex analogue for the equatorial geometry of the Kerr black hole." Classical and Quantum Gravity 22.12 (2005): 2493.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-05]