بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۴-۱۲ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

تولید فوتون‌های در هم‌تنیده از یک نقطه کوانتومیِ واقع در میدان نزدیک یک نانوذره فلزی کروی

تارا مرادی[۱]، مالک باقری هارونی[1,2]، و محمد حسین نادری[1,2]

۱ دانشکده فیزیک، دانشگاه اصفهان

۲ دانشکده فیزیک، گروه کوانتوم اپتیک، دانشگاه اصفهان

چکیده – در این مقاله جفت فوتون‌های درهم‌تنیده در قطبشِ حاصل از گسیل آبشاری نقطه کوانتومی در میدان نزدیک یک نانوذره کروی مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور تبهگن سازی حالت‌های میانی انرژی، از رهیافت حالت‌های پوشیده‌ی اکسیتونی با مدهای پلاسمونی اصلی تشکیل شده بر روی نانوذره کروی در رژیم برهم‌کنش قوی استفاده شده است. جفت فوتون در هم‌تنیده از دو راه ممکن است ایجاد شود: اول از گسیل خودبخود گذار دواکسیتونی و پراکندگی مد اصلی پلاسمونی در نتیجه جفت شدگی با سایر مدهای پلاسمونی نانوذره کروی و دوم گسیل خودبخود گذارهای دواکسیتونی و اکسیتونی. محاسبات ما نشان دهنده میزان قابل توجه درهم‌تنیدگی برای فوتون‌های گسیل شده از نقطه کوانتومی است.

کلید واژه- پلاسمون-پلاریتون سطحی، درهم‌تنیدگی، حالت‌های پوشیده، رژیم برهمکنش قوی، نقطه کوانتومی.

Generation of entangled photon-pairs from a single quantum dot located in near field of metal nano-sphere

Tara Moradi[1], Malek Bagheri Harouni[1, 2], and Mohammad Hossein Naderi[1, 2]

1 Department of Physics, University of Isfahan

2 Department of Physics, Quantum Optics, University of Isfahan

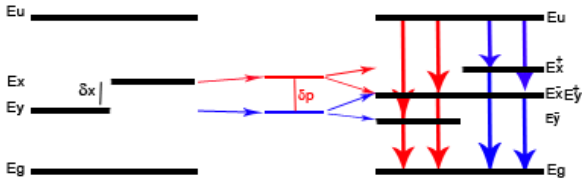
Abstract- In this paper the generation of an entangled photon pair in polarization is described via the biexciton-exciton cascade of a quantum dot located in the proximity of a metallic nano-sphere. In order to make the intermediate states degenerate, we have invoked from dressed state approach. Within the strong coupling regime, an exciton and a principal plasmon mode of a given polarization are coupled and this interaction gives rise to two similarly polarized polariton states. In the generated photon pairs, either both photons are spontaneously emitted from the dot, or one photon is emitted from the biexiton spontaneously and the other is emitted via the scattering of principal plasmon mode to other plasmon mode of metal nano-sphere. In the strong coupling regime, the generated photon pairs can be maximally entangled.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-08]

۱- مقدمه

تولید حالت‌های غیرکلاسیکی نور، یکی از اهداف مهم تکنولوژی‌های کوانتومی است. علیرغم این که تولید جفت فوتون‌های درهم‌تنیده، کاربردهای فراوانی در زمینه انتقال اطلاعات و رمزنگاری کوانتومی دارد[۱]، روش‌های تولید آنها بسیار محدود است. در این مقاله برای تولید جفت فوتون درهم‌تنیده، از یک نقطه کوانتومی در مجاورت یک نانوذره کروی استفاده کرده‌ایم. نقطه کوانتومی به صورت الکترونیکی برانگیخته شده و در حالت اولیه دو اکسیتونی با بسامد ω_u مهیا شده است. با گذار این دو الکترون برانگیخته به حالت‌های اکسیتونی میانیِ $|x\rangle$ با بسامد ω_x و یا $|y\rangle$ با بسامد ω_y، و سپس با گذار از یکی از این حالت‌های اکسیتونی به حالت پایه، دو فوتون با قطبش یکسان گسیل می‌شود [۲]. حالت‌های میانی به دلیل انرژی تبادلی دارای اختلاف انرژی δ_x هستند. فرض ما بر این است که مدهای پلاسمونی اصلی با قطبش x و بسامد ω_p^x و قطبش y و بسامد ω_p^y فقط با گذار اکسیتونی به حالت پایه جفت می‌شوند. در اثر جفتیدگی قوی بین ترازهای اکسیتونی و مدهای اصلی پلاسمونی، هر تراز انرژی اکسیتونی به دو تراز انرژی شکافته می‌شود. به منظور تبهگن ساختن حالت‌های میانی انرژی، طبق آنچه در مراجع [۴،۳] آمده است عمل می‌کنیم. یعنی اختلاف انرژی دو تراز میانی نقطه کوانتومی با اختلاف انرژی دو مد پلاسمونی اصلی با قطبش‌های x و y ارتباط مشخصی داشته باشند، به گونه‌ای که حداقل دو حالت تبهگن انرژی مربوط به گذارهای x و y دسترس-پذیر باشد. برای تولید حالت‌های تبهگن به صورت کلی سه حالت را می‌توانیم در نظر بگیریم (شکل ۱):



شکل ۱: حالت دوم تبهگن سازی حالت‌های میانی با رهیافت پلاریتونی در جفت شدگی گذار اکسیتونی و مد اصلی پلاسمونی

حالت اول: اختلاف انرژی مدهای متعامد پلاسمونی اصلی با اختلاف انرژی حالت‌های میانی نقطه کوانتومی برابر ولی با علامت مختلف.
حالت دوم: اختلاف انرژی مدهای متعامد پلاسمونی اصلی با اختلاف انرژی حالت‌های میانی نقطه کوانتومی نابرابر ولی با علامت مختلف.
حالت سوم: اختلاف انرژی مدهای متعامد پلاسمونی اصلی با اختلاف انرژی حالت‌های میانی نقطه کوانتومی نابرابر ولی هم علامت [۳].

۲- بررسی نظری

یک سامانه ترکیبی متشکل از یک نقطه کوانتومی که در میدان نزدیک یک نانو ذره کروی شکل به شعاع a و ضریب گذردهی نسبی $\varepsilon(\omega)$ (طبق مدل درود) [۵]، در فاصله h از سطح آن قرار گرفته است، را در نظر می‌گیریم. برای سادگی در نوشتن هامیلتونی، حالتی را در نظر می‌گیریم که گذار از طریق کانال x صورت پذیرد اما فرمول‌بندی و نتایج حاصل از آن به سادگی در مورد گسیل از کانال گذار y نیز قابل بسط است. هامیلتونی کل سامانه (نقطه کوانتومی، مد اصلی پلاسمونی، و اتلافگر فلزی) در تصویر برهم‌کنش و تحت تقریب موج چرخان به صورت زیر نوشته می‌شود [۶]:

$$H_I(t)=\hbar g\,|x><g|\,\hat{b}e^{i\Delta_p^x t}+\hbar\times\int_0^\infty d\omega_m\Omega_{pm}\hat{b}^+\hat{f}(\omega_m)$$
$$e^{i(\omega_p^x-\omega_m)t}-|x><g|\int_0^\infty d\omega_q d_{gx}i\sqrt{\frac{\hbar}{\pi\varepsilon_0}}\times\int dr'\frac{\omega_q^{\,2}}{c^2}$$
$$\sqrt{\varepsilon_I(\omega_q)}G(r_d,r',\omega_q)\,\hat{f}(r',\omega_q)e^{i(\omega_x-\omega_q)t}-|u><x|$$
$$\int_0^\infty d\omega_k d_{ux}i\sqrt{\frac{\hbar}{\pi\varepsilon_0}}\int dr''\frac{\omega_k^{\,2}}{c^2}\sqrt{\varepsilon_I(\omega_k)}G(r_d,r'',\omega_k)$$
$$\hat{f}(r'',\omega_k)e^{i(\omega_u-\omega_x-\omega_k)t}+H.C. \qquad (1)$$

در این رابطه، $\Delta_p^x=\omega_x-\omega_p^x$، $\hat{b}$ و $\hat{b}^\dagger$ عملگرهای نابودی و خلق مد اصلی پلاسمونی، $\hat{f}(r,\omega)$, $\hat{f}^\dagger(r,\omega)$ عملگرهای بوزونی خلق و نابودی مدهای پلاسمونی نانو ذره کروی، g ثابت جفت‌شدگی مد اصلی پلاسمونی با گذار اکسیتونی، Ω_{pm} قدرت جفت شدگی مد اصلی پلاسمونی با سایر مدهای پلاسمونی، $\hat{f}(\omega_m)$ عملگر نابودی مد اصلی پلاسمونی در پراکندگی آن به مدهای دیگر است. d_{ij} تکانه

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-08]

دوقطبی است که بدون کاستن از کلیت مساله در راستای z در نظر گرفته می‌شود. $\varepsilon_I(\omega)$ نشان دهنده بخش موهومی ثابت دی الکتریک و نشان دهنده جذب در ذره فلزی و در پایان، $G(r_d,r,\omega)$ تابع گرین دیادیک کلاسیک و تعیین کننده ویژگی-های هندسی محیط است. r_d محل نقطه کوانتومی از مرکز ذره فلزی است. با این توضیحات جمله اول هامیلتونی نشان دهنده جفت شدگی قوی بین گذار اکسیتونی و مد اصلی پلاسمونی است. جمله دوم توصیف کننده پراکندگی مد اصلی پلاسمونی به مدهای دیگر پلاسمونی و دو جمله مابقی به ترتیب نشان دهنده جفتیدگی گذار اکسیتونی و دواکسیتونی با محیط پلاسمونی هستند که منجر به گسیل خودبخود فوتون‌هایی با بسامدهای ω_k , ω_q می‌شوند. حالت کل سامانه با توجه به حالت‌های دسترس پذیر سامانه به صورت زیر است[۶]:

$$
\begin{aligned}
&|\psi(t)>=C_1^x(t)|u,0>+\int dr''\int_0^\infty d\omega_k C_2^x(r'',\omega_k,t)|x,0>\\
&|1(r'',\omega_k),0_q>+\int dr''\int_0^\infty d\omega_k C_3^x(r'',\omega_k,t)|g,1(\omega_p)>\\
&|1(r'',\omega_k),0_q>+\int dr''\int_0^\infty d\omega_k\int dr'\int_0^\infty d\omega_q\\
&C_4^x(r'',r',\omega_k,\omega_q,t)|g,0>|1(r'',\omega_k),1(r',\omega_q)>\\
&+\int dr''\int_0^\infty d\omega_k\int_0^\infty d\omega_m C_5^x(r'',\omega_k,\omega_m,t)\\
&|g,0>|1(r'',\omega_k),1(\omega_m)> \qquad (2)
\end{aligned}
$$

عبیر جملات به ترتیب عبارت‌اند: نقطه کوانتومی در حالت دواکسیتونی است و مد اصلی پلاسمونی تشکیل نشده است، نقطه در حالت اکسیتونی است و یک گسیل خودبخود صورت گرفته است. نقطه در حالت پایه است و یک مد اصلی بوجود آمده و یک گسیل خودبخود نیز صورت گرفته است. نقطه در حالت پایه است و دو گسیل خودبخود انجام شده است. جمله آخر، نقطه در حالت پایه است، یک گسیل خودبخود به دلیل جفتیدگی گذار دواکسیتونی با محیط و فوتون دیگر به دلیل پراکندگی مد اصلی پلاسمونی به مدهای پلاسمونی دیگر گسیل شده است.

در این فرمول‌بندی قصد ما بررسی درهم‌تنیدگی دو فوتون گسیل شده با قطبش های x و y است. بنابراین با در نظر گرفتن رفتار سامانه در رژیم مارکوفی [۷] و با استفاده از معادله وابسته به زمان شرودینگر، معادلات جفت شده ضرایب احتمال استخراج می‌شوند. این معادلات جفت شده با استفاده از قضیه مقدار نهایی لاپلاس، منجر به حصول نتایج برای دامنه‌های احتمال گسیل جفت فوتون یکی از گسیل خودبخود گذار دواکسیتونی و پراکندگی مد اصلی پلاسمونی و دیگری گسیل خودبخود هر دو گذار اکسیتونی و دواکسیتونی در زمان طولانی می‌شوند.

شرط حصول رژیم برهم‌کنش قوی آن است که: $g^2>\frac{(\kappa-\gamma_2)^2-(\Delta_p^x)^2}{4}$. در این رابطه κ نشان دهنده نرخ واپاشی مد اصلی پلاسمونی است. با تعریف طیف S به عنوان احتمال یافتن فوتون در بسامد ω و در شرایط پایا و انتگرال‌گیری فضایی روی آن، طیف دو فوتونی بدست می‌آید. با انتگرال گیری بر روی فوتون‌هایی که از گذار دواکسیتونی به اکسیتونی حاصل می‌شوند، طیف گسیل اکسیتونی بدست می‌آید و برعکس.

حالت کلی موج دوفوتونی حاصل از گسیل آبشاری از طریق دو حالت میانی $|x\rangle,|y\rangle$ بصورت زیر نوشته می‌شود[۳]:

$$
\begin{aligned}
&|\psi(\infty)>=(\alpha_{LP}|P_{LP}^y>+\alpha_{UP}|P_{UP}^y>)|yy>+\\
&(\beta_{LP}|P_{LP}^x>+\beta_{UP}|P_{UP}^x>)|xx>\\
&|\alpha_{LP}|^2+|\alpha_{UP}|^2+|\beta_{LP}|^2+|\beta_{UP}|^2=1 \qquad (3)
\end{aligned}
$$

در رابطه (3)، $|P_{UP,LP}^{x,y}>$ نشان دهنده بسته موج و $|xx>,|yy>$ توصیف کننده بخش قطبش تابع موج فوتونی هستند. ماتریس چگالی حالت‌های قطبش دوفوتونی با ردگیری بر روی درجات آزادی بسته موج فوتونی حاصل می‌شود. مثلا برای حالتی که اختلاف انرژی ترازهای اکسیتونی x و y برابر منفی اختلاف بسامد دو مد پلاسمونی اصلی با قطبش x و y است [۱] ماتریس چگالی کاهش یافته سیستم به صورت رابطه (۴) استخراج می‌شود:

$$
\rho=\begin{pmatrix}
|\alpha_{LP}|^2+|\alpha_{UP}|^2 & 0 & 0 & \gamma\\
0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0\\
\gamma^* & 0 & 0 & |\beta_{LP}|^2+|\beta_{UP}|^2
\end{pmatrix}
$$

$$
\gamma=\alpha_{LP}\beta_{LP}^*<P_{LP}^x|P_{LP}^y> \qquad (4)
$$

در عمل برای بدست آوردن درهم‌تنیدگی در قطبش از پنجره بسامدی استفاده می‌شود که مرکز آن بر روی قله‌های تبهگن طیف قرار گرفته است. به عبارت دیگر انرژی جفت فوتون‌های در هم‌تنیده در دو دسته پلاریتونی $E_{x,y}^{\pm}$ تقسیم بندی می‌شوند. با تعریف پنجره

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-08]

بسامدی می‌توان فقط فوتون‌های درهم‌تنیده یکی از ترازهای پلاریتونی را شمارش کرد. از نظر ریاضی این کار به معنی تعریف عملگر برافکنش بر روی شاخه پلاریتونی مورد نظر و بازنویسی ماتریس چگالی بهنجار شده است [۳].

برای سامانه‌های دوکیوبیتی، سنجه تلاقی جهت سنجش درهم-تنیدگی بسیار مورد توجه است. سنجه تلاقی به صورت عناصر غیر قطری در ماتریس چگالی (4) بدست می‌آید. سنجه درهم‌تنیدگی تلاقی برای حالت فوتون‌های درهمتنیده از $C = 2|\gamma|$ بدست می-آید و مقدار بیشینه آن برابر ۱ است [۷]. در نتیجه درهم‌تنیدگی با استفاده از پنجره بسامدی رابطه (۵) و در همتنیدگی تلاقی از رابطه (۶) محاسبه می‌شود [۴]:

$$W(\omega_k,\omega_m)=\begin{cases}1, & for\ |\omega_k-\omega_u+\omega^{\pm}_{x,y}|<\omega\\ 1, & for\ |\omega_m-\omega^{\pm}_{x,y}|<\omega\\ 0, & otherwise\end{cases} \quad (5)$$

$$\gamma=\frac{\int dr\int dr''\int d\omega_k\int d\omega_q P.W(\omega_k,\omega_m)}{A.W(\omega_k,\omega_m)+B.W(\omega_k,\omega_m)} \quad (6)$$

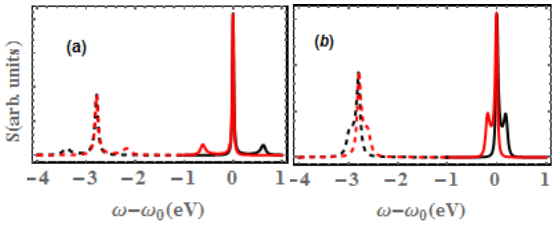
$$P=C_5^{x}(r'',\omega_k,\omega_m,\infty).C_5^{y^*}(r'',\omega_k,\omega_m,\infty)$$

$$A=\int dr\int dr''\int d\omega_k\int d\omega_q\,|C_5^{x}(r'',\omega_k,\omega_m,t\to\infty)|^2$$

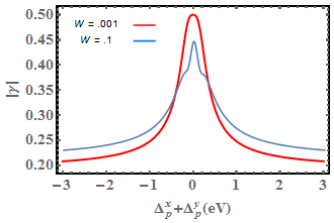
$$B=\int dr\int dr''\int d\omega_k\int d\omega_q\,|C_5^{y^*}(r'',\omega_k,\omega_m,t\to\infty)|^2 .$$

۳- نتایج

در شکل (۲) طیف گسیل اکسیتونی و دو اکسیتونی یک نقطه کوانتومی در فاصله ۲ نانومتر از یک نانو ذره نقره کروی به شعاع ۷ نانومتر ترسیم شده است. در نمودار شکل (3)، درهم‌تنیدگی حالتی با $E_x^- = E_y^+$ (شکل ۱) با استفاده از سه پنجره بسامدی به عرض-های: $W=0.001ev$ (منحنی قرمز شکل ۳) و $W=0.1ev$ (منحنی آبی شکل ۳) که بر روی بسامد قله گذارهای پلاریتونی و دواکسیتونی تمرکز یافته، ترسیم شده است. همان طور که انتظار می‌رود با کاهش پنجره بسامدی درهم‌تنیدگی افزایش می‌یابد چرا که جفت فوتون‌هایی شمرده می‌شوند که تمرکز انرژی آنها در اطراف انرژی تبهگن حالتهای پلاریتونی مورد نظر است. مقدار بیشینه درهم‌تنیدگی مربوط به حالت $\Delta_x^p+\Delta_y^p=0$ یعنی حالت اول مورد بررسی است.



شکل۲: طیف فوتون‌های حاصل از گسیل آبشاری دوفوتونی. نقطه چین گذار دواکسیتونی، خطوط پررنگ گذار اکسیتونی، خطوط قرمز قطبش y و خطوط سیاه قطبش x را نشان می-دهند. (a $\Delta_p^x=-\Delta_p^y=-0.1ev$ و (b $\Delta_p^x=-\Delta_p^y=-0.6ev$ است.



شکل (۳): درهم‌تنیدگی قطبش دوفوتونی با مقدار ثابت: $\Delta_x^p-\Delta_y^p=2\delta_x=-0.1ev$. $W=0.1ev$ (آبی) و $W=0.001ev$ (قرمز).

بطور خلاصه، در سیستم هیبریدی مورد بررسی، با در نظر گرفتن برهم‌کنش قوی بین مدهای پلاسمونی اصلی و گذار اکسیتونی می-توان درهمتنیدگی فوتون‌های گسیل شده را کنترل کرد و به حداکثر درهمتنیدگی یعنی حدود ۱ رسید.

۴- مراجع

[1] Edamatsu, K., "Entangled photons: generation, observation, and characterization." Japanese Journal of Applied Physics, 46.11R, 7175, (2007).
[2] Bagheri Harouni, M., "Phonon impacts on entangled photon pair generation from the biexciton cascade in a quantum dot: phonon coherent state representation." Laser Physics, 24.11, 115202 (2014).
[3] Johne, R., et al. "Entangled photon pairs produced by a quantum dot strongly coupled to a microcavity." Physical review letters, 100.24, 240404, (2008).
[4] Pathak, P. K., Hughes S., "Generation of entangled photon pairs from a single quantum dot embedded in a planar photonic-crystal cavity." Physical Review B, 79.20, 205416, (2009).
[5] Hakami, J., Ligang W., Zubairy M. S., "Spectral properties of a strongly coupled quantum-dot–metal-nanoparticle system." Physical Review A, 89.5, 053835, (2014).
[6] Vogel W., Welsch D.G., *Quantum Optics*, p. 339, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, (2006).
[7] Choudhury R., Hughes S., "Quantum theory of the emission spectrum from quantum dots coupled to structured photonic reservoirs and acoustic phonons." Physical Review B, 92.20, 205406, (2015).
[8] Wootters, W. K., "Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits." Physical Review Letters, 80.10,2245 (1998).

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-08]