بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۲-۱۴ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

شبیه سازی عوامل موثر بر آشکارسازی فرانژهای تداخلی ژیروسکوپ لیزری با استفاده از ماتریس ABCD

مریم سلطانی، علیرضا کشاورز

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

چکیده – در این مقاله ضمن معرفی ژیروسکوپ لیزری و نحوه عملکرد آن، تداخل انتشار دو پرتو مختلف الجهت در آن با استفاده از ماتریس *ABCD* بررسی و شبیه سازی شده است. در ژیروسکوپ های لیزری به خاطر ایجاد دوران و اثر ساییناک یک اختلاف فاز بین دو پرتو منتشر شده ایجاد می شود که هر چه این اختلاف فاز بیشتر باشد آشکارسازی فرانژهای تداخلی بهتر انجام می گیرد. به طوری که هر چه زاویه دوران و طول بازوهای ژیروسکوپ بیشتر و طول موج لیزر کمتر باشد اختلاف فاز ایجاد شده بیشتر می شود و در نتیجه آشکارسازی بهتر انجام می گیرد. بررسی تاثیر این عوامل با استفاده از ماتریس *ABCD* و شبیه سازی تداخل صورت گرفته هدف اصلی این تحقیق است. نتایج نشان می دهد که هر چه طول بازوهای دستگاه بیشتر باشد قله شدت تداخلی افزایش می یابد و هر چه زاویه دوران بیشتر باشد تعداد فرانژهای تداخلی در مرکز پرده بیشتر می شود که این نشان دهنده بالا رفتن حساسیت دستگاه است و همچنین هر چه طول موج لیزر کمتر باشد فرانژهای واضح تری خواهیم داشت.

کلید واژه- ژیروسکوپ لیزری، فرانژهای تداخلی، ماتریس ABCD.

Simulation of effective factors on detection of interference fringe in laser gyroscope by using the ABCD matrix

Maryam Soltani, Alireza Keshavarz

Department Of Physics, Shiraz University Of Technology, Shiraz

Abstract- In this paper, laser gyroscope and its performance is introduced. Also, the interference of two beams of two opposite directions is simulated by using the ABCD matrix. In laser gyroscopes because of applied rotation and sagnac effect, a phase difference between two propagated beams is occurred that the greater phase difference so the beter detection of the interference fringe is done. The greater the rotation angle and the greater the length sides of the laser gyroscope and the lower wavelength the greater phase difference is occurred and consequently the detection is done better. The main goal of this research is study the effect of these factors by using ABCD matrix and simulation of the interference fringes. Results show that the longer the length sides, leads to riser peak of the interference intensity and the greater the rotation angle, the greater number of interference fringes in center of the wall and thus the higher the sensitivity of the device and also the lower wavelength, the clearer fringes are obtained.

Keywords: laser gyroscope, interference fringes, ABCD matrix.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-08]

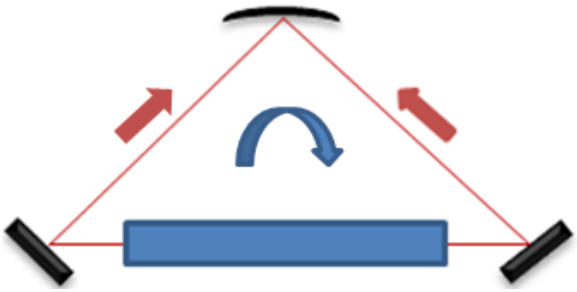
این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

۱- مقدمه

ژیروسکوپ وسیله ای است که برای اندازه گیری سرعت دوران، میزان انحراف و ایجاد محورهای مختصات مرجع در وسایل نقیه هوایی، فضایی، دریایی و هر وسیله ای که تعادل در آن مهم است کاربرد دارد [۱]. در ژیروسکوپ های لیزری به خاطر دوران ایجاد شده یک اختلاف فاز بین دو پرتو منتشر شده ایجاد می شود. هر چه این اختلاف فاز بیشتر باشد آشکارسازی فرانژهای تداخلی بهتر انجام می گیرد. روابط مربوط به اختلاف فاز در ژیروسکوپ لیزری نشان می دهد که هر چه زاویه دوران، طول بازوهای ژیروسکوپ بیشتر و طول موج لیزر کمتر باشد اختلاف فاز ایجاد شده بیشتر می شود و در نتیجه آشکارسازی فرانژهای تداخلی بهتر انجام می گیرد. در این مقاله به بررسی تاثیر این عوامل با استفاده از ماتریس ABCD و شبیه سازی تداخل پرتوهای لیزری پرداخته شده است.

۲- مبانی فیزیکی ژیروسکوپ لیزری

ژیروسکوپ لیزری شامل یک مشدد حلقوی سه گوشه (مثلثی شکل) و یا چهار گوشه (مستطیلی شکل) است که بر روی یک موتور قرار می گیرد و موتور این صفحه را دوران می دهد. در این مقاله آرایش مثلثی، مطابق شکل ۱، مد نظر قرار گرفته است. اساس کار ژیروسکوپ بر پایه اثر ساناک[1] است. به طور خلاصه اگر دو پرتو یکی در جهت عقربه های ساعت و دیگری در خلاف جهت عقربه های ساعت در مشدد حلقوی حرکت کنند و یک دوران به این مشدد اعمال شود، مشاهده می شود که پرتویی که در جهت چرخش حرکت می کند نسبت به پرتوی دیگر، مسیر را در زمان بیشتری طی می کند و باعث ایجاد یک جابه جایی فاز بین دو پرتو می شود [۲]. فرض کنیم t_+ زمان طی شده برای پرتویی باشد که در جهت چرخش حرکت می کند و t_- زمان طی شده برای پرتویی باشد که در خلاف جهت چرخش حرکت می کند، اگر R شعاع مسیر دایروی و c سرعت نور در خلا باشد آن گاه اختلاف راه نوری طی شده توسط دو پرتو به صورت زیر محاسبه می شود [۳]:



شکل ۱: طرح نمادین یک ژیروسکوپ لیزری با مشدد حلقوی

$$ct_+ = 2\pi R + \Omega R t_+ \rightarrow t_+ = \frac{2\pi R}{c - \Omega R} \qquad (۱)$$

$$ct_- = 2\pi R - \Omega R t_- \rightarrow t_- = \frac{2\pi R}{c + \Omega R} \qquad (۲)$$

که در آن Ω سرعت زاویه ای است. در نتیجه اختلاف راه نوری برابر است با:

$$\Delta L = 2\pi R\left(\frac{1}{1-\frac{\Omega R}{c}} - \frac{1}{1+\frac{\Omega R}{c}}\right) \approx \frac{4\pi\Omega R^2}{c} \qquad (۳)$$

برای یک لیزر حلقوی مطابق شکل ۱ طول کاواک برابر $L = m\lambda = \frac{mc}{\vartheta}$ است که m یک عدد صحیح است. بنابراین فرکانس دو پرتو مختلف الجهت به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\vartheta_\pm = \frac{mc}{L_\pm} \rightarrow \Delta\vartheta = \vartheta_+ - \vartheta_- = \frac{mc}{L_+} - \frac{mc}{L_-} = \frac{mc\Delta L}{L^2} = \vartheta\frac{\Delta L}{L} \qquad (۴)$$

که در آن از تقریب های $L_+ L_- = L^2$ و $L_+ - L_- = \Delta L$ استفاده شده است. با جایگزاری رابطه (۳) در رابطه (۴) خواهیم داشت:

$$\Delta\vartheta = \frac{4S.\Omega}{\lambda L} \qquad (۵)$$

که ϑ_+ فرکانس تغییر یافته در جهت چرخش، ϑ_- فرکانس تغییر یافته در خلاف جهت چرخش، c سرعت نور در خلاء، S مساحت محصور توسط مشدد حلقوی، λ طول موج لیزر هلیوم نئون (λ=۶۳۲/۸nm) و L راه نوری مشدد است. اختلاف فاز به وجود آمده برابر است با:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi\Delta\vartheta}{c}L = \frac{8\pi\omega S}{c\lambda} \qquad (۶)$$

با استفاده از تداخل دو پرتو مختلف الجهت در محل آینه کروی و به دست آوردن فرانژهای تداخلی می توان اختلاف فاز ایجاد شده را محاسبه کرد. هر چه اختلاف فرکانس و یا اختلاف فاز ایجاد شده بیشتر باشد حساسیت دستگاه بالاتر و

[1] Sagnac effect

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-08]

در نتیجه آشکار سازی بهتر انجام می شود. همان طور که از روابط بالا انتظار می رود، هر چه طول موج لیزر کمتر، طول بازوهای ژیروسکوپ و همچنین زاویه دوران بیشتر باشد اختلاف فاز ایجاد شده بین دو پرتو بیشتر و در نتیجه آشکار سازی بهتر انجام می شود. در این تحقیق با استفاده از ماتریس ABCD به شبیه سازی تاثیر زاویه دوران، طول موج لیزر و طول بازوهای ژیروسکوپ لیزری بر فرانژهای تداخلی پرداخته شده است. در اینصورت با داشتن ماتریس ABCD یک سیستم می توان نور را در درون آن ردیابی و پارامترهای مورد نیاز را در هر نقطه از سیستم به دست آورد. ماتریس عبور از فضای آزاد به طول d، بازتاب از آینه تخت و آینه کروی با شعاع انحنای R به ترتیب به صورت $\begin{bmatrix}1 & d\\ 0 & 1\end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\frac{2}{R} & 1\end{bmatrix}$ است. اگر پرتو خروجی لیزر هلیم نئون را گاوسی در نظر بگیریم میدان حاصل از این پرتو در مختصات استوانه ای به صورت زیر می باشد [۴]:

$$E(x,y,z)=E_0\frac{\omega_0}{\omega(z)}exp\left[-\frac{r^2}{\omega^2(z)}\right]\times exp\left\{-i\left[kz-tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right)+\frac{kr^2}{2R(z)}\right]\right\} \quad (۷)$$

که در آن ω_0 اندازه لکه در کمر باریکه، $\omega(z)$ اندازه لکه و $R(z)$ شعاع انحنای پرتو به فاصله z از کمر باریکه، k ثابت انتشار و z_0 طول رایلی است که اندازه لکه و شعاع انحنا از طریق رابطه زیر به هم مربوط می شوند:

$$\frac{1}{q(z)}=\frac{1}{R(z)}-i\frac{\lambda}{\pi n\omega^2(z)} \quad (۸)$$

بنابراین اگر q_1 و در نتیجه $R(z)$ و $\omega(z)$ را در نقطه ای از سیستم داشته باشیم با محاسبه ماتریس ABCD آن سیستم می توانیم از قانون ABCD اندازه لکه و شعاع انحنای پرتو را در هر نقطه دلخواه به دست آوریم:

$$\frac{1}{q_2}=\frac{C+\frac{D}{q_1}}{A+\frac{B}{q_1}} \quad (۹)$$

۳- شبیه سازی

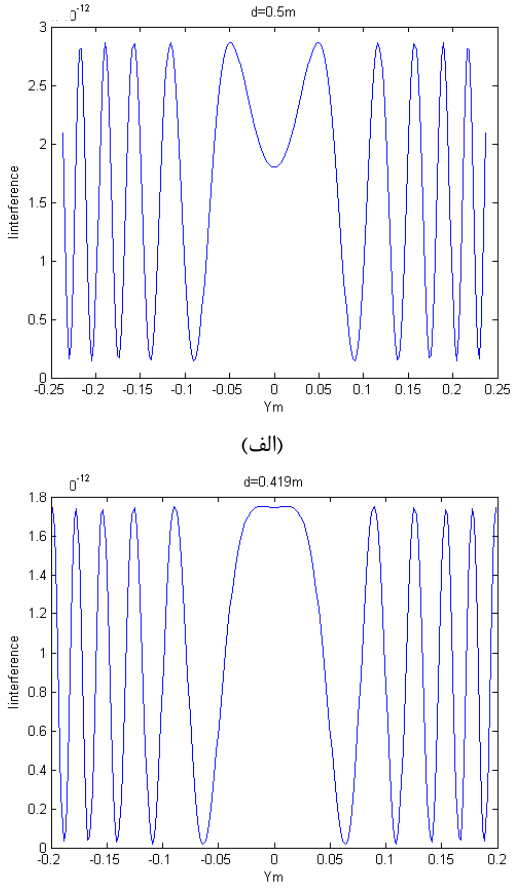
چون اضلاع ژیروسکوپ با هم برابر است و سیستم متقارن است می توان نشان داد که کمر باریکه دقیقا در وسط ضلعی واقع می شود که لیزر در آن قرار دارد. اگر ماتریس ABCD برای یک دور کامل در ژیروسکوپ نوشته شود می توان ω_0 را به دست آورد. چنانچه طول هر بازو را d در نظر بگیریم ماتریس انتقال برای یک دور کامل در غیاب چرخش به صورت زیر می شود:

$$T_{roundtrip}=\begin{bmatrix}1 & 3\frac{d}{2}\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\frac{2}{R} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 3\frac{d}{2}\\ 0 & 1\end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

برای به دست آوردن ماتریس در حضور چرخش در محل آینه کروی راه نوری برای پرتو در جهت چرخش برابر ct_+ و برای پرتو در خلاف جهت چرخش برابر ct_- می شود.

۳-۱- نتایج حاصل از شبیه سازی

در شبیه سازی های انجام شده نرخ چرخش برابر $\Omega=7.3\times10^{-5}\ ^\circ/_s$ در نظر گرفته شده است و شدت تداخلی دو پرتو $(I_{interference})$ برحسب فاصله تا فرانژ مرکزی بر روی پرده (Y_m) رسم شده است.



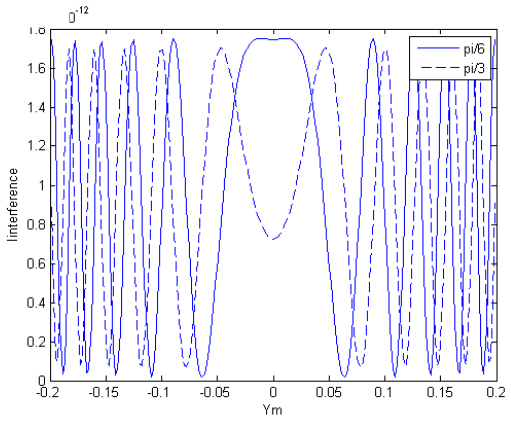
شکل۲: شدت تداخلی برحسب فاصله تا فرانژ مرکز به ازای الف: $d=0.5m$ و ب: $d=0.419m$ (واحد اختیاری)

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-08]

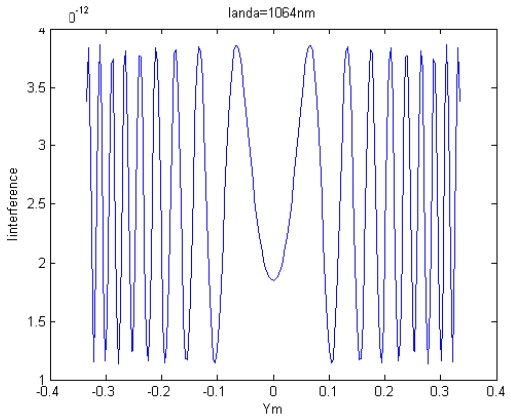
در شکل ۲ (الف) و (ب) به ترتیب شدت تداخلی دو پرتو برای دو طول بازوی $d=0.419m$ و $d=0.5m$ شبیه سازی شده است. همان طور که مشاهده می شود هر چه طول بازوهای ژیروسکوپ لیزری بیشتر باشد قله شدت در هنگام آشکاری سازی بیشتر می شود و درنتیجه فرانژهای تداخلی بهتر ایجاد می شوند که این نتیجه در رابطه (۶) هم مشخص است.

شکل ۳ شدت تداخلی دو پرتو برای دو زاویه دوران $\theta=\frac{\pi}{6}$ و $\theta=\frac{\pi}{3}$ شبیه سازی شده است. همان طور که مشاهده می شود هر چه زاویه دوران بیشتر باشد تعداد قله ها در مرکز پرده بیشتر می شود که این نشان دهنده افزایش حساسیت دستگاه در زاویه دوران های بزرگتر است.

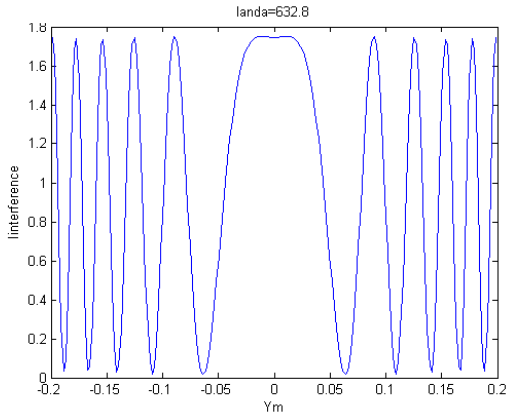


شکل ۳: شدت تداخلی برحسب فاصله تا فرانژ مرکزی برای دو زاویه دوران $\theta=\frac{\pi}{6}$ و $\theta=\frac{\pi}{3}$ (واحد اختیاری)

شکل ۴ (الف) و (ب) به ترتیب شدت تداخلی دو پرتو برای دو طول موج $\lambda=1064nm$ و $\lambda=632.8nm$ شبیه سازی شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۴: شدت تداخلی برحسب فاصله تا فرانژ مرکز به ازای الف: $\lambda=1064nm$ و ب: $\lambda=632.8nm$ (واحد اختیاری)

۴- نتیجه‌گیری

امروزه ژیروسکوپ های لیزری نقش مهمی را در سیستم های ناوبری و نظامی بازی می کنند. در این مقاله ابتدا به معرفی و نحوه عملکرد ژیروسکوپ پرداخته شد. به خاطر دوران دستگاه و اثر ساناک یک اختلاف فاز بین دو پرتو منتشر شده در دو جهت مخالف ایجاد می شود که هر چه این اختلاف فاز بیشتر باشد آشکارسازی فرانژهای تداخلی بهتر انجام می گیرد. شبیه سازی انجام شده با استفاده از ماتریس ABCD به منظور بررسی عوامل موثر بر آن صورت گرفت. نتایج نشان می دهد که هر چه طول بازوهای دستگاه بیشتر باشد قله شدت تداخلی افزایش می یابد و آشکار سازی فرانژهای تداخلی بهتر انجام می گیرد و هر چه زاویه دوران بیشتر باشد تعداد فرانژهای تداخلی در مرکز پرده بیشتر می شود که این نشان دهنده بالا رفتن حساسیت دستگاه است و همچنین هر چه طول موج لیزر کمتر باشد طرح تداخلی واضح تری خواهیم داشت.

مراجع

[1] M. N. Armenise, C. Ciminelli, F. Dell'Olio, V. M. N. Passaro, *"Advances in Gyroscope Technologies"*, *Springer*, 2010.

[2] A. Tartaglia, M.L. Ruggiero, "*Sagnac effect and pure geometry*", *American Journal of Physics.*,Vol. 83, pp. 427-432, 2015.

[3] M. Pizzocaro, "Development of a ring laser gyro: active stabilization and sensitivity analysis", tesis, 92p, 2009.

[4] J. T.Verdeyen, *Laser Electronics*, p.77, Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersy 07632, 1995.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-08]