بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۲-۱۴ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

ارزیابی آنتروپی در سامانه‌های چندقسمتی تحت کانال‌های نوفه کوانتومی موضعی

مهدیه، شمسی جوزم[۱]- محمد کاظم، توسلی[۱و۲]

گروه اتمی و ملکولی- دانشکده فیزیک- دانشگاه یزد[۱]

آزمایشگاه پردازش اطلاعات کوانتومی- دانشگاه یزد[۲]

چکیده: در فرآیندهای اطلاعات کوانتومی به دلیل برهم‌کنش گریزناپذیر سامانه‌های کوانتومی با محیط (اتلاف)، پدیده واهمدوسی اتفاق می‌افتد و این باعث کاهش و در نهایت محو شدن ویژگی‌های کوانتومی (غیرکلاسیکی) سامانه می‌گردد. هم‌بستگی‌های کوانتومی به عنوان یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های کوانتومی به حساب می‌آیند. در این مقاله، دینامیک درهم‌تنیدگی یک سامانه کیوتریت-کیوتریت که ابتدا در یک حالت خالص با بیشینه درهم‌تنیدگی قرار دارد را با حل تحلیلی معادله اساسی تحول سامانه تحت تاثیر کانال‌های نوفه‌ای وافازی و سه-فیلیپ بررسی کرده و با استفاده از معیار آنتروپی، به عنوان یک سنجه هم‌بستگی‌های کوانتومی، مشاهده می‌کنیم که در گذار از کانال نوفه‌ای وافازی درهم‌تنیدگی به نحو مطلوب‌تری حفاظت می‌شود.

کلمات کلیدی: هم‌بستگی‌های کوانتومی، کانال‌های نوفه‌ای، آنتروپی، واهمدوسی.

Evaluation of entropy in multi-partite systems under local quantum noise channels

Mahdiye, Shamsi Javazm [1]; Mohammad Kazem, Tavassoly [1,2]

[1] Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University
[2] The Laboratory of Quantum Information Processing, Yazd University

Abstract- In the quantum information processing due to the unavoidable interaction of quantum systems with the environment, the decoherence phenomenon is occurred which leads to the reduction and finally decaying of quantum (nonclassical) properties. Quantum correlations are one of the fundamental quantum properties. In this paper, we study a qutrit-qutrit system which is initially prepared in a maximally entanglement state by solving analytically a master equation for noisy channels, i.e., dephasing and trip-flip. With the help of the entropy as a measure of entanglement, we show that in the transmission through the dephasing channel the entanglement is more preserved than the trip-flip channel.

Keywords: Quantum correlation, Noisy channels, Entropy, Decoherence.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-08]

۱- مقدمه

هم‌بستگی‌های کوانتومی به عنوان شاخصه اصلی فرآیندهای اطلاعات کوانتومی در چند دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این میان، درهم‌تنیدگی کوانتومی نقش بسیار مهمی در هم‌بستگی‌های کوانتومی ایفا می‌کند [۳-۱]. آنتروپی یکی از ابزارهای اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی کوانتومی است که می‌توان آن را به آسانی محاسبه و اندازه‌گیری نمود. هدف از این مقاله محاسبه تحول زمانی درهم‌تنیدگی برای یک سامانه کیوتریت-کیوتریت به عنوان یک حالت خالص و بیشینه درهم‌تنیدگی است که از کانال‌های نوفه‌ای وافازی و سه-فیلیپ می‌گذرد. بدین منظور از معادله اساسی تحول سامانه برای کانال‌های نوفه‌ای استفاده می‌شود، سپس با استفاده از ماتریس چگالی تحول یافته به دست آمده، آنتروپی را برای این سامانه محاسبه می‌کنیم. در پایان با مقایسه دو کانال نوفه‌ای مورد بحث، نشان داده می‌شود که در حضور کانال وافازی درهم‌تنیدگی بهتر حفظ می‌شود.

۲- معرفی مدل: تحول زمانی درهم‌تنیدگی سامانه کیوتریت-کیوتریت تحت تاثیر کانال‌های نوفه‌ای

برای بررسی دینامیک درهم‌تنیدگی کوانتومی، حالت کوانتومی ابتدایی سامانه کیوتریت-کیوتریت را حالت بل خالص زیر در نظر می‌گیریم:

$$|\psi\rangle = 1/3(|0,0\rangle + |1,1\rangle + |2,2\rangle), \qquad (۱)$$

که عملگر چگالی متناظر آن به صورت زیر است:

$$\rho(0) = 1/3(|0,0\rangle + |1,1\rangle + |2,2\rangle)$$
$$(\langle 0,0| + \langle 1,1| + \langle 2,2|). \qquad (۲)$$

اگر حالت (۱) از میان کانال‌های نوفه‌ای موضعی بگذرد، تحول زمانی عملگر چگالی با معادله اساسی تحول سامانه توصیف می‌شود که بر حسب عملگرهای کراوس به شکل زیر نوشته می‌شود [۵-۴]:

$$\rho_{AB}(t) = \sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{3} F_j^B E_i^A \rho(0) E_i^{A^T} F_j^{B^T}, \qquad (۳)$$

که E_i^A و F_j^B در این رابطه به ترتیب عملگرهای کراوس وابسته به کانال‌های نوفه‌ای روی کیوتریت A و B هستند، به‌طوری که داریم:

$$\sum_i E_i^A E_i^{A^T} = \sum_j F_j^B F_j^{B^T} = I,$$

که I عملگر واحد است. در این صورت، آنتروپی با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S = -\sum_i \lambda_i \ln(\lambda_i), \qquad (۴)$$

که λ_i ویژه مقادیر ماتریس چگالی تحول یافته است.

الف) کانال وافازی:

برای کانال نوفه‌ای وافازی روی کیوتریت A و B عملگر-های کراوس به شکل زیر هستند:

$$F_1^B = I_A \otimes M_B,\ F_2^B = I_A \otimes N_B,$$
$$F_3^B = I_A \otimes T_B,\ E_1^A = M_A \otimes I_B,$$
$$E_2^A = N_A \otimes I_B,\ E_3^A = T_A \otimes I_B, \qquad (۵)$$

که I_A و I_B عملگرهای واحد متناظر با کیوتریت A و B هستند. هم‌چنین داریم:

$$M_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (1-\mathrm{Y}_i)^{1/2} & 0 \\ 0 & 0 & (1-\mathrm{Y}_i)^{1/2} \end{pmatrix},$$

$$N_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\mathrm{Y}_i)^{1/2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, T_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\mathrm{Y}_i)^{1/2} \end{pmatrix}, \qquad (۶)$$

که در آن B یا $i = A$ و $\mathrm{Y}_i = 1 - \exp(-t\, q_i)$. هم-چنین، q_A و q_B به ترتیب آهنگ فروپاشی کیوتریت A و B هستند.

اگر تحول زمانی سامانه را توسط کانال وافازی مدل کنیم، نتیجه نهایی محاسبه به وسیله ماتریس چگالی زیر بیان می-شود:

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-08]

$$\rho(\mathrm{t})=\begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & \eta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix} \quad (۷)$$

که $\lambda=\frac{1}{3}\exp\left(-\frac{1}{2}t\left(qA+qB\right)\right)$,

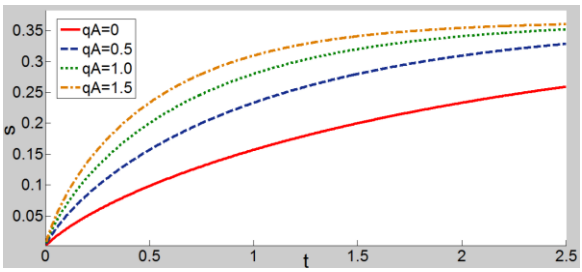
$$\eta=\frac{1}{3}\exp\left[-t\left(qA+qB\right)\right].$$

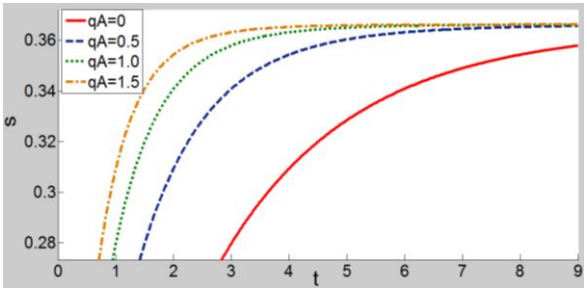
حال با استفاده از رابطه (۴) آنتروپی این سامانه به صورت تابعی از زمان، مطابق رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$S(\mathrm{t})=-ln\left[\frac{\eta}{2}-\frac{1}{2}\left(8\lambda^2+\eta^2\right)^{1/2}+\frac{1}{3}\right]$$

$$\times\left[\frac{\eta}{2}-\frac{1}{2}\left(8\lambda^2+\eta^2\right)^{1/2}+\frac{1}{3}\right]. \quad (۸)$$

شکل (۱) نمودار آنتروپی بر حسب زمان را برای سامانه کیوتریت-کیوتریت تحت کانال نوفه‌ای وافازی برای مقادیر مختلف q_A و مقدار ثابت q_B نشان می‌دهد. نمودار پایین ستون راست (بالای ستون چپ)، تحول زمانی آنتروپی را در زمان‌های اولیه (زمان‌های بعدی) نشان می‌دهد. همان‌گونه که از نمودارها پیداست، آنتروپی از مقدار صفر شروع می‌شود و با گذشت زمان افزایش یافته و در نهایت به مقدار ثابتی می‌رسد.





شکل (۱): نمودار آنتروپی بر حسب زمان برای سامانه کیوتریت-کیوتریت تحت کانال نوفه‌ای وافازی وقتی $q_B=0.5$ (مقدار ثابت) باشد و q_A مقادیر مختلف $q_A=0$ (نمودار خط توپر)، $q_A=0.5$ (نمودار خط چین)، $q_A=1.0$ (نمودار نقطه چین) و $q_A=1.5$ (نمودار خط-نقطه چین) را داشته باشد.

ب) کانال سه-فیلیپ:

برای کانال نوفه‌ای سه-فیلیپ روی دو کیوتریت A و B عملگرهای کراوس مطابق رابطه کلی (۵) هستند، با این تفاوت که در این مورد داریم [۵-۴]:

$$M_i=\left(1-\frac{2}{3}\mathrm{Y}_i\right)^{1/2} I_i\ ,$$

$$N_i=\left(\frac{1}{3}\mathrm{Y}_i\right)^{1/2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$T_i=\left(\frac{1}{3}\mathrm{Y}_i\right)^{1/2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (۹)$$

که در آن B یا $i=A$ و $\mathrm{Y}_i=1-\exp\left(-t\,q_i\right)$. هم-چنین، q_A و q_B به ترتیب آهنگ فروپاشی کیوتریت A و B هستند.

اگر تحول زمانی سامانه را توسط کانال سه-فیلیپ مدل کنیم، نتیجه نهایی محاسبه به وسیله ماتریس چگالی زیر بیان می‌شود:

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-08]

$$\rho(\mathrm{t})=\begin{pmatrix} \beta & 0 & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 & \beta \\ 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 & \alpha & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 & \beta \\ 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 & \alpha & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 & \alpha & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 & \beta \end{pmatrix} \qquad (۱۰)$$

که در آن

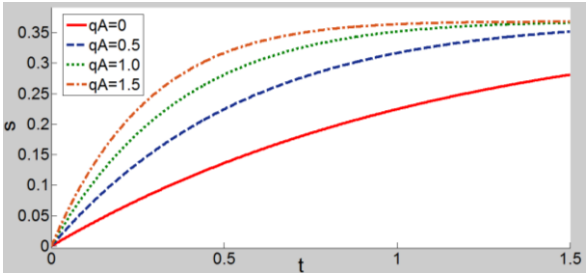
$$\alpha=\frac{1}{9}\left[1-\exp\left(-t\left(qA+qB\right)\right)\right],$$

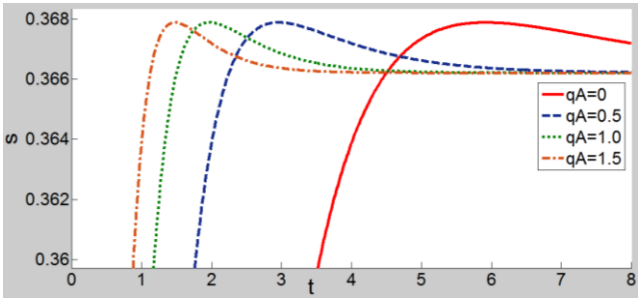
$$\beta=\frac{1}{9}+\frac{2}{9}\exp\left[-t\left(qA+qB\right)\right].$$

برای این سامانه با استفاده از رابطه (۴) آنتروپی به صورت تابعی از زمان به شکل زیر به دست می‌آید:

$$S(\mathrm{t})=-3\beta\ln\left(3\beta\right). \qquad (۱۱)$$

شکل (۲) نمودار آنتروپی بر حسب زمان را برای سامانه کیوتریت-کیوتریت تحت کانال نوفه‌ای سه-فیلیپ برای مقادیر مختلف q_A و مقدار ثابت q_B نشان می‌دهد. نمودار پایین ستون راست (بالای ستون چپ)، تحول زمانی آنتروپی را در زمان‌های اولیه (زمان‌های بعدی) نشان می‌دهد. همان-گونه که از نمودارها پیداست، آنتروپی از مقدار صفر شروع می‌شود و با گذشت زمان افزایش یافته و در نهایت به مقدار ثابتی می‌رسد.





شکل (۲): نمودار آنتروپی بر حسب زمان برای سامانه کیوتریت-کیوتریت تحت کانال نوفه‌ای سه-فیلیپ وقتی $q_B=0.5$ (مقدار ثابت) باشد و q_A مقادیر مختلف $q_A=0$ (نمودار خط توپر)، $q_A=0.5$ (نمودار خط چین)، $q_A=1.0$ (نمودار نقطه چین) و $q_A=1.5$ (نمودار خط- نقطه چین) را داشته باشد.

مراجع:

[1] Yu, G. “Entanglement swapping for distant bose-einstein condensates”, International Journal of Theoretical Physics, 51, p. 2954 (2012).

[2] Yang, Y. and Wen, Q. “Quasi-secure quantum dialogue using single photons”, Science in China Series G, Physics, Mechanics and Astronomy, 50, p. 558. (2007).

[3] Doustimotlagh, N. Guo, J. L. and Wang, S. “Quantum correlations in qutrit-qutrit systems under local quantum noise channels”, International Journal of Theoretical Physics, 54, p. 1784. (2015).

[4] An, J. H. and Zhang, W. M. “Non-Markovian entanglement dynamics of noisy continuous-variable quantum channels”, Physical Review A, 76, p. 042127. (2007).

[5] An, J. H., Feng, M. and Zhang, W. M. “Non-Markovian decoherence dynamics of entangled coherent states”,Quantum Information & Computation, 9, p. 317. (2009).

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-08]