



تولید آرایه‌ای دلخواه از باریکه‌های نوری حلقوی

آرش ثباتیان، بابک فتحی

ارومیه، دانشگاه ارومیه، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده - در این مقاله ما یک عنصر پراشی را که ترکیبی از یک تیغه‌ی منطقه‌ای با شیف‌ت فازی شعاعی و یک توری پراشی است مورد بررسی قرار داده‌ایم. این عنصر پتانسیل بسیار بالایی برای تولید آرایه‌ای از پرتوهای حلقوی با شعاع مورد نظر و فواصل خاص را دارا است و همچنین پرتوهای حلقوی ممکن است در هر شکلی از آرایه مانند مستطیل، یا دایره و یا ... تولید شوند. و به منظور بررسی نتایج شبیه‌سازی مان بعضی از این عناصر را که خودمان در متلب شبیه‌سازی و به روش لیتوگرافی چاپ کرده‌ایم مورد بررسی قرار دادیم.

کلیدواژه- پراش فرنل، پرتوهای حلقوی، شکل‌دهی پرتوی، عدسی‌های پراشی

Generation of an arbitrary array of optical annular beams

Arash Sabatyan, and Babak Fathi

Physics Dept. Faculty of Sciences, Urmia University

Abstract- In this paper we introduce a novel diffractive element which is generated by a given combination of a radially phase shifted Fresnel zone plate and grating. We show that the element has a great potential in generating a variety of array of annular beams with desired radius and distance. As well as, the annular beams may be generated in any form of array like rectangle or circle ones. The focusing properties of the element is explored, in detail by simulation. In addition, some experiments were arranged to verify the simulation results.

Keywords: Fresnel diffraction, Diffractive lens, annular beams, Beam shaping

۱- مقدمه

$$\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{r^2}{2f} \right) \quad (5)$$

FZP مانند لنز همگرا دارای فاز مربعی است، این المان اپتیکی مانند یک لنز همگرا عمل می‌کند و یک کانون نقطه‌ای ارائه می‌دهد [۲]. اگر r فاصله‌ی شعاعی از مرکز FZP، λ طول موج و f فاصله‌ی کانونی باشد با شیفت فضایی خواهیم داشت.

$$\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(r - \alpha R)^2}{2f} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (6)$$

که R شعاع FZP و α پارامتر کنترلی است. فاز قطعات باید مضرب صحیحی از π باشد تا اختلاف راه نوری پرتوهای پراشی مناطق مجاور تا کانون مضرب صحیحی از λ شود.

For FZP:
$$-\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{r^2}{2f} \right) = n\pi \quad (7)$$

پس تعداد کل مناطق برای FZP برابر است با: $N = \frac{R^2}{2f}$

درحالی‌که برای PRS-FZP داریم

$$-\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(r - \alpha R)^2}{2f} = m\pi$$

$$r_m - \alpha R = \pm \sqrt{m\lambda f} \quad (8)$$

حالتی که $r_m < \alpha R$ پهنای حلقه‌ها رفته‌رفته افزایش یافته و این ناحیه مانند عدسی واگرا عمل می‌کند و برای ناحیه‌ی دوم $r_m > \alpha R$ ، RPS-FZP مانند FZP عادی رفتار می‌کند. سایر مشخصه‌ی FZP های طراحی‌شده‌ی ما خیلی بزرگ‌تر از طول موج نور است بنابراین برای محاسبه‌ی دامنه‌ی موج پراشی در فاصله‌ی Z از مرکز FZP از فرمول انتگرالی پراش فرنل کریشهف استفاده می‌کنیم [۳].

$$U(r) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \int_0^a t(r') \times J_0\left(\frac{krr'}{z}\right) r' dr' \quad (9)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ عدد موج است و a شعاع FZP و r و r' مختصات شعاعی در صفحه جسم و تصویر می‌باشند. $t(r')$ تابع عبور یک RPC-FZP یک حلقه تولید می‌کند به صورت زیر است.

$$t(r') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\left[-i2n\pi \frac{(r' - \alpha R)^2}{r_1^2}\right] \quad (10)$$

A_n و $r_1^2 - 2\lambda f$ ضریب بسط است. اگر (۱۰) را در (۹) جایگذاری می‌کنیم داریم:

$$U(r) = \int_0^a \exp\left(\frac{ink\alpha R r'}{f}\right) J_0\left(\frac{krr'}{f}\right) r' dr' \quad (11)$$

معمولاً پرتوهای حلقوی با توزیع گاوسی در جهت شعاعی تولید می‌شوند و می‌توانند از تفاضل دو پرتو گاوسی با بیشینه شدت یکسان و پهنای متفاوت به دست آیند [۱].

^۱FZP (تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل) شبیه لنز همگراست و موج تخت فرودی را به موج کروی تبدیل کرده و کانون نقطه‌ای ارائه می‌دهد.

FZP با شیفت فازی شعاعی (RPS-FZP) ^۲قطعه‌ای است که می‌توان آن را به صورت ترکیب یک لنز همگرا و اکزیکن ^۳ دانست که موج تخت فرودی را به یک پرتو حلقوی در کانون تبدیل می‌کند [۲].

ما در این مقاله نوعی از RPS-FZP را بررسی می‌کنیم. مزیت مدل ارائه‌شده‌ی ما این است که تعداد و مکان هندسی قرار گرفتن این پرتوهای حلقوی در صفحه‌ی کانون قابل کنترل است.

۲- تئوری و شبیه‌سازی

رابطه ریاضی زیر وضعیت لنز پراشی فرنل زون پلیت FZP را مشخص می‌کند. [۲].

$$r_i^2 + f^2 = (f + i\lambda)^2 \quad (1)$$

که در آنجا λ طول موج، r_i شعاع حلقه‌ی i ام و f فاصله‌ی کانونی لنز پراشی است. در تقریب پیرامحوری داریم $f \gg i\lambda$ پس

$$r_i^2 = 2i\lambda f \quad (2)$$

که نتیجه می‌دهد:

$$r_i = \sqrt{i} r_1 \quad (3)$$

رابطه‌ی (۲) الگوی یک FZP را مشخص می‌کند که یک تابع دوره‌ای در r با دوره تناوب r_1^2 است و فاصله‌ی کانونی این لنز پراشی به صورت زیر است

$$f = \frac{r_1^2}{2\lambda} \quad (4)$$

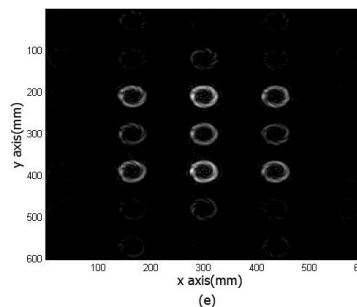
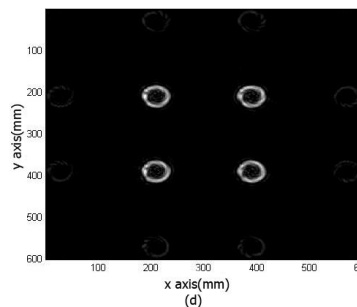
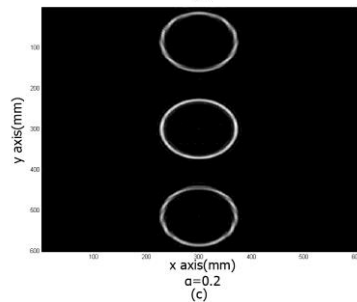
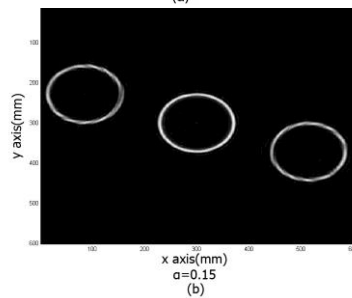
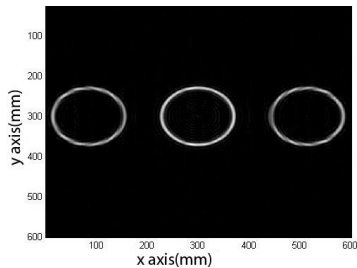
پس اختلاف فاز در تقریب پیرامحوری به صورت زیر است.

^۱ Fresnel Zone Plate

^۲ Radially Phase-shifted Fresnel Zone Plate

^۳ Axicon

در شکل‌های زیر نمونه‌های شبیه‌سازی شده با شعاع یکسان $R=7$ mm و $f=500$ mm و α های متفاوت که هرکدام زیر شکل مربوطه آمده است.



شکل ۱: نمونه‌های مختلف شبیه‌سازی شده توزیع شدت با استفاده از برنامه متلب

داریم: $\exp(ix) = \sum_{m=0}^{\infty} i^m J_m(x)$ با به کارگیری خواص تابع بسل:

$$U(r') = \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^a i^m J_m\left(\frac{nk\alpha Rr'}{f}\right) J_0\left(\frac{kr'r'}{f}\right) r' dr' \propto \delta(r - \alpha R) \quad (12)$$

پس توزیع شدت در کانون به صورت حلقوی است [۲]. ما در حال حاضر FZP هایی با شیفیت فازی شعاعی شبیه‌سازی کرده‌ایم که به وسیله آن می‌توان آرایه‌ای از باریکه‌های حلقه‌ای را ایجاد و کنترل کرد. در طراحی این عدسی‌های پراشی از کاربرد ساختار توری در تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل زون پلیت که دچار شیفیت فازی شعاعی شده استفاده کرده‌ایم. توابع انتقال این RPS-FZP ها به صورت کلی زیر است.

$$t_1(r') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\left[-i2n\pi \frac{(r' - \alpha R)^2}{r_1^2}\right] \quad (13)$$

$$t_2(r') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\left[\frac{-ik}{2z} \left(\frac{x}{p} + \frac{y}{q}\right)\right] \quad (14)$$

تابع انتقال $t_2(r')$ دارای دوره تناوبی $\frac{1}{p}$ در راستای محور x و دوره تناوب $\frac{1}{q}$ در راستای محور y است. ما از مفهوم کاربرد ساختار توری در توابع فوق بهره می‌جوییم و تابع انتقال کلی RPS-FZP را به دست می‌آوریم.

پس می‌توان روابط فوق را با استفاده از خواص تبدیل فوری به صورت زیر نوشت [۴].

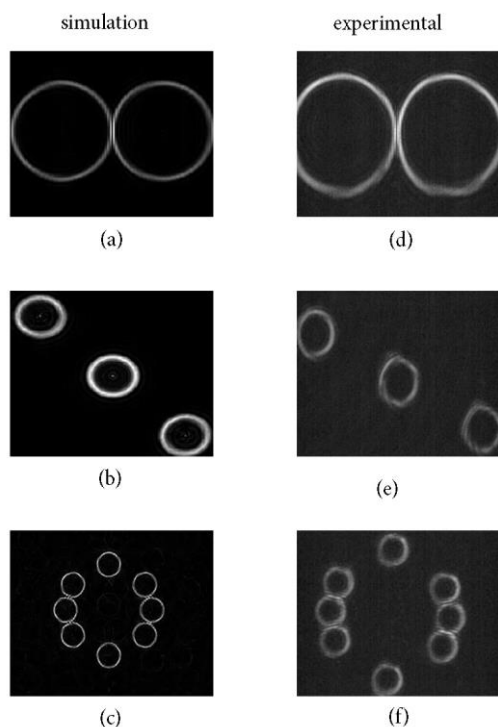
$$I(r) = \left| F^{-1}\{F[t(r)]\} \{F[h(r)]\} \right| \quad (15)$$

که F نشان‌دهنده‌ی تبدیل فوری و $h(r)$ تابع پاسخ ضربه‌ی فضای آزاد است.

$$h(r) = \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \quad (16)$$

نتایج شبیه‌سازی به ما نشان داد که ما می‌توانیم تعداد دلخواه از باریکه‌های حلقه‌ای تولید کنیم و این حلقه‌ها را روی اشکال هندسی دلخواه منظم کنیم و فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر را به راحتی تغییر دهیم و شعاع حلقه را نیز به مقدار دلخواه تنظیم کنیم که در شکل‌های شبیه‌سازی شده‌ی زیر چند نمونه از آن‌ها همراه با لنز پراشی تولیدکننده و همچنین نمودار شدت این حلقه‌ها را در فاصله کانونی $f=500$ mm آورده شده است.

با شبیه‌سازی‌هایمان در متلب در شکل‌های a, b و c مقایسه کردیم.



شکل ۴: تولید آرایه‌ای از پرتوهای حلقه‌ای با فواصل و شعاع‌های مختلف در صفحه کانون به فاصله‌ی ۵۰۰ میلی‌متر به صورت شبیه‌سازی و تجربی.

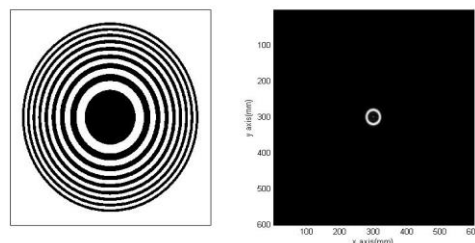
۳- نتیجه‌گیری

در این مقاله ما نشان دادیم که یک FZP با شیفت فازی شعاع و توابع انتقال داده‌شده در رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) می‌تواند آرایه‌ای دلخواه از پرتوهای حلقه‌ای را در کانون تولید کرد و همچنین تأثیر پارامتر کنترلی α روی کنترل شعاع بررسی شد. تمامی نتایج توسط آزمایش بررسی شدند.

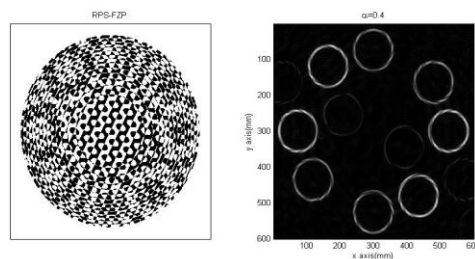
مراجع

- [1] Soroko, Lev M. "II Axicons and Meso-Optical Imaging Devices." *Progress in Optics* 27 (1989): 109-160.
- [2] Sabatyan, Arash, and Bahar Meshginqalam. "Generation of annular beam by a novel class of Fresnel zone plate." *Applied optics* 53, no. 26 (2014): 5995-6000.
- [3] Weber, Hans J., and George B. Arfken. *Essential Mathematical Methods for Physicists*. ISE. Academic Press, 2003.
- [4] Goodman, Joseph W. *Introduction to Fourier optics*. Roberts and Company Publishers, 2005.

شکل ۲-الف) یک RPS-FZP با توزیع شدت یک پرتو حلقه‌ای در صفحه‌ی کانون و شکل ۲-ب) یک RPS-FZP با توزیع شدت هشت پرتو حلقه‌ای که روی محیط یک دایره در صفحه‌ی کانون قرار گرفته‌اند را نشان می‌دهد.



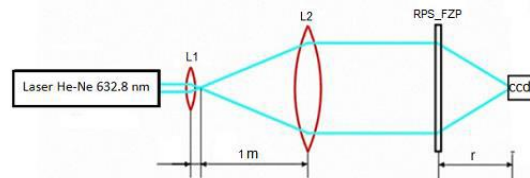
شکل ۲-الف: RPS-FZFS و توزیع شدت آن در صفحه کانون به فاصله‌ی $f=500\text{mm}$



شکل ۲-ب: RPS-FZFS و توزیع شدت آن در صفحه کانون به فاصله‌ی $f=500\text{mm}$

۲-۱- نتایج تجربی

برای آزمایش نتایج شبیه‌سازی؛ نمونه‌های موردنظر بر روی فیلم‌های شفاف چاپ شدند. رزولوشن چاپ 3600 dpi بود که در طراحی نمونه‌ها باید در نظر گرفته می‌شد. نمونه‌های پراشی تحت تابش لیزر هلیوم-نئون قرار گرفتند و شدت نور پراشی در کانون و بعدازآن، توسط ccd ثبت شد. شکل ۳ چیدمان آزمایش را نشان می‌دهد.



شکل ۳: چیدمان آزمایش

ما در آزمایشگاه سه نمونه از RPS-FZP هایی که طراحی کرده‌ایم را مورد بررسی قرار دادیم و شدت در کانون را با دوربین ccd ثبت کردیم شکل ۴ قسمت‌های d, e و f و آن را