بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۴-۱۲ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

گسیل خودبخودی ناشی از اتم‌ها در چگالیده بوز- اینشتین در برهم‌کنش با یک میدان کوانتومی تک‌مد

ابراهیم، قاسمیان[۱]- محمد کاظم، توسلی[۱و۲]

یزد- صفائیه- دانشگاه یزد- دانشکده فیزیک- گروه اتمی ملکولی[۱]

آزماشگاه پردازش اطلاعات کوانتومی- دانشگاه یزد[۲]

چکیده: در این مقاله، یک مدل نظری جامع برای برهم‌کنش تعدادی از اتم‌های دوترازی در حالت چگالیده بوز- اینشتین با یک میدان کوانتومی تک‌مد را ارائه می‌کنیم. علاوه بر جملات برهم‌کنشی معمول، هامیلتونی سامانه شامل برخوردهای میان اتمی و برهم‌کنش مرتبه بالاتر اتم- میدان است. به منظور بررسی میزان گسیل خودبخودی، عبارتی تحلیلی برای وارونی جمعیت اتمی در دو مورد، وقتی که اتم‌ها در حالت اولیه عددی و همدوس هستند، به دست می‌آوریم. نتایج نشان می‌دهند که در مدل در نظر گرفته شده پدیده فروافت-بازیافت در وارونی جمعیت اتمی به وضوح مشاهده می‌شود. هم‌چنین، با تنظیم ثابت جفت‌شدگی میان اتمی می‌توان، پدیده بازیافت را تحت کنترل درآورد.

کلمات کلیدی: فروافت- بازیافت، چگالیده بوز- اینشتین، وارونی جمعیت اتمی، گسیل خودبخودی.

Spontaneous emission originating from atomic BEC interacting with a single-mode quantized field

Ebrahim, Ghasemian [1]; Mohammad Kazem, Tavassoly [1,2]
[1]Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University
[2]The Laboratory of Quantum Information Processing, Yazd University

Abstract- In this paper we present a general theoretical model for the interaction of a number of two-level atoms in Bose-Einstein condensate (BEC) with a single-mode quantized field. In addition to the usual interacting terms, the Hamiltonian of system contains interatom as well as higher-order atom-field interactions. To quantify the spontaneous emission, we obtain analytical expressions for atomic population inversion (API), in the cases of number and coherent states for atomic subsystem. Our results show that the above-mentioned model interaction leads to the appearance of collapse-revival phenomenon in API. Also, the revival time may be tuned by adjusting the interatom interaction constant.

Keywords: Spontaneous emission, collapse-revival, squeezing, Bose-Einstein condensate, atomic population inversion.

معتبر است www.opsi.ir این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-14]

مقدمه

برهم‌کنش میان گشتاورهای دوقطبی اتمی و حالت خلا یک میدان کوانتومی، منجر به گسیل خودبخودی (SE) می‌شود. پیشرفت‌های اخیر مربوط به پدیده چگالیده بوز-اینشتین (BEC) در تله (دام)های مغناطیسی، سبب ایجاد حالت جدیدی از ماده شده است که در آن، تمام اتم‌ها در یک تک-حالت کوانتومی ماکروسکوپی قرار دارند [۲-۱]. در سال‌های اخیر، گسیل خودبخودی در BEC به دام افتاده، به شدت مورد مطالعه قرار گرفته است. گسیل خودبخودی در حضور N اتم، هنگامی که تنها یکی از اتم‌ها در حالت برانگیخته قرار داشته باشد، در مرجع [۳] بررسی شده است. اخیراً، برهم-کنش BEC با یک میدان کوانتومی را با در نظر گرفتن برخوردهای میان اتمی مورد بررسی قرار داده‌ایم که پدیده کوانتومی فروافت- بازیافت در آن قابل مشاهده است [۴]. هدف از انجام این پژوهش، مطالعه گسیل خودبخودی در یک سامانه متشکل از اتم‌های دوترازی برهم‌کنش کننده با یک میدان کوانتومی تک‌مد با در نظر گرفتن برهم‌کنش‌های مرتبه بالاتر بین اتم و میدان با رهیافت عملگری است. علاوه بر این، پدیده میرایی نیز به صورت پدیده شناختی در نظر گرفته می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که پدیده کوانتومی فروافت-بازیافت در وارونی جمعیت اتمی که به نوعی نشان دهنده میزان گسیل خودبخودی در سامانه مورد نظر است، قابل مشاهده است. هم‌چنین، با تنظیم ثابت جفت‌شدگی میان‌اتمی می‌توان میزان تبادل انرژی بین اتم‌ها و میدان را کنترل کرد.

مدل

سامانه مورد نظر، از مجموعه‌ای از اتم‌های دوترازی (زیر سامانه اتمی) در حالت BEC و یک میدان کوانتومی تک‌مد (زیر سامانه میدانی) تشکیل شده است. هامیلتونی توصیف-کننده سامانه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} H &= \omega_c a^+ a + \Omega_1 b_1^+ b_1 + \Omega_2 b_2^+ b_2 \\ &+ g\left(a^+ b_1{}^+ b_2 + a b_1 b_2^+\right) \\ &+ A(b_1{}^2 b_1{}^2 + b_2{}^{+2} b_2{}^2 + 2 b_1{}^+ b_1 b_2{}^+ b_2) \\ &- B(b_2{}^{+2} b_2 a + a^+ b_2{}^+ b_2{}^2), \end{aligned} \quad (۱)$$

که زیرنویس‌های ۱ و ۲ به ترتیب مربوط به دو تراز اتمی هستند. در این رابطه $a\,(a^+)$ و $b_i\,(b_i^+)$ به ترتیب عملگرهای نابودی (آفرینش) میدان و اتم در ترازهای مربوطه است $(i=1,2)$. جمله اول هامیلتونی (۱)، میدان کوانتیده تک‌مد، جملات دوم و سوم به ترتیب هامیلتونی اتم‌ها در ترازهای مربوطه و جمله چهارم برهم‌کنش اتم- میدان را نشان می‌دهند. هم‌چنین دو جمله آخر، برخوردهای میان-اتمی در BEC و برهم‌کنش مرتبه بالاتر بین اتم و میدان را به ترتیب معرفی می‌کنند. لازم به ذکر است که برهم‌کنش مرتبه بالاتر بین اتم و میدان به منظور در نظر گرفتن پاسخ دسته جمعی اتم‌ها به میدان لحاظ شده است. با استفاده از تقریب بوگولیوبوف می‌توان هامیلتونی سامانه را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} H &= \omega_c a^+ a + \Omega b^+ b \\ &+ g\sqrt{N_1}\left(a^+ b + b^+ a\right) \\ &+ A b^{+2} b^2 - B(b^{+2} b a + a^+ b^+ b^2), \end{aligned} \quad (۲)$$

که در آن عملگرهای حالت پایه به صورت یک عدد در نظر گرفته شده و بنابراین می‌توان زیرنویس‌های مربوط به تراز برانگیخته را حذف نمود. به منظور دست‌یابی به معادلات حرکت هایزنبرگ برای عملگرهای اتم و میدان از تبدیلات زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} c_1(t) &= -v a(t) + u b(t), \\ c_2(t) &= u a(t) + v b(t), \end{aligned} \quad (۳)$$

که در آن $u^2 + v^2 = 1$ است. با استفاده از وارون تبدیلات ذکر شده داریم:

$$\begin{aligned} a(t) &= u c_1(t) + v c_2(t), \\ b(t) &= u c_1(t) - v c_2(t), \end{aligned} \quad (۴)$$

با استفاده از روابط (۳) می‌توان هامیلتونی سامانه را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} H_0 &= \sum_{j=1}^{2} \omega_j c_j^+ c_j + A_{11} c_1^+ c_1^+ c_1 c_1 + \\ &A_{22} c_2^+ c_2^+ c_2 c_2 + 2A_{12} c_2^+ c_1^+ c_1 c_2 \end{aligned} \quad (۵)$$

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-14]

که در آن از روابط زیر استفاده شده است:

$$
\begin{aligned}
&A_{11} = u^3(Au + 2Bv),\\
&A_{11} = u^3(Av - 2Bu),\\
&A_{12} = 2uv(Auv - B(u^2 - v^2)),\\
&\omega_j = \frac{1}{2}[\omega_c + \Omega + (-1)^j \Delta], \qquad (۶)\\
&\Delta = \omega_2 - \omega_1 = \sqrt{\delta^2 + 4G^2},\\
&G = g\sqrt{N_1}\\
&\delta = \omega_c - \Omega.
\end{aligned}
$$

اکنون با استفاده از تبدیلات کانونیک ذکر شده داریم:

$$u = \cos\theta, v = \sin\theta, \tan\theta = -2\frac{G}{\delta}.$$

با در دست داشتن هامیلتونی سامانه و استفاده از معادله حرکت هایزنبرگ داریم:

$$
\begin{aligned}
&\frac{dc_1}{dt} = -i(\omega_1 + 2A_{11}c_1^+c_1 + 2A_{12}c_2^+c_2)c_1,\\
&\frac{dc_2}{dt} = -i(\omega_2 + 2A_{11}c_1^+c_1 + 2A_{12}c_2^+c_2)c_2,
\end{aligned} \qquad (۷)
$$

که جواب آنها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$c_j = \exp[-i(\omega_j - i\gamma_j + 2\sum_{k=1}^{2} A_{jk}c_k^+c_k)t] \qquad (۸)$$

در این روابط γ_i معرف ضریب میرایی در زیرسامانه‌ها است که با استفاده از رهیافت پدیده شناختی وارد محاسبات شده است. هم‌چنین لازم به ذکر است که در به دست آوردن جواب معادلات از ثابت حرکت که به صورت زیر تعریف می شود، استفاده شده است:

$$
\begin{aligned}
&N = c_1^+(t)c_1(t) + c_1^+(t)c_1(t)\\
&+ c_1^+(0)c_1(0) + c_1^+(0)c_1(0),
\end{aligned} \qquad (۹)
$$

که در واقع نشان دهنده پایستگی ذرات در سامانه مورد نظر است.

وارونی جمعیت اتمی: به منظور بررسی دینامیک کوانتومی سامانه و میزان تبادل انرژی میان اتم‌ها و میدان در حین برهم‌کنش از وارونی جمعیت اتمی با تعریف زیر استفاده می-شود:

$$W(t) = \langle J_z(t)\rangle = \frac{1}{2}\langle b^+(t)b(t) - a^+(t)a(t)\rangle.$$

از این تعریف در سامانه‌های متشکل از تعداد زیادی ذرات استفاده می‌شود. وارونی جمعیت اتمی را می توان به صورت زیر به دست آورد:

$$
\begin{aligned}
&W(t) = \frac{1}{2}(v^2 - u^2)(\langle c_1^+c_1\rangle - \langle c_1^+c_1\rangle)\\
&+ uv\langle c_1^+c_2 + c_2^+c_1\rangle.
\end{aligned} \qquad (۱۰)
$$

الف) حالت اولیه عددی اتمی: به منظور تعیین وارونی جمعیت اتمی، بردار حالت اولیه سامانه را به صورتی در نظر می‌گیریم که میدان اولیه خلا($|0\rangle$) و اتم‌ها در حالت عددی ($|n\rangle$) باشند. پس از انجام محاسباتی پیچیده و طولانی، وارونی جمعیت به صورت زیر ساده می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&W(t) = \frac{N}{2}\cos^2(2\theta) +\\
&\frac{N}{2}[\frac{\sin^2(2\theta)}{2}e^{-i\Delta t}e^{-(\gamma_1+\gamma_2)t/2}e^{2i(A_{11}-A_{12})(N-1)t}\\
&(\sin^2\theta + \cos^2\theta e^{2i(A_{12}-A_{11}-A_{22})(N-1)t})^{N-1} + c.c].
\end{aligned} \qquad (۱۱)
$$

در شرایط تشدید ($\theta = \pi/4$ و $\delta = 0$) رابطه بالا به صورت زیر ساده می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&W(t) = \frac{N}{2}\cos[(2G + B(N-1))t]\times\\
&[\cos(\frac{At}{2})]^{N-1}e^{-(\gamma_1+\gamma_2)t/2}.
\end{aligned} \qquad (۱۲)
$$

ب) حالت اولیه همدوس اتمی: به منظور درک بهتر دینامیک کوانتومی سامانه در نظر گرفته شده، در این بخش وارونی جمعیت اتمی را با در نظر گرفتن حالت همدوس به عنوان حالت اولیه اتمی، محاسبه می‌کنیم. در این شرایط حالت اولیه کل سامانه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$|\Psi(0)\rangle = e^{-|\alpha|^2/2}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2j}}{\sqrt{(2j)!}}|j, j\rangle.$$

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-14]

در این مورد وارونی جمعیت اتمی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$W(t)=\frac{\langle N\rangle}{2}\cos^2(2\theta)+\frac{\langle N\rangle}{2}[\frac{\sin^2(2\theta)}{2}e^{-i\Delta t}e^{-(\gamma_1+\gamma_2)t/2}e^{2i(A_{11}-A_{22})(\langle N\rangle-1)t}e^{-\langle N\rangle}\exp[\langle N\rangle e^{2i(2A_{12}-A_{11}-A_{22})t}(\sin^2\theta+\cos^2\theta e^{2i(A_{12}-A_{11}-A_{22})(N-1)t})\ ]+c.c]. \quad (۱۳)$$

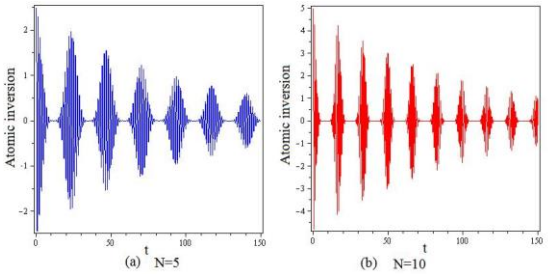
مشابه حالت عددی، در حالت تشدید رابطه بالا به صورت زیر ساده خواهد شد:

(۱۴)

$$W(t)=\frac{\langle N\rangle}{2}\cos[(2G+B(\langle N\rangle-1))t]\times\exp[-2\langle N\rangle\sin^2(At/4)]\exp[-(\gamma_1+\gamma_2)t/2]$$

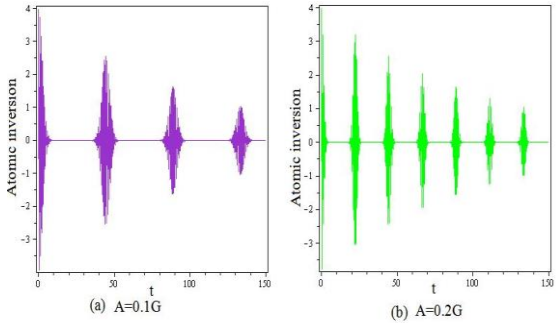
تجزیه و تحلیل نتایج عددی

شکل ۱ تحول زمانی وارونی جمعیت، در شرایط تشدید برای حالت عددی به ازای مقادیر مختلف تعداد اتم‌های موجود در BEC و با ثابت نگه داشتن بقیه پارامترها، را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد اتم‌ها در BEC، دامنه وارونی جمعیت اتمی و هم‌چنین تعداد قله‌های بازیافت در یک بازه زمانی ثابت افزایش می‌یابد.



شکل ۱: تحول زمانی وارونی جمعیت اتمی به ازای $A=0.01G$ ،$B=0.12G$ ،$\gamma_1=\gamma_2=0.01$ ،$G=g\sqrt{N_1}$ ،$g=1$ و a) $N=5$ b) $N=10$.

علاوه بر این، در اثر میرایی دامنه وارونی جمعیت صرف‌نظر از تعداد اتم‌ها، با گذشت زمان در حال کاهش است. پدیده بازیافت، یک ویژگی کاملا کوانتومی است که به وجود آمدن آن در سامانه مورد بحث ناشی از جمله $[\cos(At/2)]^{N-1}$ است که از روی آن می‌توان دوره زمانی ($2\pi/A$) برای ایجاد قله‌های بازیافت را تعیین نمود. شکل ۲ اثر جفت‌شدگی میان‌اتمی روی وارونی جمعیت اتمی در حالت تشدید برای حالت همدوس را نشان می‌دهد.



شکل ۲: نمودار وارونی جمعیت اتمی بر حسب زمان به ازای $G=g\sqrt{N_1}$ ،$g=1$ ،$B=0.1G$ ،$\gamma_1=\gamma_2=0.01$ ،$N=8$ و a) $A=0.1G$ b) $A=0.2G$ در شرایط تشدید.

در حالت همدوس، دوره زمانی ایجاد قله‌های بازیافت دو برابر حالت عددی است ($4\pi/A$) ، بنابراین همان‌طور که ملاحظه می‌شود با افزایش ثابت جفت‌شدگی میان‌اتمی فاصله قله‌ها به هم نزدیک‌تر می‌شود، ولی در مقایسه با حالت عددی این فاصله بیشتر است (این موضوع از روی شمارش تعداد قله‌ها نیز کاملا مشخص است).

مراجع

[1] P. Goy, J.M. Raimond, M. Gross, S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.*, 50, 1903, (1983).
[2] W. Jhe, A. Anderson, E.A. Hinds, D. Meschede, L. Moi, S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.*, 58, 666, (1987).
[3] J. Seke, *Phys. Rev. A.*, 33, 739, (1998).
[4] E. Ghasemian, M. K. Tavassoly, *Phys. Lett. A*, 380, 2362, (2016).

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-14]