بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۲-۱۴ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

بررسی اثر میرایی در یک سامانه برهم‌کنشی متشکل از اتم‌های چگالیده بوز-اینشتین و یک میدان کوانتیده تک‌مد

ابراهیم، قاسمیان[۱]- محمد کاظم، توسلی[۱و۲]

یزد- صفائیه- دانشگاه یزد- دانشکده فیزیک- گروه اتمی ملکولی[۱]

آزماشگاه پردازش اطلاعات کوانتومی- دانشگاه یزد[۲]

چکیده: در این مقاله، یک سامانه متشکل از اتم‌های دوترازی در حالت چگالیده بوز- اینشتین (*BEC*) و یک میدان کوانتومی تک‌مد، که در حضور دو چشمه میرایی با یکدیگر در حال برهم‌کنش هستند، را در نظر می‌گیریم. منبع‌هایی که با زیرسامانه‌های مربوطه برهم‌کنش می‌کنند، را از نوع حرارتی و چلانده در نظر می‌گیریم که مسئول میرایی میدان و *BEC* هستند . نتایج عددی نشان می‌دهد که متوسط تعداد اتم‌ها در *BEC*، متوسط تعداد فوتون‌ها در کاواک و وارونی جمعیت اتمی دارای یک رفتار نوسانی میرا هستند که ناشی از حضور منابع میرایی است. هم‌چنین، چلاندگی ایجاد شده در میدان، در حضور منبع چلانده برهم‌کنش کننده با سامانه قابل توجه است. یکی از مشخصه‌های قابل ذکر این مدل این است که از روی بسامد نوسانات وارونی جمعیت اتمی، می‌توان ثابت جفت‌شدگی اتم- میدان را تعیین نمود.

کلمات کلیدی: چلاندگی، چگالیده بوز- اینشتین، میرایی، منبع، وارونی جمعیت اتمی.

Investigation of dissipation effect in an interacting system consists of atomic BEC and a single-mode quantized field

Ebrahim, Ghasemian [1]; Mohammad Kazem, Tavassoly [1,2]

[1]Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University
[2]The Laboratory of Quantum Information Processing, Yazd University

Abstract- In this paper, we consider a system consisting of a number of two-level atoms in Bose Einstein condensate (BEC) and a single-mode quantized field which interact with each other in the presence of two different damping sources. The reservoirs which we consider here are thermal and squeezed vacuum ones corresponding to field and atom modes. Numerical calculations show that, due to the presence of reservoirs, the mean number of atoms in the BEC, mean number of photons in the cavity and atomic population inversion possess damped oscillatory behavior. Also, squeezing effect in the field quadrature can be observed especially when squeezed vacuum reservoirs are taken into account. As an outstanding property of this model we may refer to the fact that one can extract the atom-field coupling constant from the frequency of oscillations in the mentioned quantities such as atomic population inversion.

Keywords: Bose-Einstein condensate, dissipation, reservoir, atomic population inversion, squeezing.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-08]

مقدمه

پس از مشاهده تجربی پدیده چگالیده بوز- اینشتین (BEC) در گازهای اتمی رقیق، خواص فیزیکی، به ویژه، خواص اپتیکی- کوانتومی اتم‌های موجود در BEC به طور گسترده-ای مورد بررسی قرار گرفته است. این پدیده در چندین سامانه فیزیکی، برای نمونه گازهای بوزونی فوق سرد رقیق مانند سدیم و اکسایتون‌ها در مواد حالت جامد مورد کاوش واقع شده است[۳-۱]. در سال‌های اخیر، بررسی برهم‌کنش اتم‌های موجود در BEC با میدان‌های کوانتومی هم به لحاظ نظری و هم از نظر تجربی به شدت مورد توجه قرار گرفته است. اخیراً، دینامیک کوانتومی یک سامانه متشکل از اتم‌ها در BEC که با یک میدان کوانتومی تک‌مد در حال برهم-کنش هستند، را مورد بررسی قرار داده‌ایم [۴]. هدف از انجام پژوهش حاضر، بررسی اثر میرایی بر کمیت‌های اپتیکی- کوانتومی سامانه‌ای متشکل از اتم‌های موجود در BEC و فوتون‌های موجود در یک میدان کوانتومی است هنگامی که منشاء میرایی، برهم‌کنش بخش اتمی سامانه با یک منبع اتمی و بخش میدانی سامانه با یک منبع شامل طیف پیوسته‌ای از فوتون‌ها است.

مدل و حل آن

سامانه مورد نظر از مجموعه‌ای از اتم‌های دوترازی (زیرسامانه اتمی) و یک میدان کوانتومی تک‌مد (زیرسامانه میدانی) تشکیل شده است. هر یک از این زیرسامانه‌ها با یک منبع در حال برهم‌کنش هستند. هامیلتونی توصیف کننده کل سامانه به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} H &= \omega_c a^+ a + \Omega_1 b_1^+ b_1 + \Omega_2 b_2^+ b_2 \\ &+ ig\left(a^+ b_1^+ b_2 - a b_1 b_2^+\right) + \sum_k \nu_k B_k^+ B_k + \sum_l \nu_l B_l^+ B_l \\ &+ \sum_k g_{B,k}(B_k^+ b + B_k b^+) + \sum_k g_{A,l}(A_l^+ a + A_l a^+). \end{aligned} \quad (۱)$$

در این رابطه a (a^+) و b_i (b_i^+) به ترتیب عملگرهای نابودی (آفرینش) میدان و اتم در ترازهای مربوطه هستند $(i=1,2)$. هم‌چنین A (A^+) و B (B^+) به ترتیب عملگرهای نابودی (آفرینش) مربوط به منابع فوتونی و اتمی هستند. ω_c و Ω_i به ترتیب بسامدهای میدان و اتم‌ها در تراز iام و g، $g_{B,k}$ و $g_{A,l}$ به ترتیب ثابت‌های جفت-شدگی اتم- میدان، اتم‌ها و فوتون‌ها با منبع‌های جفت‌شده به آنها هستند. جمله اول هامیلتونی (۱)، هامیلتونی میدان کوانتیده تک‌مد، جملات دوم و سوم به ترتیب هامیلتونی اتم‌ها در ترازهای مربوطه، جمله چهارم برهم‌کنش اتم-میدان، جمله‌های پنجم و ششم هامیلتونی آزاد منبع‌ها و دو جمله آخر، هامیلتونی برهم‌کنش هر زیرسامانه با منبع متناظر با آن را نشان می‌دهند. پس از اعمال تقریب‌های مارکوف و بوگولیوبوف و به کارگیری معادله حرکت هایزنبرگ، به ترتیب در مورد عملگرهای میدان و اتم داریم:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -i\omega a + Gb - \frac{\gamma_a}{2} a + F_a^+(t), \\ \frac{db}{dt} &= -i\Omega b - Ga - \frac{\gamma_b}{2} b + F_b^+(t), \end{aligned} \quad (۲)$$

که در آن γ_a (γ_b) و $F_a^+(t)$ ($F_b^+(t)$) به ترتیب ضرایب میرایی و عملگرهای نوفه مدهای میدان (اتم) هستند و $G = g\sqrt{N_1}$، که N_1 تعداد اتم‌ها در حالت پایه را نشان می‌دهد. جواب‌های این دستگاه معادلات جفت‌شده را می-توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} a(t) &= A_1(t)a(0) + A_2(t)b(0) \\ &+ \int_0^t A_1(t-t')F_a(t')dt' + \int_0^t A_2(t-t')F_b(t')dt', \end{aligned} \quad (۳)$$

$$\begin{aligned} b(t) &= A_1(t)b(0) - A_2(t)a(0) \\ &+ \int_0^t A_1(t-t')F_b(t')dt' - \int_0^t A_2(t-t')F_a(t')dt, \end{aligned} \quad (۴)$$

که در آن از تعاریف زیر استفاده کرده‌ایم:

$$\begin{aligned} A_1(t) &= e^{-\gamma t}\cos(Gt) \\ A_2(t) &= e^{-\gamma t}\sin(Gt). \end{aligned} \quad (۵)$$

برای سادگی، ضرایب میرایی ($\gamma_a = \gamma_b = \gamma$) و بسامدهای اتم و میدان ($\omega = \Omega$) را مساوی در نظر می‌گیریم. در ادامه به بررسی وارونی جمعیت اتمی و چلاندگی در مد میدان سامانه پرداخته می‌شود. برای این منظور حالت اولیه اتم‌ها به صورت عددی $|n\rangle$ و حالت اولیه میدان به صورت یک برهم‌نهی از حالت‌های عددی $\sum_m C_m |m\rangle$ در نظر

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-08]

گرفته شده است.

وارونی جمعیت اتمی

اکنون به منظور بررسی تحول دینامیک کوانتومی سامانه مورد نظر، وارونی جمعیت اتمی را مورد ارزیابی قرار می-دهیم. این کمیت که نشان دهنده میزان تبادل انرژی بین اتم‌ها در BEC و فوتون‌های میدان است، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W(t) = \langle b^{+}(t)b(t)\rangle - \langle a^{+}(t)a(t)\rangle. \qquad (۶)$$

این تعریف، رابطه‌ای است برای تعیین وارونی جمعیت اتمی هنگامی که سامانه متشکل از تعداد زیادی از اتم‌ها است [۵]. بر اساس تعریف بالا، با استفاده از روابط (۳) و (۴) می‌توان وارونی جمعیت را به صورت زیر به دست آورد:

$$W(t) = [n_b \cos^2(Gt) + n_a \sin^2(Gt)]e^{-\gamma t} - \frac{N_b[e^{-\gamma t}(\gamma^2\cos(2Gt) - 2\gamma\cos(2Gt) + \gamma^2 + 4G^2)) - 2(\gamma^2 + 2G^2)]}{2(\gamma^2 + 4G^2)} + \frac{N_a[e^{-\gamma t}(\gamma^2\cos(2Gt) - 2\gamma\cos(2Gt) + \gamma^2 + 4G^2)) + 4G^2]}{2(\gamma^2 + 4G^2)}. \qquad (۷)$$

که n_b و n_a به ترتیب متوسط تعداد اتم‌ها و فوتون‌های اولیه و N_b و N_a به ترتیب متوسط تعداد بوزون‌های اولیه موجود در منابع اتمی و میدانی جفت‌شده با سامانه هستند و در واقع به نوعی توان اولیه منابع محسوب می‌شوند.

چلاندگی در مد میدان

در این بخش، چلاندگی در مد میدان سامانه را با در نظرگرفتن برهم‌کنش هر یک از زیرسامانه‌ها با منبع جفت-شده با آن را به صورت تحلیلی محاسبه می‌کنیم. کوادراتورهای چلاندگی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$S_j = \langle(\Delta a_j)\rangle^2, \quad j = 1,2 \qquad (۸)$$
$$a_1 = a^{+} + a, \quad a_2 = i\,(a^{+} - a).$$

اگر $S_j < 1$ باشد، در این صورت در کوادراتور مربوطه چلاندگی رخ می دهد.

الف) ابتدا فرض می‌کنیم که هر دو منبع جفت‌شده به سامانه حرارتی باشند. در این حالت، کوادراتورهای میدان به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$S_1 = S_2 = 1 + 2[n_b\cos^2(Gt) + n_a\sin^2(Gt)]e^{-\gamma t} - \frac{1}{2}\frac{N_b[e^{-\gamma t}(\gamma^2\cos(2Gt) - 2\gamma\cos(2Gt) + \gamma^2 + 4G^2)) - 2(\gamma^2 + 2G^2)]}{\gamma^2 + 4G^2} + \frac{1}{2}\frac{N_a[e^{-\gamma t}(\gamma^2\cos(2Gt) - 2\gamma\cos(2Gt) + \gamma^2 + 4G^2)) + 4G^2]}{\gamma^2 + 4G^2}. \qquad (۹)$$

در این مورد چون هر دو کوادراتور با یکدیگر برابر هستند، در هیچ یک از کوادراتورهای میدان چلاندگی رخ نمی دهد.

ب) هنگامی که هر دو منبع چلانده باشند، عبارت‌های تحلیلی چلاندگی در این شرایط به صورت زیر به دست می-آیند:

$$S_2^1 = 1 + 2[n_b\cos^2(Gt) + n_a\sin^2(Gt)]e^{-\gamma t} - \frac{(N_a \pm M_a)[e^{-\gamma t}(\gamma^2\cos(2Gt) - 2\gamma\cos(2Gt) + \gamma^2 + 4G^2)) - 2(\gamma^2 + 2G^2)]}{2(\gamma^2 + 4G^2)} + \frac{(N_b \pm M_b)[e^{-\gamma t}(\gamma^2\cos(2Gt) - 2\gamma\cos(2Gt) + \gamma^2 + 4G^2)) + 4G^2]}{2(\gamma^2 + 4G^2)}, \qquad (۱۰)$$

M_b و M_a به ترتیب پارامترهای مرتبط با هم‌بستگی فازی منابع چلانده اتمی و میدانی هستند که در واقع به نوعی میزان چلاندگی آنها را تعیین می‌کنند [۶]. در این مورد به علت ویژگی‌های غیرکلاسیکی منبع‌های چلانده انتظار می‌رود، چلاندگی قابل مشاهده باشد.

ج) اگر منبع اتمی حرارتی و منبع میدان چلانده باشد، کوادراتورهای چلاندگی به صورت زیر هستند:

$$S_2^1 = 1 + 2[n_b\cos^2(Gt) + n_a\sin^2(Gt)]e^{-\gamma t} - \frac{(N_a \pm M_a)_b[e^{-\gamma t}(\gamma^2\cos(2Gt) - 2\gamma\cos(2Gt) + \gamma^2 + 4G^2)) - 2(\gamma^2 + 2G^2)]}{2(\gamma^2 + 4G^2)} + \frac{N_b[e^{-\gamma t}(\gamma^2\cos(2Gt) - 2\gamma\cos(2Gt) + \gamma^2 + 4G^2)) + 4G^2]}{2(\gamma^2 + 4G^2)}, \qquad (۱۱)$$

در این حالت بسته به قدرت منبع حرارتی و چلانده، ممکن است چلاندگی در کوادراتورهای میدان رخ دهد.

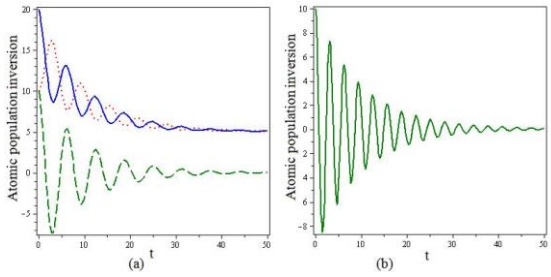
تجزیه و تحلیل نتایج عددی

در شکل ۱ (a) نمودار متوسط تعداد بوزون‌ها و وارونی جمعیت اتمی (خط چین) برای دو منبع با قدرت یکسان و به ازای $n_a = 10$ و $n_b = 20$ رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، وارونی جمعیت دارای یک رفتار نوسانی

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

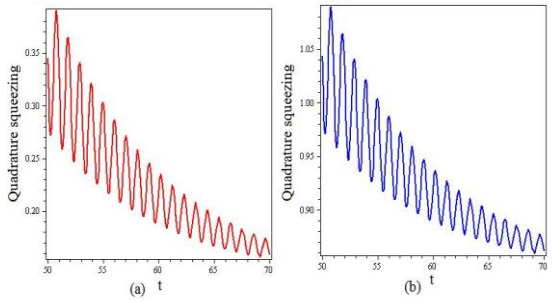
[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-08]

میرا است و نقطه شروع آن از تفاضل تعداد متوسط اتم‌ها و فوتون‌ها به دست می‌آید.



شکل ۱: (a) تحول زمانی متوسط تعداد اتم‌ها (خط ممتد)، متوسط تعداد فوتون‌ها (نقاط) و وارونی جمعیت اتمی (خط چین) با $G=0.5$ و (b) تحول زمانی وارونی جمعیت با $G=1.0$ به ازای $n_b=20$، $n_a=10$، و $\gamma=0.1$.

اگر تعداد متوسط اتم‌ها و فوتون‌های اولیه یکسان در نظر گرفته شود، وارونی جمعیت همواره صفر است زیرا در این حالت تحول زمانی اتم‌ها و فوتون‌ها مشابه است. هم‌چنین در این شرایط رفتار نوسانی نیز ناپدید شده و تنها میرایی در تحول زمانی متوسط بوزون‌ها مشاهده می‌شود. از روی تحول زمانی وارونی جمعیت اتمی می‌توان ثابت جفت‌شدگی اتم-میدان را تعیین نمود. در شکل ۱ (b) وارونی جمعیت با مقادیر مشابه با شکل ۱ (a) رسم شده و تنها تفاوت آنها این است که ثابت جفت‌شدگی نسبت به شکل ۱(a) دو برابر شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با افزایش ثابت جفت-شدگی نوسانات سریع‌تری در وارونی جمعیت رخ می‌دهد که ناشی از افزایش میزان تبادل انرژی بین اتم‌ها و فوتون‌های موجود در سامانه حین برهم‌کنش است. بنابراین از روی بسامد نوسانات وارونی جمعیت می‌توان ثابت جفت‌شدگی اتم- میدان را تعیین نمود. شکل ۲ (a) تحول زمانی چلاندگی، هنگامی که هر دو منبع چلانده باشند، را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار چلاندگی همواره کوچک‌تر از یک است، بنابراین در این شرایط میدان چلانده است. با در نظر گرفتن دو منبع متفاوت اتمی حرارتی و میدانی چلانده، چلاندگی در میدان زمانی رخ می‌دهد که قدرت منبع جفت‌شده با میدان بیشتر باشد (شکل ۲(b))، در غیر این صورت میدان چلانده نخواهد بود. از مقایسه شکل-های ۲ (a) و ۲(b) می‌توان نتیجه گرفت که هرگاه دو منبع متفاوت با سامانه جفت شوند و قدرت منبع چلانده بیشتر باشد، میدان چلانده است ولی در عین حال، میزان چلاندگی آن نسبت به حالتی که هر دو منبع چلانده هستند، کمتر است.



شکل۲: چلاندگی بر حسب زمان به ازای $n_b=20$، $n_a=10$، $G=3.0$ و $\gamma=0.1$ (a) برای دو منبع چلانده با قدرت یکسان و (b) دو منبع به ترتیب حرارتی اتمی و چلانده میدانی که قدرت دومی بیشتر است.

نتیجه گیری

نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن اثر میرانی، تحول زمانی تعداد متوسط اتم‌ها و فوتون‌ها، وارونی جمعیت اتمی و چلاندگی کوادراتوری دارای رفتار نوسانی میرا هستند و از روی بسامد این نوسانات می‌توان ثابت جفت شدگی اتم-میدان را تعیین نمود. به ویژه هنگامی که منابع در نظر گرفته شده چلانده باشند، می‌توان ایجاد نور چلانده را انتظار داشت. یکی از نتایج برجسته استفاده از این مدل این است که از روی رفتار کمیت‌های مورد بحث، می‌توان ثابت جفت‌شدگی اتم- میدان را به دست آورد.

مراجع

[1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Science*, 269, 198, (1995).
[2] W. Ketterle, E. Cornell and G. Weimann, *Phys. Rev. Lett.*, 75 (1995).
[3] E. Kammann, H. Ohadi, M. Maragkou, A. V. Kavokin, P. G. Lagoudakis, *arXiv*:1103.4831, (2011).
[4] E. Ghasemian, M. K. Tavassoly, *Phys. Lett. A* 380, 2362 (2016).
[5] Z. Haghshenasfard and M.G. Cottam, *Eur. Phys. J. D* 66, 186, (2012).
[6] O. Marian, M. Scully, S. Zubairy, Quantum Optics, *Cambridge University Press*, (1997).

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-08]