بررسی اثر چلاندگی نوسانگر نانومکانیکی با اعمال نور چلانده با باند باریک به سامانه اپتومکانیک

هدی‌السادات لطفی‌پور[۱]، ساره شهیدانی[۲]، رسول رکنی‌زاده[۲]

[۱]پژوهشکده لیزر، دانشگاه شهید بهشتی، ولنجک، تهران

چکیده – در این مقاله یک کاواک اپتومکانیک توسط یک میدان لیزری ضعیف چلانده با پهنای باریک دمیده شده است. با بررسی متوسط افت و خیزهای تکانه‌ی نوسانگر نانومکانیکی(آینه)، می‌توان به این نتیجه رسید که چلاندگی در تکانه آینه رخ می‌دهد، که این نشان دهنده‌ی نوعی انتقال حالت چلاندگی از گمانه فرودی به آینه است. اثر پارامترهای نور چلانده‌ی فرودی بر میزان چلاندگی آینه بررسی شده است. هم چنین دیده می‌شود که بیشینه‌ی مقدار چلاندگی در شرایط سردسازی آینه رخ داده است.

کلید واژه- اپتومکانیک، چلاندگی، نور چلانده باپهنای باریک.

Investigation of the driven narrow-band squeezed light effect on the squeezing of the Nano-mechanical oscillator in optomechanical system

Lotfipour, Hoda Alsadat[1]; Shahidani, Sareh[2]; Roknizadeh, Rasoul[2]

[1] *Laser and Plasma Research Institute, Shahid Beheshti University, Tehran*

[2] *Department of Physics, Quantum Optics Group, University of Isfahan, Isfahan*

Abstract- In this article the optomechanical system is driven with the narrow-band squeezed vacuum probe field and the mean square fluctuation in momentum of movable mirror is investigated. It is shown that the state of the mirror will be squeezed. In the cooling situation the squeezing is maximum. In this condition, one gets transferring of the squeezing from input probe to the fluctuations. Finally, the effect of squeezed light parameters on the squeezing of the Nano-mechanical oscillator has been studied.

Keywords: Optomechanics, Narrow-band squeezed light, Squeezing.

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر پیشرفت‌های زیادی در زمینه اثرات مکانیکی نور انجام گرفته است. اثرات مکانیکی نور در ساختارهای نانومکانیکی و میکرومکانیکی که توسط فشار تابشی منحرف می‌شوند، دیده شده است. این اثرات را می‌توان تحت عنوان "اپتومکانیک" مورد بررسی قرار داد. اپتومکانیکِ کوانتومی شاخه ای است که از فصل مشترک نانوفیزیک و اپتیک کوانتومی به وجود آمده است. یکی از پارامترهای مهم در بررسی رفتار نوسانگر نانومکانیکی (آینه)، متوسط مربع افت و خیزها در مکان و تکانه آینه است. با مطالعه این پارامتر، می‌توان پدیده‌های زیادی مانند چلاندگی [۱و۲]، درهم تنیدگی[۳]، سردسازی[۴] و غیره را در آینه مورد مطالعه قرار داد. این پدیده‌ها به بررسی رفتار کوانتومی دراندازه‌های ماکروسکوپیک می‌پردازند. چلاندگی آینه در ناحیه جفت‌شدگیِ اپتومکانیکی ضعیف رخ می‌دهد. در این وضعیت، حالت چلاندهٔ اِعمال شده به سیستم مانند یک ذخیره‌ساز برای نوسانگر مکانیکی عمل می‌کند و نوعی اثر تداخل کاملاً مخرب برای نوفهٔ کوانتومی اتفاق می‌افتد. در نتیجه مدهای مکانیکی به صورت حالت چلانده تک یا دو مدی ایجاد می‌شوند. چلاندگی اجسام نانومکانیکی می‌تواند برای کنترل کوانتومی یک جسم ماکروسکوپیک مورد توجه باشد. چلاندگی نانومکانیکی کابردهای زیادی در اندازه گیری‌های دقیق[۵] وآشکارسازی امواج گرانشی[۶] دارد. در این مقاله به بررسی اثر پارامترهای نور چلانده با پهنای باریک، که به سامانه اپتومکانیکی اعمال شده است، بر چلاندگی آینه پرداخته‌ایم.

۲- توصیف سامانه اپتومکانیکی

کاواک اپتومکانیکی متشکل از دو آینه است که یکی از آینه‌ها امکان حرکت در اثر فشار تابشی درون کاواک را دارد. در این سامانه، مد کاواک یک نوسانگر هماهنگ اپتیکی(با عملگرهای خلق و نابودی $\hat{a}$ و $\hat{a}^{\dagger}$ و فرکانس ω) است که با نوسانگر هماهنگ مکانیکی با فرکانس ω_m و میرایی γ_m جفت شده است. حرکت مکانیکی با عملگرهای مکان $\hat{q}$ و تکانه $\hat{p}$ توصیف می‌شود. میدان دمشی لیزری قوی با فرکانس ω_c و توان P به کاواک اعمال می‌شود. هم چنین میدان‌های گمانه ضعیف دیگری (حالت خلا و خلا چلانده) نیز به سامانه اعمال می‌شوند. هامیلتونی سامانه در چارچوب چرخان با بسامد لیزر رانشی چنین است:

$$H = \hbar\Delta_0 a^{\dagger}a + \frac{\hbar\omega_m}{2}(p^2+q^2) - \hbar g_0 a^{\dagger}aq + i\hbar\varepsilon_c(a^{\dagger}-a) \quad (۱)$$

در این عبارت، جملات اول و دوم نشان دهندهٔ انرژی مد کاواک و انرژی بازآواگر مکانیکی است. جملات سوم و چهارم برهم کنش بین مد کاواک و بازآواگر مکانیکی، و برهم‌کنش مد کاواک با میدان دمش با دامنه ε_c را توصیف می‌کند. در رابطه بالا، $g_0 = \frac{\omega_c}{L}\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_m}}$ شدت جفت‌شدگی بین مد مکانیکی و مد کاواک و $\Delta_0 = \omega_c - \omega_L$، وادنیدگی بین فرکانس کاواک و لیزر را نشان می‌دهد. برای توصیف دینامیک سامانه از رهیافت معادلات لانژوین [۸] استفاده می‌کنیم. با استفاده از هامیلتونی (۱) معادلات به شکل زیر بدست می‌آیند:

$$\dot{p} = -\omega_m q + g_0(a^{\dagger}a) - \gamma_m p + \xi \quad (۲)$$

$$\dot{q} = \omega_m p \quad (۳)$$

$$\dot{a} = -i\Delta_0 a + ig_0 qa + \varepsilon_c - \kappa a + \sqrt{2\kappa}a_{in} \quad (۴)$$

که در معادلات بالا κ آهنگ فرار فوتون از درون کاواک (از طریق آینه ثابت)، a_{in} عملگر نوفه خلا فرودی، γ_m آهنگ میرایی و ξ عملگر نوفه مربوط به حرکت نوسانی آینه است. هم چنین می‌توان با فرض قوی بودن دامنه لیزر رانشی، عملگرها را حول مقادیر میانگین حالت ایستا خطی سازی کرد:

$$a = a_s + \delta a \quad (۵)$$

$$q = q_s + \delta q \quad (۶)$$

$$p = p_s + \delta p \quad (۷)$$

با مساوی صفر قرار دادن مشتقات زمانی در معادلات بالا، مقادیر میانگین در حالت ایستا به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$a_s = \frac{\kappa - i\Delta}{\Delta^2+\kappa^2}\varepsilon_c \quad (۸)$$

$$q_s = \frac{g_0}{\omega_m}|a_s|^2 \quad (۹)$$

$$p_s = 0 \quad (۱۰)$$

که $\Delta = \Delta_0 - gq_s$ وادنیدگی موثر کاواک است. حال عملگرهای کوانتومی میدان ($\delta y = \frac{i(\delta a^{\dagger}-\delta a)}{\sqrt{2}}, \delta x = \frac{(\delta a+\delta a^{\dagger})}{\sqrt{2}}$) و نوفه فرودی ($\delta x_{in} = \frac{(\delta a_{in}+\delta a_{in}{}^{\dagger})}{\sqrt{2}}, \delta y_{in} = \frac{i(\delta a_{in}{}^{\dagger}-\delta a_{in})}{\sqrt{2}}$) را تعریف می‌کنیم. با قرار دادن معادلات (۸-۶) در معادلات لانژوین و صرف نظر از جملات $\delta a\delta a^{\dagger}$ و $\delta a\delta q$، و هم چنین با استفاده از تعاریف بالا معادلات خطی سازی شده ی لانژوین را می‌توان به شکل ماتریسی زیر ساده کرد:

$$\dot{u}(t) = Mu(t) + n(t) \quad (۱۱)$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & \omega_m & 0 & 0 \\ -\omega_m & -\gamma_m & g & 0 \\ 0 & 0 & -\kappa & \Delta \\ g & 0 & -\Delta & -\kappa \end{pmatrix} \quad (۱۲)$$

در روابط بالا $g = \sqrt{2}g_0 a_s$ ثابت جفت شدگی موثر است. هم چنین عملگرهای افت وخیز به صورت $u(t) = (\delta q, \delta p, \delta x, \delta y)^T$ و بردار مربوط به چشمه‌های نوفه را به صورت $n(t) = (0, \xi, \sqrt{2\kappa}\delta x_{in}, \sqrt{2\kappa}\delta y_{in})^T$ تعریف کرده ایم. در این مقاله مقادیر پارامترهای فیزیکی به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که شرط

پایداری (منفی بودن ویژه مقادیر ماتریس M) را برآورده کرده و سامانه در حالت تک پایایی باشد. با استفاده از حل معادله (۱۶) در فضای بسامد و تبدیل فوریه $f(t)$، افت و خیز مکان آینه متحرک در فضای بسامد بدست می‌آید:

$$\delta q(\omega)=F_1(\omega)\xi(\omega)+F_2(\omega)\delta a_{in}^{\dagger}(\omega)+F_3(\omega)\delta a_{in}^{\dagger}(\omega) \qquad (۱۳)$$

که در آن،

$$F_1(\omega)=\frac{\omega_m}{d(\omega)}\left\{(\kappa-i\omega)^2+\Delta^2\right\} \qquad (۱۴)$$

$$F_2(\omega)=\frac{g_1\omega_m\sqrt{\kappa}}{d(\omega)}\left\{\kappa+i(\Delta-\omega)\right\} \qquad (۱۵)$$

$$F_3(\omega)=F_2^{*}(-\omega) \qquad (۱۶)$$

$$d(\omega)=(\Delta^2+(\kappa-i\omega)^2)(\omega_m^2-\omega^2-i\omega\gamma_m)-g\omega_m\Delta \qquad (۱۷)$$

رابطه بیناب حرکت ارتعاشی آینه (S_q) به صورت زیر است:

$$\frac{1}{2}[\langle\delta q(\omega)\delta q(\Omega)\rangle+\langle\delta q(\Omega)\delta q(\omega)\rangle]=2\pi S_q(\omega)\delta(\omega+\Omega) \qquad (۱۸)$$

با استفاده از معادلات خطی سازی شده لانژوین و استفاده از تبدیل فوریه، افت و خیز تکانه آینه، $\delta p(\omega)=-i\frac{\omega}{\omega_m}\delta q(\omega)$، بدست می‌آید. رابطه بیناب تکانه آینه نیز مشابه با رابطه (۲۳) بدست می‌آید. برای محاسبه این بیناب باید روابط همبستگی در فضای فرکانس را بدست آورد. فرض می‌شود نور خلا چلانده فرودی از یک نوسانگر پارامتریک تبهگن تولید شده و دارای پهنای باریک (کوچکتر از فرکانس نوسانگر مکانیکی) حول فرکانس مرکزی ($\omega_s=\omega_m$) است. روابط همبستگی در فضای فرکانس به شکل زیر است:

$$\begin{aligned}&\langle\delta a_{in}(\omega)\delta a_{in}(\Omega)\rangle=2\pi M(\omega)\delta(2\omega_s-\omega-\Omega)\\&\langle\delta a_{in}^{\dagger}(-\omega)\delta a_{in}(\Omega)\rangle=2\pi N(-\omega)\delta(\omega+\Omega)\end{aligned} \qquad (۱۹)$$

$$N(\omega)=\frac{\lambda^2-\mu^2}{4}\times\left[\frac{1}{(\omega-\omega_s)^2+\mu^2}-\frac{1}{(\omega-\omega_s)^2+\lambda^2}\right]$$

$$M(\omega)=e^{i\phi_0}\frac{\lambda^2-\mu^2}{4}\times\left[\frac{1}{(\omega-\omega_s)^2+\mu^2}+\frac{1}{(\omega-\omega_s)^2+\lambda^2}\right]$$

در روابط بالا N نشان دهنده‌ی تعداد فوتون‌ها در حالت خلا چلانده و M نشان دهنده همبستگی دو فوتون تولیدی از نوسانگر پارامتری است. هم چنین λ و μ با نرخ میرایی کاواک κ_{po} و دامنه میدان پمپ ε در یک نوسانگر پارامتریک، مرتبط هستند ($\lambda=\frac{\kappa_{po}}{2}+\varepsilon\ ,\ \mu=\frac{\kappa_{po}}{2}-\varepsilon$).

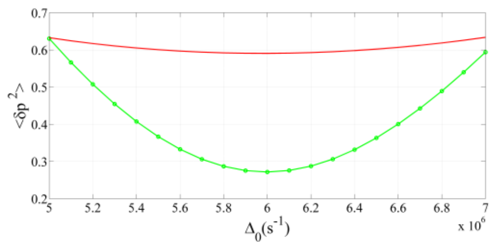
هم چنین ϕ_0 نشان دهنده‌ی فاز نور چلانده است. روابط همبستگی برای افت وخیز میدان کوانتومی خلا و نوفه حرارتی به شکل زیر است:

$$\begin{aligned}&\langle\delta a_{in}(\Omega)\delta a_{in}^{\dagger}(\omega)\rangle=2\pi\delta(\omega+\Omega)\\&\langle\delta\xi(\omega)\delta\xi(\Omega)\rangle=2\pi\omega\frac{\gamma_m}{\omega_m}[coth(\frac{\hbar\omega}{2k_BT_0})+1]\delta(\omega+\Omega)\end{aligned} \qquad (۲۱)$$

با استفاده از روابط (۱۸-۲۱) شکل نهایی بیناب افت وخیز تکانه آینه به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}S_p(\omega)=&(\frac{\omega}{\omega_m})^2|F_1(\omega)|^2\omega\frac{\gamma_m}{\omega_m}[coth(\frac{\hbar\omega}{2k_BT_0})]+(\frac{\omega}{\omega_m})^2\frac{1}{2}\\&(|F_2(\omega)|^2)(2N(-\omega)+1)+(\frac{\omega}{\omega_m})^2\frac{1}{2}(|F_2(-\omega)|^2)(2N(\omega)+1)+\\&\mathrm{Re}[\frac{-\omega(2\omega_m-\omega)}{\omega_m^2}M(\omega)F_2^{*}(-\omega)F_2^{*}(-2\omega_m+\omega)+\\&\frac{-\omega(-2\omega_m-\omega)}{\omega_m^2}M^{*}(-\omega)F_2(\omega)F_2(-2\omega_m-\omega)]\end{aligned} \qquad (۲۲)$$

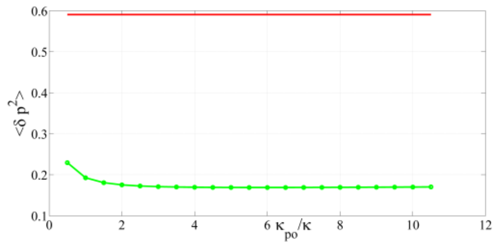
اصل عدم قطعیت نشان می‌دهد: $<\delta q^2><\delta p^2>\geq\left|\frac{1}{2}<[q,p]>\right|^2$. اگر $\delta q^2\prec\frac{1}{2}$ یا $\delta p^2\prec\frac{1}{2}$ گفته می‌شود که آینه متحرک در حالت چلانده قرار دارد. متوسط مربع افت و خیزها در تکانه‌ی آینه به صورت $<\delta p^2(t)>=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}S_p(\omega)$ است. با انجام محاسبات به این نتیجه می‌رسیم که چلاندگی در δq^2 مشاهده نشده و تنها در δp^2 مشاهده می‌شود. برای مشاهده اثر چلاندگی باید در رژیم جفت‌شدگی ضعیفِ اپتومکانیکی باشیم، در نتیجه توان لیزر را مقدار ۶/۹ میلی وات انتخاب می‌کنیم. شکل‌های (۴-۱) متوسط مربع افت و خیزها در تکانه آینه را به ازای اعمال گمانه‌های خلأ و خلأ چلانده با پهنای باریک نشان می‌دهد. شکل ۱ نشان دهنده‌ی اثر پارامتر وادنیدگی است. مقدار $<\delta p^2>$ به ازای وادنیدگی مساوی ۵/۲ تا ۶/۸ مگاهرتز کمتر از ۰/۵ شده که به معنای وقوع چلاندگی در آینه است. همان طور که انتظار داریم کمینه‌ی نمودار در حوالی $\Delta_0=\omega_m$ رخ می‌دهد که نشان دهنده آن است که بیشترین چلاندگی با اعمال سردسازی اتفاق می‌افتد. وقتی نوسانگر مکانیکی سرد می‌شود، حالت آن به حالت پایه نزدیک شده در نتیجه به عنوان یک عنصری ماکروسکوپیک راحت‌تر می‌تواند از خود خواص کوانتومی (مانند چلاندگی) نشان دهد. در ادامه با رعایت شرط سردسازی سامانه اپتومکانیک، اثرات پارامترهای نور چلانده فرودی در چلاندگی بررسی می‌شود.



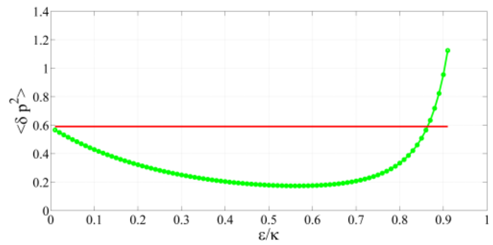
شکل ۱: $<\delta p^2>$ بر حسب وادنیدگی با اعمال نور چلانده با $\kappa_{po}=0.3\kappa,\varepsilon=0.3\kappa_{po},\phi_0=\pi$ (خط-دایره سبز) و خلأ(خط قرمز). پارامترهای اپتومکانیک: طول موج لیزر: ۱۰۶۴ نانومتر، طول کاواک: ۲۵ میلی متر، جرم آینه: ۱۴۵ پیکوگرم، دمای آینه: ۱میلی کلوین، پارامتر کیفیت مکانیکی: ۶۷۰۰ ، فرکانس نوسانگر مکانیکی: ۲π× ۹۴۷×۱۰۳، نرخ میرایی کاواک: ۲π× ۲۱۵×۱۰۳.

شکل ۲ نشان دهنده اثر میرایی کاواک پارامتری، تولیدکننده نور

چلانده، را نشان می‌دهد. با افزایش κ_{po}، پهنای نور چلانده فرودی(μ) نیز افزایش یافته اما مقدار متوسط مربع افت و خیز تکانه کاهش می‌یابد که به معنای افزایش چلاندگی آینه است. کاهش نمودار ادامه می‌یابد تا در حوالی $\kappa_{po}=2\kappa$ ثابت می‌شود. این نشان می‌دهد که نورهای چلانده‌ی خیلی باریک باعث ایجاد چلاندگی کمتری در آینه می‌شوند. در شکل ۳، اثر شدت پمپ در نوسانگر پارامتری ،که در پهنای نور چلانده نقش دارد، بررسی شده است. این نمودار دارای یک کمینه به اندازه ۰/۱۷ است که نشان می‌دهد در حوالی $\varepsilon=0.3\kappa_{po}$ بیشینه مقدار چلاندگی با ۸۳٪ اتفاق افتاده است. با افزایش این پارامتر پهنای نور چلانده کم می‌شود که تا اندازه‌ای باعث بهبود چلاندگی می‌شود اما اگر پهنای نور چلانده خیلی کم شود شاهد از بین رفتن چلاندگی هستیم. با انتخاب دو پارامتر εو κ_{po} با توجه به بیشینه‌ی مقدار چلاندگی در نمودارهای قبلی، شکل ۴ مربع افت و خیزها بر حسب فاز نور چلانده فرودی رسم شده است.

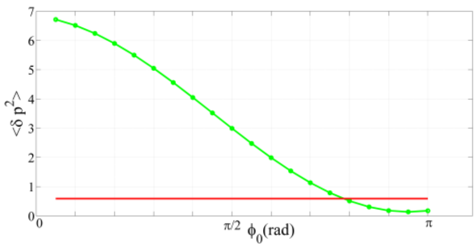


شکل ۲: $<\delta p^2>$ بر حسب κ_{po}/κ با اعمال نور چلانده با $\Delta=\omega_m,\varepsilon=0.3\kappa_{po},\phi_0=\pi$ (خط-دایره سبز) و خلا(خط قرمز).



شکل ۳: $<\delta p^2>$ بر حسب ε/κ با اعمال نور چلانده با $\Delta=\omega_m,\kappa_{po}=2\kappa,\phi_0=\pi$ (خط-دایره سبز) و خلا(خط قرمز).

در فازهای کوچک چلاندگی مشاهده نمی‌شود. نمودار از فازهای بزرگتر مساوی ۰/۸π به زیر ۰/۵ آمده و چلاندگی مشاهده می‌شود. حوالی ۰/۹۵π نمودار به کمینه‌ی مقدار خود رسیده و بیشینه‌ی مقدار چلاندگی با ۸۷٪ مشاهده می‌شود. اعمال کردن نور خلأ چلانده به سامانه اپتومکانیکی موجب کاهش افت وخیزها در تکانه می‌شود. زیرا استفاده از نور چلانده باعث افزایش تعداد فوتون‌ها در کاواک شده در نتیجه فشار تابشیِ وارد بر آینه‌ی متحرک، بیشتر می‌شود. اثر غیرخطی که در سامانه اپتومکانیکی وجود دارد به دلیل جفت شدگی نور و سامانه‌ی مکانیکی است، از این‌رو هرچه فشار تابشی بیشتر باشد این اثر نیز قوی‌تر است و در نتیجه چلاندگی آینه با کیفیت بهتر صورت می‌گیرد.



شکل ۴: $<\delta p^2>$ بر حسب ϕ_0 با اعمال نور چلانده با $\Delta=\omega_m,\kappa_{po}=2\kappa,\varepsilon=0.3\kappa_{po}$ (خط-دایره سبز) و خلا(خط قرمز).

۳- نتیجه‌گیری

در این مقاله در یک سامانه اپتومکانیک اثر اعمال نور چلانده با پهنای باریک بر چلاندگی آینه بررسی شده است. برای این منظور متوسط مربع افت و خیزها در تکانه آینه بدست آمده است. اثر پارامترهای مختلف در نور چلانده بر میزان چلاندگی آینه، مورد بررسی قرار گرفته است. چلاندگی در جایی‌که سردسازی اتفاق افتاده بیشینه است. هم چنین با افزایش κ_{po}، میزان چلاندگی افزایش یافته تا به مقدار ثابت در حوالی $\kappa_{po}=2\kappa$ می‌رسد. با افزایش ε، میزان چلاندگی به علت کاهش پهنای نور چلانده فرودی، افزایش می‌یابد تا به بیشینه‌ی مقدار خود برسد و بعد از آن به دلیل کم شدن پهنای نور چلانده، چلاندگی مجددا کاهش می‌یابد. با افزایش فاز هم چلاندگی افزایش یافته تا در حوالی π شاهد بیشترین مقدار آن باشیم.

مراجع

[1] S. Huang, G. S. Agarwal, *Squeezing of a nanomechanical oscillator*, Frontiers in Optics, Laser Science, OSA Optics & Photonics Technical Digest (2009).

[2] K. Jahne,C. Genes, K. Hammerer, M. Wallquist, E. S. Polzik, and P. Zoller, *Cavity-assisted squeezing of a mechanical oscillator*, Phys. Rev. A 79, 063819 (2009).

[3] G. Wang, L. Huang, Y. C. Lai, C. Grebogi, *Nonlinear Dynamics and Quantum Entanglement in Optomechanical Systems*, PRL 112, 110406 (2014).

[4] A. D. O Connell, M. Hofheinz, M. Ansmann, R. C. Bial-czak, M.vLenander, E. Lucero, M. Neeley, D. Sank, H.Wang, M. Weides, J. Wenner, J. M. Martinis, and A.N. Cleland, *Quantum ground state and single-phononcontrol of a mechanical resonator*, Nature 464, 697703 (2010).

[5] 1. V. Braginsky, S. E. Strigin, and S. P. Vyatchanin, *Analysis of parametric oscillatory instability in power recycled LIGO interferometer*, Phys. Lett. A 305, 111–124 (2002).

[6] D. Rugar, R. Budakian, H. J. Mamin, and B. W. Chui, *Single spin detection by magnetic resonance force microscopy*, Nature 430, 329–332 (2004).