

## بررسی بلور فوتونی با گرادیان ثابت پرشدگی سلولها در کانونی کردن امواج الکترومغناطیس

عبدالرسول قرائتی، نسرين میری

گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

چکیده- در این مقاله برای طراحی ساختاری با گرادیان ضریب شکست از بلور فوتونی دو بعدی استفاده می شود. به منظور دست یابی به گرادیان ضریب شکست، تغییرات ثابت پر شدگی پیشنهاد می شود. بدین منظور شعاع میله های دی الکتریک در راستای عمود به انتشار تغییر داده می شود. پاسخ ساختار به پرتو ورودی با پهنای زیاد مورد بررسی قرار می گیرد. پرتو ورودی بعد از ورود به ساختار به سمت قسمت مرکزی ساختار منحرف می شود و پهنای آن به شدت کاهش می یابد و بعد از خروج از ساختار در یک نقطه کانونی می شود. میدان های الکتریکی و مغناطیسی منتشره در ساختار با استفاده از روش تفاضل محدود در حوزه زمان محاسبه می شود. در بررسی مدی ساختار بلور فوتونی با گرادیان فاکتور پرشدگی از منحنی های هم فرکانس استفاده شده و منحنی های هم فرکانس برای بلورهای فوتونی با مقادیر مختلف شعاع میله های دی الکتریک رسم می شود.

کلید واژه- بلور فوتونی، گرادیان ضریب شکست، گرادیان ثابت پرشدگی، روش تفاضل محدود حوزه زمان

## Investigation of Photonic Crystal with Gradient of Filling Factor in Cells for Focusing Electromagnetic Waves

Abdolrasoul Gharaati, Nasrin Miri

Department of Physics, Payame Noor University, Tehran, I.R. of Iran

Abstract- In this paper, we use two-dimensional photonic crystals (PCs) for designing gradient index (GRIN) structures. In order to implement graded refractive index, we propose changing the filling factor. In this way, the radius of dielectric rods along the transverse direction to propagation is altered. The response of the structure to wide incident beam is investigated. The spatially wide input beam enters to the structure and bends toward the central area. The input beam reduces its spatial width considerably and focuses to the focal point outside the structure. The propagation of electric and magnetic fields is calculated by the finite-difference time-domain method. For frequency analyzing of photonic crystal structure with gradient index we plot iso-frequency curves for different value of dielectric rods radius.

**Keywords:** Photonic Crystal, Gradient Index, Gradient of Filling Factor, Finite-Difference Time-Domain method

## ۱- مقدمه

محاسبه توزیع میدان داخل ساختارهای اپتیکی با ضریب شکست غیر یکنواخت مانند بلورهای فوتونی به کار می رود. این روش بر مبنای گسسته سازی فضا یعنی جایگزینی فضای پیوسته بوسیله یک مجموعه گسسته از گره ها است. مشتقات جزئی در معادلات ماکسول بوسیله تفاضل های محدود جایگزین می شود که منجر به یک سیستم از معادلات جبری می شود که نسبت به مختصات خطی است. چنین سیستمی به طور مرحله به مرحله و با شروع از شرایط اولیه و مرزی حل می شود. ناشی از گسسته سازی فضا، در هر حالت مقداری بازتاب غیر فیزیکی از مرزهای ناحیه محاسباتی وجود دارد. با وارد کردن لایه ای نسبتاً نازک با ضریب جذب بالا که PML<sup>۴</sup> نام دارد، تابش با عبور از این لایه به طور نمایی میرا می شود و بعد از بازتاب از مرزهای ناحیه محاسباتی یک بار دیگر لایه را طی می کند و بنابراین هیچ تابشی به ناحیه محاسباتی بر نمی گردد. جذب PML ناشی از هدایت گری مواد است که برای راستاهای مختلف انتشار متفاوت است. بنابراین هر مولفه میدان در معادلات ماکسول به دو مولفه عمود بر هم طبق رابطه زیر تبدیل می شود [۸]:

$$E_z = E_{zx} + E_{zy} \quad (1)$$

در طی یک مرحله زمانی تابش نباید بیشتر از یک سلول مش محاسباتی را طی کند که منجر به شرط پایداری به فرم زیر می شود [۸]:

$$c \Delta t \leq \left( \frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2} \right)^{-1/2} \quad (2)$$

## ۳- هندسه ساختار

بلور فوتونی مدرج مورد بررسی در اینجا دارای شبکه مربعی و ساخته شده از میله های دی الکتریک با ضریب شکست  $n=2$  در زمینه هوا با ضریب شکست  $n=1$  است. ساختار دارای ۹ ستون در راستای  $x$  و دارای ۲۱ لایه در جهت  $y$  است. برای دست یابی به گرادیان ثابت پرشدگی، شعاع میله ها در راستای عمود به انتشار تغییر داده شده است. برای یک ستون شعاع میله های دی الکتریک با گام افزایشی  $0.05a$  از  $0.05a$  تا  $0.45a$  تغییر می کند. هندسه

بلورهای فوتونی ساختارهایی هستند که ثابت دی الکتریک آنها در یک، دو و یا سه راستا تغییر می کند که این تغییرات باید همراه با تفاوت ضریب شکست به اندازه کافی باشد [۱]. بلور فوتونی دو بعدی یک آرایش تناوبی از ضریب شکست های کم و زیاد در دو بعد است. عبارت گرادیان ضریب شکست<sup>۱</sup> یا ضریب شکست تدریجی<sup>۲</sup> برای توصیف یک محیط ناهمگن که در آن ضریب شکست از یک نقطه به نقطه دیگر تغییر می کند به کار می رود. با تغییر پارامترهای بلور فوتونی دو بعدی می توان یک بلور فوتونی با گرادیان ضریب شکست را طراحی کرد. بلورهای فوتونی با گرادیان ضریب شکست توانایی کنترل راستای انتشار نور را افزایش می دهند [۲]. با تغییرات تدریجی ثابت شبکه، ثابت پرشدگی و ثابت دی الکتریک می توان بلور فوتونی با گرادیان ضریب شکست را به وجود آورد. بلورهای فوتونی با تغییرات ثابت شبکه به کرات مورد بررسی قرار گرفته اند. پدیده های مختلفی مانند کانونی کردن نور، خم کردن مسیر نور و نیمه شفافیت با بلورهای فوتونی با گرادیان ثابت شبکه بررسی شده است [۳-۶]. با این حال بلورهای فوتونی با تغییرات فاکتور پرشدگی کمتر مورد توجه بوده است. بدین منظور برای بررسی هرچه بیشتر این ساختارها، در این تحقیق کانونی کردن امواج الکترومغناطیسی با استفاده از بلور فوتونی دوبعدی با تغییرات ثابت پرشدگی نشان داده خواهد شد که می تواند گامی مفید در طراحی لنزهای بلور فوتونی باشد. بلور فوتونی با شبکه مربعی ساخته شده از میله های دی الکتریک در زمینه هوا، در نظر گرفته شده است. در بلور فوتونی مورد نظر، با تغییر شعاع المان های دایروی، ثابت پرشدگی تغییر می کند. تغییرات ثابت پرشدگی منجر به ایجاد گرادیان ضریب شکست موثر می شود. انتشار موج الکترومغناطیسی داخل ساختار به روش تفاضل محدود در حوزه زمان مورد بررسی قرار گرفته است [۷].

## ۲- روش محاسبات و شبیه سازی

روش تفاضل محدود حوزه زمان<sup>۳</sup> (FDTD) یکی از پیشرفته ترین روش های عددی است که امروزه برای

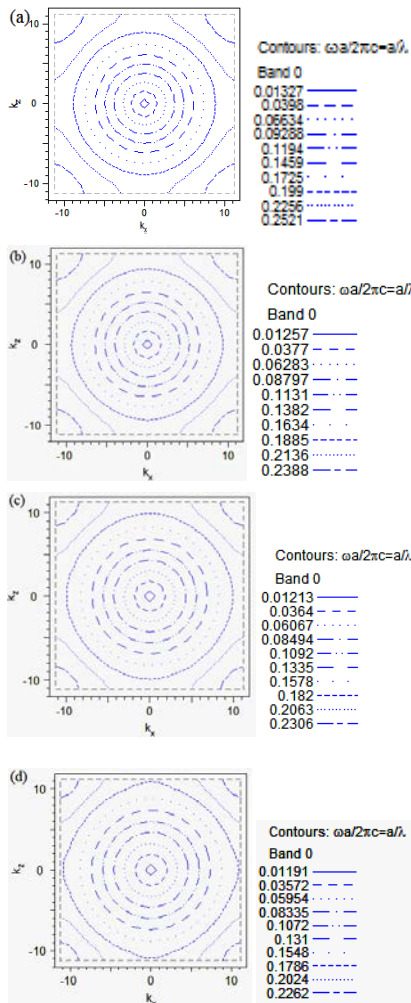
1 Gradient index

2 Graded refractive index

3 Finite-Difference Time-Domain

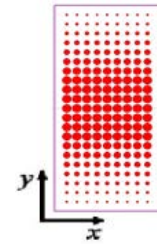
4 Perfectly Matched Layer

مشاهده کرد. این منحنی ها شکل های متفاوتی می توانند داشته باشند، هرگاه این منحنی ها دایروی باشند، بلور فوتونی را می توان به عنوان محیط همگن موثر در نظر گرفت. منحنی های هم فرکانس برای بلورهای فوتونی با شعاع میله های دی الکتریک برابر با  $0.30a$ ،  $0.35a$ ،  $0.40a$  و  $0.45a$  در شکل ۲ رسم شده است. همان طور که مشاهده می شود در فرکانس مورد نظر این منحنی ها مقعر نمی باشند و برای ساختارهایی با شعاع المان هایی برابر  $0.30a$ ،  $0.35a$ ،  $0.40a$  این منحنی ها دقیقا دایروی شکل هستند. برای شعاع برابر با  $0.45a$  منحنی اندکی از حالت دایروی خارج می شود که نشان می دهد در این قسمت ها راستای انتشار و جبهه موج برهم عمود نیستند. با این حال ساختار طراحی شده اثر کانونی شدن را به خوبی نشان می دهد.



شکل ۲: منحنی های هم فرکانس مربوط به بلورهای فوتونی با شعاع میله های دی الکتریک برابر با  $0.30a$ ،  $0.35a$ ،  $0.40a$  و  $0.45a$  به ترتیب در (a)، (b)، (c) و (d).

ساختار در شکل ۱ نشان داده شده است. برای بررسی رفتار کانونی شدن نور داخل ساختار، موج ورودی پیوسته با پروفایل گوسی به ساختار تابانیده شده است. بررسی با قطبش TM انجام شده است که میدان الکتریکی در راستای محور میله ها است. قطبش TE در اینجا در نظر نگرفته شده است. فرکانس نرمالیزه پرتو ورودی  $(\omega a/2\pi c)$  برابر با  $0.18$  و پهنای آن برابر  $15a$  است.



شکل ۱: تصویر نمادین از بلور فوتونی باتغییرات فاکتور پرشدگی، در یک ستون شعاع المان ها از مرکز ساختار به سمت بالا و پایین در حال کاهش است.

#### ۴- تئوری

بلور فوتونی مدرج را می توان به صورت مجموعه ای از لایه های بلور فوتونی تصور کرد که هر لایه خواص پاشندگی خاص خود را نشان می دهد و راستای سرعت گروه مشخصی را دارد. هم چنانکه نور از لایه های متوالی عبور می کند، جهت انتشارش با توجه به جهت سرعت گروه محلی تعیین می شود. تحول سرعت گروه داخل ساختار را می توان از طریق مطالعه انحنای منحنی های هم فرکانس<sup>۵</sup> مشاهده کرد [۹]. در حالتی که انحنای این منحنی ها مقعر باشد، اثر کانونی شدن در بلور فوتونی اتفاق خواهد افتاد [۱۰].

طبق رابطه زیر سرعت گروه به بردار موج  $k$  مرتبط است:

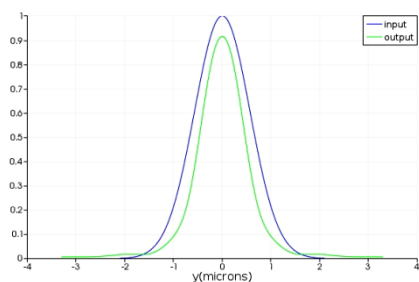
$$\vec{V}_g = \vec{\nabla} \omega(\vec{k}) \quad (3)$$

بنابراین سرعت گروه عمود بر منحنی های هم فرکانس است.

#### ۵- نتایج شبیه سازی

انتشار امواج الکترومغناطیسی در راستای سرعت گروه است که در جهت عمود بر منحنی های هم فرکانس می باشد. تغییر سرعت گروه در ساختار بلور فوتونی مدرج را می توان بر مبنای انحنای منحنی های هم فرکانس

5 Iso-Frequency Curves (IFC)



شکل ۵: اندازه میدان الکتریکی در بلور فوتونی با گرادیان فاکتور پرشدگی در فرکانس نمایه ۰.۱۸ برای قطبش TM.

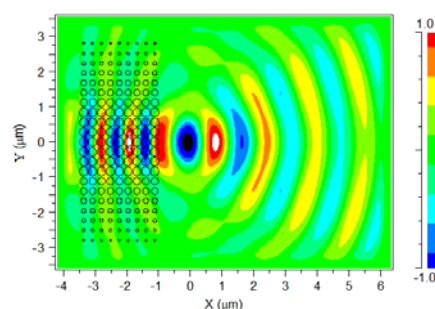
## ۶- نتیجه‌گیری

کانونی کردن امواج الکترومغناطیسی بوسیله ساختار بلور فوتونی با گرادیان ثابت پرشدگی سلولها بررسی شده است. منحنی های هم فرکانس برای بلورهای فوتونی با مقادیر مختلف شعاع میله های دی الکتریک رسم شده است. موج پیوسته به ساختاری با ۹ ستون تابیده شده که به سمت قسمت مرکزی منحرف و بعد از خروج از ساختار در یک نقطه متمرکز شده است. طبق بررسی های انجام شده با افزایش تعداد ستون ها نقطه کانونی به خروجی ساختار نزدیکتر می شود و قدرت کانونی کردن ساختار افزایش می یابد.

## مراجع

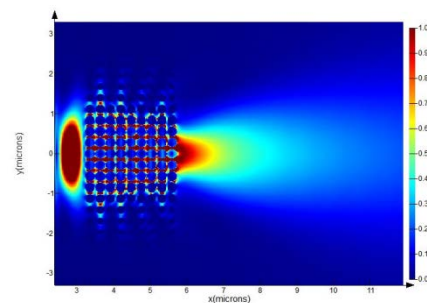
- [1] E. Yablonovitch, Photonic Crystals: What's in a name? Optics and Photonics News, 12, 2007.
- [2] E. Centeno, D. Cassagne, "Graded Photonic Crystals", Optics Letters, 30, 17, 2278, 2005.
- [3] E. Akmansoy, E. Centeno, K. Vynck, D. Cassagne, J.-M. Lourtioz, "Graded photonic crystals curve the flow of light: An experimental demonstration by the mirageEffect", Applied Physics Letters 92, 13, 133501, 2008.
- [4] E. Centeno, E. Akmansoy, K. Vynck, D. Cassagne, J.-M. Lourtioz, "Light bending and quasi-transparency in metallic graded photonic crystals", Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications 8, 2, 120, 2010.
- [5] H. Kurt, E. Colak, O. Cakmak, H. Caglayan, E. Ozbay, "The focusing effect of graded index photonic crystals", Applied Physics Letters 93, 17, 171108, 2008.
- [6] H. Kurt, D.S. Citrin, "Graded index photonic crystals", Optics Express 15 (3), 1240 2007.
- [7] A. Taflove, S.C. Hagness, "Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method", 2nd Ed Artech House Publishers, 2005.
- [8] B Igor A. Sukhoivanov, Igor V. Guryev, "Photonic Crystals: Physics and Practical Modeling", Springer Series in Optical Sciences, Volume 152, 2009.
- [9] E. Akmansoy, E. Centeno, K. Vynck, D. Cassagne and J. M. Lourtioz, "Graded photonic crystals curve the flow of light: An experiment demonstration by the mirage effect", Appl. Phys. Lett. 92, 133501 (2008).
- [10] Jian Zhi-Jian, Peng Jing-Cui, Zhou Ren-Long, "Focusing properties in photonic crystal structure formed by air holes in dielectric background with concave interface", Chinese Phys. Lett. 23,3359(2006).

پرتو ورودی با پروفایل گوسی با پهنای زیاد برابر ۱۵a در فرکانس نرمالیزه  $(\omega a/2\pi c)$  برابر با ۰.۱۸ از سمت چپ به ساختار تابیده شده است. موج با ورود به ساختار بعد از عبور از فقط چند ستون از میله های دی الکتریک، پهنای آن به شدت کاهش می یابد و به سمت قسمت مرکزی ساختار منحرف می شود و در نهایت بعد از خروج از ساختار در یک نقطه متمرکز می شود در خروجی سمت راست ساختار یک نقطه کانونی واقعی تشکیل می شود. انتشار موج الکترومغناطیسی و کانونی شدن آن در یک نقطه بعد از خروج از ساختار در شکل ۳ رسم شده است.



شکل ۳: انتشار موج الکترومغناطیسی در بلور فوتونی با گرادیان فاکتور پرشدگی در فرکانس نمایه ۰.۱۸ برای قطبش TM

توزیع فضایی میدان الکتریکی ساختار در شکل ۴ نشان داده شده است. موج ورودی و اندازه میدان الکتریکی در نقطه کانونی در خروجی در شکل ۵ رسم شده است. متمرکز شدن موج در خروجی ساختار مشاهده می شود که با زیاد شدن تعداد ستون ها و افزایش پهنای ساختار، جمع شدگی موج بیشتر می شود و نقطه کانونی به ساختار نزدیکتر می شود.



شکل ۴: توزیع فضایی میدان الکتریکی در بلور فوتونی با گرادیان فاکتور پرشدگی در فرکانس نمایه ۰.۱۸ برای قطبش TM