

سالیتمهای سطحی در لبه محیطهای گسسته

کیوان محمود اقدمی، حامد باقری وانانی

گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، صندوق پستی ۳۶۹۷-۱۹۳۹۵، تهران

چکیده - در این مقاله یک آرایه نیمه نامتناهی از موجبرهای جفت شده که از یک طرف به محیط پیوسته ختم میشود در نظر گرفته شده و امکان وجود انواع سالیتمهای سطحی در مرز این دو محیط بررسی می شود. در ادامه تاثیر مشخصه های ثابت انتشار و ثابت جفت شدگی بین موجبرها بر روی پروفایل، توان مد و بیشینه شدت سالیتم بررسی خواهد شد. همچنین مشخص گردید که سیستم علاوه بر مدهای سطحی فرد قابلیت تامین مدهای سطحی زوج را نیز دارد. پایداری مدهای فرد به کمک روش تحلیل پایداری خطی به همراه شبیه سازی انتشار پرتو تایید گردید، اما معلوم گردید که مدهای زوج کلا ناپایدارند.

کلید واژه - آرایه موجبری، سالیتمهای سطحی، عامل غیرخطی کر، مدهای سطحی.

Surface Solitons at the Edge of Discrete Media

Keivan M. Aghdami, Hamed Bagheri Vanani

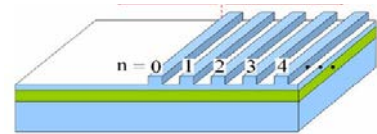
Department of Physics, Payame Noor University, PO Box 19395-3697, Tehran, Iran.

Abstract- In this paper a semi-infinite array of coupling waveguides is considered with terminated to a continuous medium in one side. Various surface solitons consisted in the border of these continuous and discrete environment are surveyed. Effect of physical parameters such as wave propagation constant and inter-waveguide coupling constant on profile, power and maximum intensity of solitons are studied. Moreover it is found that both of even and odd types of surface modes are supported by the system. Stability of odd modes are confirmed by well-known linear stability analysis and verified by beam propagation simulation method, but even ones are found unstable totally.

Keywords: Waveguide array, Surface soliton, Kerr nonlinearity, Surface modes.

۱- مقدمه

سالیوننها پرتوهای خود به دام افتاده‌ای هستند که در - نتیجه تعادل بین پراش و اثرهای غیرخطی مثل خودکانونی به وجود می‌آیند، به طوری که پرتو از لحاظ فضایی جایگزیده بوده و بدون تغییر شکل در محیط منتشر می‌شود [۱]. چندی پیش بصورت تئوری پیش بینی و بعداً بصورت تجربی اثبات شد که خود به دام افتادگی غیر خطی نور نزدیک لبه آرایه موجبر با غیر خطیت خودکانونی می تواند منجر به شکل‌گیری سالیونهای سطحی گسسته شود [۲]. تشکیل سالیون ها در محیط های گسسته کاملاً متفاوت از محیط های پیوسته است که این امر به دلیل مشخصات منحصر بفرد پراش در سیستم های گسسته است. در این میان حالت های سطحی نوع خاصی از امواج هستند که در مرز بین دو محیط مختلف واقع اند و خصوصیات ویژه‌ای دارند [۳]. برای بررسی موضوع یک شبکه غیر خطی نیمه نامتناهی متشکل از موجبر هایی با جفت شدگی ضعیف مطابق شکل ۱ در نظر می‌گیریم [۴].



شکل (۱) آرایه نیمه نامتناهی از موجبرها با جفت شدگی ضعیف

در اینجا محیط ما شامل دو قسمت آرایه ای از موجبر ها (قسمت گسسته) و موجبر تکه ای (قسمت پیوسته) می باشد. هدف ما بررسی خصوصیات سالیون شکل گرفته در مرز آرایه موجبری ($d = 0$) است. گفتنی است هر کدام از موجبر ها فقط با موجبر همسایه خود بصورت ضعیف از طریق نشت میدان الکتریکی نوری جفت می شود..

۲- مدل تئوری

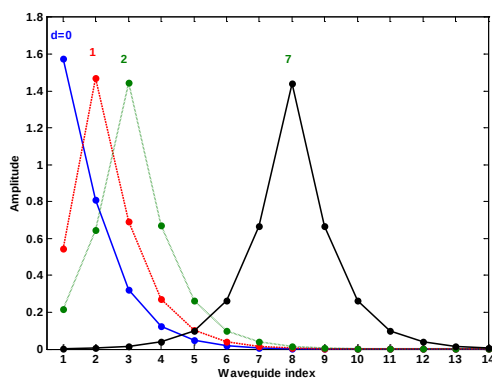
معادله دیفرانسیل شرودینگر گونه غیر خطی گسسته (DNLSE) که تغییرات دامنه میدان نمایی مختلط را در چنین سیستمی برای هر موجبر مشخص می کند، می تواند به شکل زیر نوشته شود [۳]:

$$\begin{cases} i \frac{dE_1}{dz} + \alpha E_1 + CE_2 + \gamma |E_1|^2 E_1 = 0 & (n = 1) \\ i \frac{dE_n}{dz} + \alpha E_n + C(E_{n+1} + E_{n-1}) + \gamma |E_n|^2 E_n = 0 & (n \geq 1) \end{cases} \quad (1)$$

که معادله اول، تغییرات قله میدان در مرز آرایه موجبر (موجبر اول $d = 0$) و معادله دوم تغییرات قله میدان در سایر موجبرها را توصیف می‌کند. در این معادله‌ها تمامی پارامترها بدون بعد بوده بطوریکه مختصه انتشاری z به جفت شدگی بین موجبری C بهنجار شده و رابطه میدان بی بعد شده E_n با میدان الکتریکی واقعی ϵ_n بصورت $E_n = \epsilon_n (2V\lambda_0\eta_0/\pi n_0 n_2)^{1/2}$ تعریف می شود که λ_0 طول موج در فضای آزاد، η_0 امپدانس فضای آزاد، α ثابت انتشار خطی بهنجار شده هر موجبر، n_2 و n_0 به ترتیب ضریب شکست غیر خطی و خطی هر موجبر و بالاخره $\gamma = \pm 1$ معرف عامل غیر خطی خودکانونی و خود واکانونی کر است.

۳- شبیه سازی عددی

معادلات (۱) از طریق روشهای عددی و با درنظر گیری شرایط مرزی حل میشوند. شکل (۲) پروفایل دامنه چندین نمونه مد های سطحی ایستا و پایداری که به ازای مقادیر پارامتری $\beta = 7$ ، $\gamma = 1$ و $C = 1$ پیدا شدند را نمایش می‌دهد. اعداد روی هر منحنی نشان دهنده فاصله قله شدت از موجبر اول در هر یک از مدها است. مدی که با $d = 7$ مشخص شده است یک مد مرکزی (غیر سطحی) بوده و جهت مقایسه با مدهای سطحی رسم گردیده است. مشاهده می‌گردد که به هر میزان که قله سالیونی از مرز فاصله می‌گیرد، بیشینه کاهش می‌یابد. برای بررسی دقیقتر تاثیر پارامترها بر توان، بیشینه دامنه و دامنه در موجبر اول به ازای هر مد، در زیر بخش های ذیل تاثیر پارامتر انتشار β و جفت شدگی C بطور جداگانه بررسی خواهند شد.



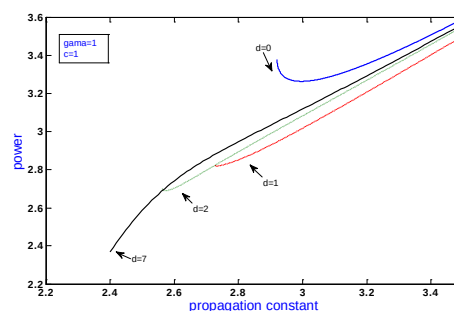
شکل ۲: دامنه میدان در هر موجبر در مدهای مختلف سطحی. مقادیر d نشان دهنده موقعیت بیشینه است.

۳-۱- تاثیر پارامتر انتشار β

برای این منظور هر یک از مدها در مقادیر مختلف β به ازای مقدار ثابت $C = 1$ شبیه سازی می‌شوند. از جمله کمیت های فیزیکی مشخصه هر مد، توان مد است که بصورت زیر قابل محاسبه است:

$$P = \sum_{i=1}^{\infty} |E_i|^2 \quad (2)$$

در شکل (۳) تغییرات توان هر یک از مدها به ازای تغییرات پارامتر انتشار مد نشان داده شده است. مشاهده می‌گردد که هر مد دارای یک حد پایین برای ثابت انتشاری است که اصطلاحاً آن را ثابت انتشار قطع مد می‌نامند. دیده می‌شود که به هر میزان که قله شدت مد به سطح جدایی نزدیکتر می‌شود، ثابت انتشار قطع به مقادیر بزرگتر میل میکند.



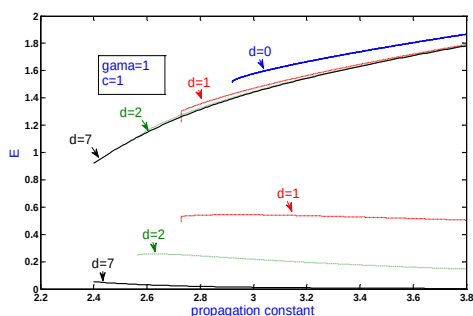
شکل ۳: تغییرات توان مدهای سطحی با ثابت انتشار مد.

تغییر در پارامتر انتشار علاوه بر تاثیر در توان مد، بر بیشینه دامنه و دامنه سالیونی در لبه نیز تاثیر بسزایی دارد که در شکل ۴ رسم شده اند. همانطور که از شکل مشاهده می شود، با افزایش ثابت انتشار بیشینه دامنه سالیونی برای همه مدها افزایش پیدا می کند (نمودارهای بالایی)، این در حالی است که دامنه میدان سالیون در لبه آرایه با افزایش فاصله از لبه، کاهش می یابد.

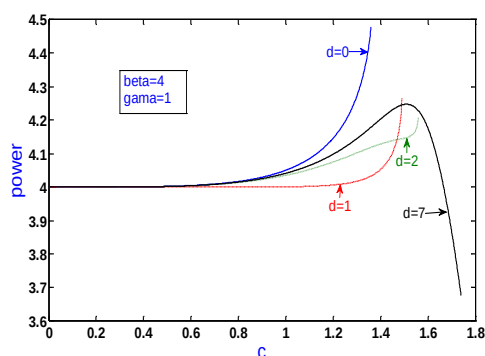
۳-۲- تاثیر پارامتر جفت شدگی C

برای بررسی این حالت هر یک از مدها در مقادیر مجاز C و به ازای مقدار ثابت انتشار $\beta = 4$ شبیه سازی می شوند. مثل حالت قبل تاثیر پارامتر جفت شدگی C را روی سه کمیت توان، بیشینه دامنه سالیون و دامنه سالیون در لبه بررسی می کنیم.

در شکل (۵) تغییر توان هر یک از مدها به ازای تغییر



شکل ۴: تاثیر پارامتر انتشار بر بیشینه دامنه سالیونی (نمودار های بالا) و دامنه سالیون در لبه (نمودارهای پایین)



شکل ۵: تغییرات توان مدهای سطحی با تغییر پارامتر جفت شدگی

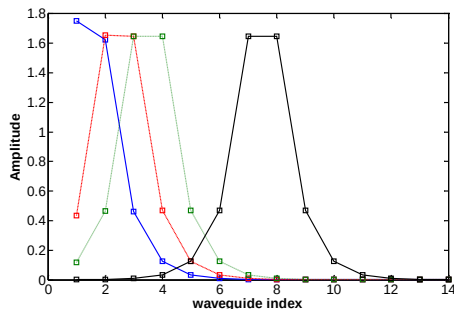
پارامتر جفت شدگی موجرها نشان داده شده است. در این نمودار مشاهده می‌شود که در مدهای سطحی ($d = 0, 1, 2$) با افزایش ثابت جفت شدگی، توان سالیون افزایش می یابد و در یک مقدار خاص به شکل مجانبی بالا می رود. یعنی یک حد بالا برای مشاهده سالیون سطحی در مقادیر جفت شدگی خواهیم داشت که با افزایش فاصله سالیون از سطح، این حد بالایی نیز افزایش می‌یابد. در مدهای مرکزی ($d = 7$) افزایش توان با افزایش C تا یک نقطه صعودی بوده سپس آن به شدت افت می کند. از لحاظ عددی حد بالای ثابت جفت شدگی را میتوان ب شکل جدول ۱ گزارش کرد.

جدول ۱: حد نهایی مقدار C برای هریک از مدها

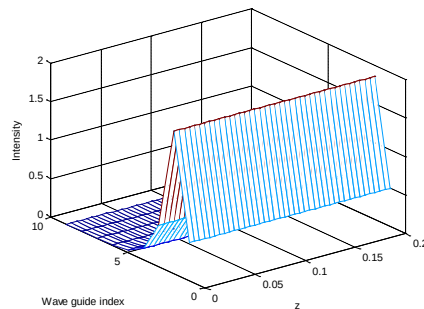
d	C
۰	۱/۳۶
۱	۱/۴۹
۲	۱/۵۶
۷	۱/۷۴

تاثیر تغییر پارامتر جفت شدگی بین موجرها را روی بیشینه دامنه و دامنه سالیونی در لبه در شکل (۶) نشان داده است. نمودارهای نیمه بالایی مربوط به تغییرات بیشینه دامنه مدهای مختلف، و نیمه پایینی هم مربوط

درحالیست که دسته دیگری از مدهای سطحی بنام مدهای زوج که در شکل (۷) نشان داده شده اند، همگی ناپایدار می‌باشند. برای بررسی دقیقتر موضوع از شبیه سازی رفتار انتشاری سالیتون در طی زمان معادلات (۱) استفاده شد. مشاهده شد که این مدهای پایدار وضعیتی ثابت در طی زمان دارند، درحالیکه مدهای ناپایدار با زمان تغییر می‌کنند. شکل ۸ رفتار زمانی یک نمونه از مدهای سطحی پایدار را در طی انتشار نشان می‌دهد.



شکل ۷: نمایه مدهای سطحی زوج که ناپایدارند.



شکل ۸: نمونه ای از انتشار مد سطحی فرد پایدار (d=1)

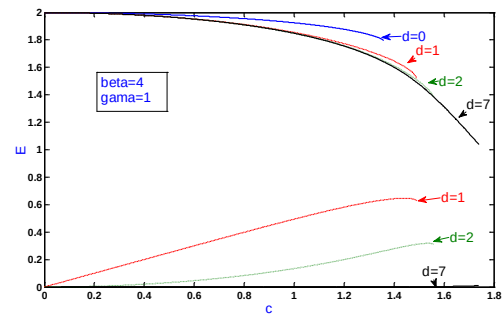
۵- نتیجه گیری

در این مقاله به معرفی انواع مدهای فرد و زوج پرداخته و تأثیر پارامترهای انتشار و جفت شدگی بر آنها بررسی گردید. مشخص شد که کمیت های توان، بیشینه دامنه و دامنه در موجبر اول (مرز آرایه موجبر نیمه نامتناهی) به تغییرات ثابت انتشار و ثابت جفت شدگی بستگی دارند. تحلیل پایداری حاکی از پایدار بودن مدهای فرد و ناپایداری مدهای زوج می‌باشد.

مراجع

- [1] Falk Lederer, et. al., "Discrete solitons in optics", Physics Reports V. 463, pp. 1-126, 2008.
- [2] S.Suntsov, K.G.Makris, D.N.Christodoulides, "Observation of Discrete Surface Solitons", PRL V. 96, 063901, 2006.
- [3] Makris, Konstantinos G., et al. "Discrete surface solitons." Optics letters V. 18, pp. 2466-2468, 2005.
- [4] Suntsov, Sergiy. Thesis (PhD) "Discrete surface solitons.", University of Central Florida, 2008.

تغییرات دامنه در مرز آرایه موجبر (سطح) می باشد.



شکل ۹: تأثیر تغییر پارامتر ثابت جفت شدگی بر بیشینه دامنه سالیطونی (نمودار های بالا) و دامنه سالیتون در لبه (نمودارهای پایین)

از نمودارهای نیمه بالایی شکل (۶) مشاهده می شود که بیشینه شدت تمامی مدها با افزایش پارامتر جفت شدگی، کاهش می یابد و این کاهش انرژی در مدهای بالاتر سریعتر است. اما شدت موجبر مرزی با افزایش C افزایش می یابد، که این موضوع را می توانیم به افزایش درز انرژی بین موجبرها در مقادیر جفت شدگی بزرگتر در حین انتشار نسبت بدهیم.

۴- بررسی پایداری جوابها

برای بررسی عددی پایداری هر حالت ایستا از روش تحلیل پایداری خطی، اختلالی بصورت $U = U_n(z) + (u_n(z) + i v_n(z)) e^{i \beta z}$ به جواب اضافه می‌شود، که پس از قرار دهی در معادله (۱) نتایج را می‌توان در دو معادله $\delta \ddot{U} + B A \delta U = 0$ و $\delta \ddot{V} + A B \delta V = 0$ خلاصه کرد. که در آن بردارهای $\delta U = \{u_n(z)\}$ و $\delta V = \{v_n(z)\}$ هستند و ماتریس های حقیقی A و B به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} A &= \{A_{n,m}\} = \{\delta_{n,m+1} + \delta_{n,m-1} + (-\beta + 3\gamma|E_n|^2)\delta_{n,m}\} \\ B &= \{B_{n,m}\} = \{\delta_{n,m+1} + \delta_{n,m-1} + (-\beta + \gamma|E_n|^2)\delta_{n,m}\} \end{aligned} \quad (3)$$

از اینرو پایایی خطی حالت های ایستا توسط طیف ویژه مقادیر ماتریس های $A \times B$ و $B \times A$ مشخص می شود. اگر هر کدام از ویژه مقادیر حقیقی، منفی باشند جواب ایستای متناظر با آن ناپایدار است، در غیر اینصورت جواب پایدار است. نتایج این تحلیل روشن ساخت که تمامی جوابهای سالیطونهای فرد شکل (۲) پایدارند. این