

بررسی پارامترهای امواج شوکی نسبیتی در برهمکنش های لیزر-پلازما

سیده نسرین حسینی مطلق^۱، عبدالرسول قرائتی^۲ و محمدعلی زارعی^۲

^۱گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی شیراز، واحد شیراز، شیراز، ایران

^۲گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور

Investigation of Relativistic Shock Waves Parameters in Laser-Plasma Interactions

Seyede Nasrin Hosseinimotlagh¹, Abdorrasul Gharaati², and Mohammad Ali Zarei²

¹Department of physics, Islamic Azad University, Shiraz Branch, Shiraz, Iran

²Department of Physics, Payame Noor University

چکیده - این مقاله موج شوکی یک بعدی خلق شده در هدف مسطح را که توسط نیروی پوندروموتیو القا شده (توسط تابش لیزرهای پرتوان) به وجود آمده است را تحلیل کرده و پارامترهای موج شوکی نسبیتی از قبیل تراکم، فشار، سرعت شاره ذرات و موج شوکی در زمینه هیدرودینامیک نسبیتی را محاسبه می کند. از محاسبات نتیجه می شود که برای اهداف جامد و تابش لیزری حدود $2 \times 10^{24} \text{ W/cm}^2$ سرعت موج شوکی بزرگتر از ۵۰٪ سرعت نور بوده و تراکم آن بزرگتر از ۴ و اهداف فشارهایی از مرتبه 10^{15} atm دارند. دمای تخمین زده شده در واحد انرژی بزرگتر از 1 MeV بوده و بنابراین برانگیختگی زیادی در سطح شوکی انتظار می رود. لیزرهایی که در آینده تولید میشوند ممکن است بررسی امواج شوکی نسبیتی که در این مقاله به صورت تئوری مورد بحث قرار گرفته را در آزمایشگاه ممکن سازند.

کلید واژه- امواج شوکی نسبیتی، برهمکنش های لیزر-پلازما.

Abstract- This paper analyzes the one dimensional shock wave created in a planar target by the ponderomotive force induced by very high laser irradiance and calculates the laser-induced relativistic shock wave parameters, such as compression, pressure, shock wave and particle flow velocities in the context of relativistic hydrodynamics. Its deduced that for solid targets and laser irradiance of about $2 \times 10^{24} \text{ W/cm}^2$, the shock wave velocity is larger than 50% of the speed of light, the shock wave compression is larger than 4 and the targets have a pressure of the order of 10^{15} atm . The estimated temperature is larger than 1 MeV in energy units and therefore very excitation is expected in the shocked area. Lasers generated in future might allow investigating relativistic shock waves in the laboratory studied in this paper for the first time.

Keywords: Laser-Plasma Interactions, Relativistic Shock Waves.

۱- مقدمه

به خوبی شناخته شده است که برهمکنش لیزر توان بالا با هدف مسطح، یک موج شوکی تک بعدی را خلق می کند [۱ و ۲]. پایه های تئوری برای امواج شوکی القا شده ی لیزری که تاکنون به طور تحلیلی و یا تجربی اندازه گیری شده بر پایه ساییدگی پلاسما می باشد.

برای پالس های لیزری با دوره پالسی نانو ثانیه و شدت های $10^{12} \text{ W/cm}^2 < I_1 < 10^{16} \text{ W/cm}^2$ پلاسما داغ خلق می شود. این پلاسما فشار بالایی روی مواد اطراف اعمال کرده و منجر به تغییر شکل شدید موج شوکی در ناحیه ای به دور از مرزهای هدف می شود. برای متراکم کردن و گرم کردن سوخت، با استفاده از نور لیزر، انرژی زیادی به لایه آخر گلوله سوخت، منتقل می شود. لایه آخر با گرم شدن به سمت بیرون منفجر شده و یک نیروی واکنش باعث ایجاد و ارسال موج شوکی که از نوع امواج شوکی صوت است، به سمت مرکز هدف می شود. این شوک می تواند سوخت مورد نظر را گرم و متراکم نماید، تا حدی که واکنش همجوشی هسته ای بتواند رخ بدهد.

در این مقاله ما به تابشهای لیزری $I_1 > 10^{21} \text{ W/cm}^2$ که برای رسیدن به یک موج شوکی القاشده نسبیتی مناسب می باشد علاقه مند هستیم. پایه های تئوری موج شوکی نسبیتی بر پایه هیدرودینامیک نسبیتی بوده و اولین بار توسط Taub تحلیل شده است [۳].

در بخش ۲ معادلات موج شوکی نسبیتی را معین کرده و در بخش ۳ موج شوکی القا شده با لیزر در حالتی که فشار توسط تابش لیزر ی تولید می شود را تحلیل می کنیم. در این بخش پارامترهای موج شوکی از قبیل تراکم، فشار و سرعت های شوکی را محاسبه کرده و در بخش ۴ به بررسی و تحلیل دماهای ممکن استنتاج شده در موج شوکی نسبیتی القا شده با لیزر پرداخته می شود.

۲- امواج شوکی نسبیتی

موج شوکی نسبیتی توسط ۵ پارامتر شرح داده می شود: چگالی ρ ، فشار p ، چگالی انرژی e ، سرعت موج شوکی u_s و سرعت شاره ای ذرات u_p . فرض می کنیم که شرایط اولیه هدف را قبل از ورود شوک می دانیم (u_0, e_0, p_0, ρ_0) . ۴ معادله مرتبط با

متغیرهای موج شوکی وجود دارد که سه معادله طبق روابط هوگونیوت برای شرح قوانین پایستگی انرژی، تکانه و ذرات می باشد و یک معادله، معادله حالت ارتباط دهنده متغیرهای ترمودینامیکی حالت، تحت فرضیات در نظر گرفته شده می باشد. معادلات هوگونیوت نسبیتی در چارچوب مرجع ساکن موج شوکی در نظر گرفته می شود و قوانین پایستگی در مقابل تکینگی موج شوکی که بر طبق پایستگی چگالی های شار انرژی و تکانه و شار تعداد ذرات شرح داده می شود به طور واضح با معادلات زیر مشخص می شود:

$$\begin{aligned} & \left[1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2\right]^{-1} v_0 (e_0 + p_0) \\ & = \left[1 - \left(\frac{v_1}{c}\right)^2\right]^{-1} v_1 (e_1 + p_1) \\ & \left[1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2\right]^{-1} \left(\frac{v_0}{c}\right)^2 (e_0 + p_0) + p_0 = \\ & \left[1 - \left(\frac{v_1}{c}\right)^2\right]^{-1} \left(\frac{v_1}{c}\right)^2 (e_1 + p_1) + p_1 \\ & \left(\frac{v_0}{c}\right) \left[1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \rho_0 = \left(\frac{v_1}{c}\right) \left[1 - \left(\frac{v_1}{c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \rho_1 \end{aligned} \quad (۱)$$

c سرعت نور، v_0 و v_1 به ترتیب سرعت شار ورودی و خروجی موج شوکی می باشند. فرض می کنیم که هدف در ابتدا در حالت سکون است ($u_0 = 0$)، روابط بین سرعت موج شوکی u_s و سرعت شاره ذرات $u_p = \frac{v_1 - v_0}{1 - \frac{v_0 v_1}{c^2}}$ و $u_s = -v_0$ در چارچوب مرجع آزمایشگاهی با سرعت های شاره (v_1, v_0) در چارچوب مرجع ساکن موج شوکی می باشد.

حل سه قانون پایستگی مشخص شده در معادلات ۱ در چارچوب مرجع آزمایشگاهی توسط معادلات زیر تعیین می شود:

$$\begin{aligned} \frac{u_s}{c} &= \sqrt{\frac{(p_1 - p_0)(e_1 + p_0)}{(e_1 - e_0)(e_0 + p_1)}} \\ \frac{u_p}{c} &= \sqrt{\frac{(p_1 - p_0)(e_1 - e_0)}{(e_0 + p_1)(e_1 + p_0)}} \\ \frac{(e_1 + p_1)^2}{\rho_1^2} - \frac{(e_0 + p_0)^2}{\rho_0^2} &= (p_1 - p_0) \left[\frac{(e_0 + p_0)}{\rho_0^2} + \frac{(e_1 + p_1)}{\rho_1^2} \right] \end{aligned} \quad (۲)$$

آخرین معادله از معادلات ۲ معادله هوگونیوت نامیده می شود. معادله حالت (EOS) به منظور محاسبه پارامترهای موج شوکی در گاز ایده ال به صورت $e = \rho c^2 + \frac{p}{\Gamma - 1}$ در نظر گرفته می شود و Γ نسبت گرمای ویژه می باشد. با جایگذاری مقدار e در معادله هوگونیوت و برای فشار اولیه

دومین معادله ۶ از حل $p = \frac{2I_L}{c} \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)$ و با تعریف $\Pi = \frac{p_1}{\rho_0 c^2}$ بدست می آید. اولین معادله ۶ از مدل پیستون لیزری برای حالتی که سرعت ذرات در سطح شوکی برابر سرعت پیستون است تعریف می شود.

با برابر قرار دادن اولین معادله ۵ و ۶ و جایگذاری Π از معادله ۵، به معادله درجه دوم زیر برای β می رسم:

$$4(1-\beta^2)\kappa^2 - 12(1-\beta^2)\kappa - 9\beta^2 - 16 = 0 \quad (۷)$$

با حل فیزیکی برای تراکم پذیری κ و فشار بدون بعد Π داریم:

$$\kappa = \frac{3}{2} + \left(\frac{5}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (۸)$$

$$\Pi = \left(\frac{4}{3}\right) \left(\frac{5}{1-\beta^2} - \frac{2}{\sqrt{1-\beta^2}} - 3 \right)$$

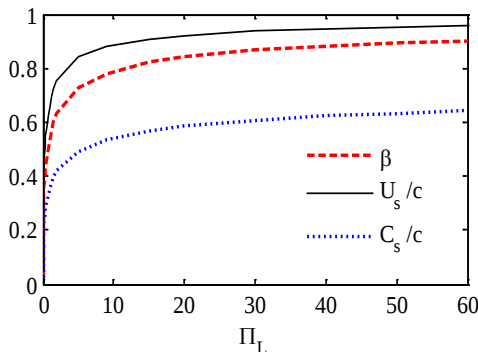
for $\beta \ll 1 \cong \left(\frac{4}{3}\right)\beta^2$
با جایگذاری رابطه بین Π و β در معادله ۶ به حل عددی κ و Π و β بر حسب تابعی از شدت لیزر بدون بعد Π_L می رسم که در شکلهای ۱، ۲ رسم شده است.

از حل دومین معادله ۵ به سرعت موج شوکی $\frac{u_s}{c}$ که در شکل ۱ رسم شده است می رسم:

برای سرعت نسبی صوت c_s داریم:

$$\frac{c_s}{c} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \left(\frac{\Gamma \rho}{h} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{c_s}{c} = \left[\frac{\Gamma(\Gamma-1)\Pi}{(\Gamma-1)\kappa + \Gamma\Pi} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (۹)$$

$$\frac{c_s}{c} = \left[\frac{4(\kappa-4)}{3(2\kappa-5)} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{10}{3} \right) \left(\frac{1-\sqrt{1-\beta^2}}{5-\sqrt{1-\beta^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (۱۰)$$



شکل ۱: نمودار خط چین سرعت پیستون (β)، نمودار توپر سرعت موج شوکی (U_s/c) (در واحد c) و نمودار نقطه چین سرعت صوت (C_s/c) (در واحد c) را بر حسب تابعی از شدت لیزر بدون بعد Π_L نمایش می دهند.

معادله ۱۰ به ازای $\Gamma = \frac{5}{3}$ با استفاده از سومین معادله ۵ و حل معادله ۸ بدست می آید. در شکل ۱ سرعت صوت بر حسب تابعی از تابش لیزر بدون بعد Π_L رسم شده است. جالب است که حالت های حدی $c_s(\beta \rightarrow 0) = 0$

$p_0 = 0$ به تابع هوگونیوت که به صورت زیر بیان می شود می رسم:

$$\frac{p_1}{\rho_0 c^2} = \left(\frac{\Gamma-1}{\Gamma} \right)^2 \left[\left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^2 - \left(\frac{\Gamma+1}{\Gamma-1} \right) \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right) \right] \quad (۳)$$

توجه کنید که معادله ۳ فقط برای تراکم های بزرگتر از $\frac{\Gamma+1}{\Gamma-1}$ به ازای مقادیر $\Gamma = 5/3$ ، $T_1 = 0$ ، $p_1 = 0$ ، و $\frac{\rho_1}{\rho_0} = 0$ تعریف می شود. بنابراین در حالت کلی نمی توانیم فرض کنیم که $p_0 = 0$ است و در این مورد منحنی های هوگونیوت به صورت زیر بدست می آیند:

$$\Pi^2 + B\Pi + C = 0 \quad (۴)$$

$$\Pi = \left(\frac{1}{2} \right) (-B + \sqrt{B^2 - 4C})$$

$$B = \frac{(\Gamma-1)^2}{\Gamma} (\kappa_0 \kappa - \kappa^2) + \Pi_0 (\Gamma-1)(1-\kappa^2)$$

$$C = \frac{(\Gamma-1)^2}{\Gamma} (\kappa - \kappa_0 \kappa^2) \Pi_0 - \kappa^2 \Pi_0^2$$

در معادلات بالا از عبارات $\kappa_0 = \frac{\Gamma+1}{\Gamma-1}$ ؛ $\kappa = \frac{\rho_1}{\rho_0}$ ؛ و $\Pi = \frac{p_1}{\rho_0 c^2}$ ؛ $\Pi_0 = \frac{p_0}{\rho_0 c^2}$ استفاده کرده ایم.

۳- موج شوکی القا شده با لیزر

معادلات زیر به منظور تحلیل موج شوکی القا شده با تابش های لیزری قوی استفاده می شود:

$$\text{for } \kappa \geq 4 \begin{cases} \frac{u_p}{c} = \left[\frac{\Pi(1.5\Pi + \kappa - 1)}{(1+\Pi)(1.5\Pi + \kappa)} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \frac{u_s}{u_p} = \frac{e_1 - e_0}{e_1 - e_0} = \frac{5\kappa + 2\kappa(\kappa-4)}{5(\kappa-1) + 2\kappa(\kappa-4)} \\ \Pi = \left(\frac{4}{15} \right) \kappa(\kappa-4) \end{cases} \quad (۵)$$

با توسعه تابشهای لیزری به بزرگتر از $10^{21} \frac{W}{cm^2}$ بدست

آوردن امواج شوکی نسبیتی به علت فشار لیزری $p = \frac{2I_F}{c}$ ممکن می شود (I_F تابش لیزری در چارچوب ساکن فویل شتابدار و c سرعت نور است). با فرض اینکه بازتاب در چارچوب سکون فویل یک باشد، تابش لیزر I_L و فرکانس زاویه ای ω_L در آزمایشگاه در ارتباط با مقادیر مناسب آن در چارچوب سکون فویل توسط معادله داپلر به صورت $p = \frac{2I_L}{c} \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)$ و $I_L = I_F \left(\frac{\omega_L}{\omega_F} \right)^2 = I_F \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right)$ می باشد.

$c\beta$ سرعت فویل در چارچوب مرجع آزمایشگاهی می باشد. برای تابش های لیزری قوی، $I_L \sim 10^{21} \frac{W}{cm^2}$ و بیشتر از آن، از مدل پیستون برای شرح موج شوکی استفاده می کنیم.

در این مورد فرض می کنیم فشار لیزری (p) روی هدف، مشابه یک پیستون با سرعت $c\beta$ فشار وارد می کند. در این مدل ابتدا معادلات زیر را داریم:

$$\frac{u_p}{c} = \beta; \quad \beta = \frac{2\Pi_L - \Pi}{2\Pi_L + \Pi}; \quad \Pi_L = \frac{I_L}{\rho_0 c^3} \quad (۶)$$

ازای چگالی اولیه $\rho_0 = 1 \frac{g}{cm^3}$ به مقدار اولیه $\frac{\pi}{\kappa} \sim 1$. منجر می شود که به یک دمای حدود 100 MeV اشاره دارد. همچنان که در مقاله های اخیر شرح داده شده است این دماهای بالا ممکن است برانگیزنده احتراق سریع القا شده توسط موج گرمایی باشند. به هر حال یک توضیح صریح درباره دما در این مرحله مورد نیاز است. برای چگالی موج شوکی با تراکم از مرتبه ۱۰ و با یک چگالی جامد اولیه، الکترون ها و یون ها در تعادل گرمایی هستند، یعنی $T_i = T_e$ ، به هر حال سطح شوکی به طور اپتیکی برای فوتون های پرانرژی ضخیم نیست و آنها سیستم را ترک می کنند [۵].

در این مدل، این نقطه نظر مهم است که برای دمای استنتاج شده توسط EOS تابشهای ترمزی توسط کوچکترین انرژی جذب شده لیزر در واحد حجم در واحد زمان برای تابش لیزری و دوره پالس زمانی $(10^{24} \frac{W}{cm^2}, \tau_L \sim 10 fs)$ و چگالی های الکترونی و یونی پلاسما از مرتبه $10^{24} cm^3$ در حجم شوکی می باشد:

$$p_L = \left(\frac{W_L}{V \tau_L} \right) = \left(\frac{I_L}{U_s \tau_L} \right) \gg p_B \quad (13)$$

بنابراین دمای تخمین زده شده می تواند بزرگتر از 1 MeV در واحد انرژی بوده و بنابراین فیزیک انرژی های خیلی برانگیخته (مشابه شکل دهی پوزیترون-الکترون e^+e^-) در سطح شوکی مورد انتظار می باشد. برای دمای حدود جرم پیون $(k_B T \sim m_\pi c^2 \sim 150 MeV)$ که m_π جرم پیون می باشد، رژیم جالبی از پلاسمای کواریکی گلوئونی را می توان بدست آورد و قبل از رسیدن به یک نتیجه مهم، پراکندگی های انرژی برای e^+e^- باید محاسبه شود.

مراجع

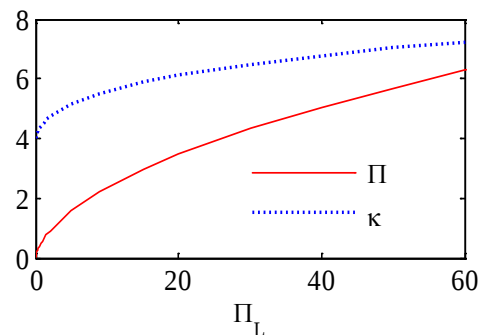
- [1] V. E. FORTOV and I. V. LOMONOSOV, *Shock waves and equations of state of matter*, pp. 53-71, Shock Waves 20, 2010.
- [2] S. ELIEZER, *Shock waves and Equations of state related to laser plasma interaction*, pp. 49-78, Laser-Plasma Interactions and Applications, 68th Scottish Universities Summer School in Physics, 2013.
- [3] A. H. TAUB, *Relativistic Rankine-Hugoniot Equations*, Phys. Rev. 74, pp. 328-334, 1948).
- [4] R. BETTI, C. D. ZHOU, K. S. ANDERSON, L. J. W. PERKINS and A. A. SOKOLOV, *Shock ignition of thermonuclear fuel with high areal density*, Phys. Rev. Lett. 98, 2007.
- [5] S. ELIEZER, Z. HENIS, J. M. MARTINEZ VAL and I. VOROBICHNIK, *Effects of different nuclear reactions on internal tritium breeding in deuterium fusion*, Nucl. Fusion. 40, pp. 195-207, 2000.

$$c_s(\beta \rightarrow 1) = \infty, \quad \kappa(\beta \rightarrow 1) = \infty, \quad \kappa(\beta \rightarrow 0) = 4, \quad \text{و} \quad c_s(\beta \rightarrow 0) = \frac{1}{3} c^2 \text{ را بدست آوریم.}$$

در محیط شوکی، سرعت مشخصه c_{ch} مربوط به اختلال پیستون برای موج شوکی به صورت زیر معین می شود:

$$c_{ch} = \frac{c_s + u_p}{1 + \left(\frac{c_s u_p}{c^2} \right)}, \quad \frac{c_{ch}}{c} = \frac{\left(\frac{c_s}{c} \right) + \beta}{1 + \beta \left(\frac{c_s}{c} \right)} \quad (11)$$

دومین معادله ۶ در مدل پیستون از رابطه $\beta c = u_p$ بدست می آید. توجه کنید که در محیط فشرده شده $c_{ch}(\beta \rightarrow 1) = c$ و $c_{ch} > u_s$ موج شوکی پایدار می باشد.



شکل ۲: نمودار نقطه چین تراکم κ و نمودار توپر فشار بدون بعد شوک Π_L را بر حسب تابعی از شدت لیزری بدون بعد Π_L نمایش می دهند.

۴- بحث و بررسی

برخورد های امواج شوکی غیر نسبیتی اثر مهمی در افزایش تراکم، فشار و دما دارد این ایده به منظور ساده سازی و توسعه طرح احتراق سریع پیشنهاد شده است. امواج شوکی نسبیتی می توانند به فشارها و دماهای فراوانی برسند. از مشاهده شکل ۲ ابتدا به این نتیجه می رسیم که به ازای چگالی های اولیه از مرتبه $1 g/cm^3$ یک تابش لیزری $2.5 \times 10^{24} \frac{W}{cm^2}$ منجر به فشاری از مرتبه $10 \times 10^{15} atm$ می شود، تاکنون در آزمایشگاه به فشارهای موج شوکی هزار بار بزرگتر از این مقدار رسیده اند که دماهای وابسته به این امواج شوکی بزرگ بوده و همچنان این موضوع از معادله حالت گاز ایده ال مرتبط با دما و چگالی دیده می شود $p = nkT$ یا به طور معادل داریم [۴]:

$$k_B T = A m_p c^2 \left(\frac{\Pi}{\kappa} \right) \quad (12)$$

A جرم اتمی هدف، m_p جرم پروتون، n و T چگالی و دمای یون و k_B ثابت بولتزمن می باشد. Π و κ در شکل ۲ بر حسب تابعی از تابش لیزری بدون بعد Π_L رسم شده است. یک تابش لیزری $(\Pi_L = 0.691)$ $2.5 \times 10^{24} \frac{W}{cm^2}$ به