

استفاده از پراش فرنل از پله فازی برای اندازه‌گیری انحنای جبهه موج استوانه‌ای

احد صابر^۱، احسان احدی اخلاقی^{۲,۳} و زهرا عباسی^۲

۱- دانشکده علوم پایه، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، کد پستی ۵۶۱۹۹-۱۱۳۶۷

۲- دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، کد پستی ۴۵۱۹۵-۶۶۷۳۱

۳- مرکز پژوهشی اپتیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، کد پستی ۴۵۱۹۵-۶۶۷۳۱

در این مقاله روش جدیدی برای اندازه‌گیری انحنای جبهه موج استوانه‌ای معرفی شده است که بر اساس پراش فرنل از پله فازی استوار است. با استفاده از انتگرال فرنل - کیرشهف، توزیع شدت پراشیده از یک پله فازی هنگامی که راستای آن عمود بر یک چشمه خطی قرار می‌گیرد، محاسبه و شبیه سازی شده است. طرح پراش حاصل از جبهه موج استوانه‌ای از یک تیغه شیشه‌ای با استفاده از یک آشکارساز ثبت شده و سپس با استفاده از روش تبدیل فوریه تحلیل شده و انحنای جبهه موج محاسبه شده است.

کلید واژه- پراش فرنل، پله فازی، تحلیل فریز، جبهه موج استوانه‌ای.

Using Fresnel diffraction from phase step to measure the cylindrical wavefront curvature

Ahad Saber¹, Ehsan Ahadi Akhlaghi^{2,3}, and Zahra Abbasi²

1- Department of Basic Science, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, 56199-11367, Iran.

2-Department Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, 45137-66731, Iran.

3- Optics Research Center, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, 45137-66731, Iran.

In this paper a new method to measure the curvature of cylindrical wavefront is introduced which is based on Fresnel diffraction from a phase step. The diffracted intensity from a phase step which it is oriented perpendicular to a line source is derived and simulated. The diffraction pattern of a cylindrical wavefront, from the edge of a plate is recorded using a camera. Then it is analyzed using the Fourier transform method and the curvature of wavefront is calculated.

Keywords: cylindrical wavefront, Fresnel diffraction, fringe analyzing, phase step.

۱- مقدمه

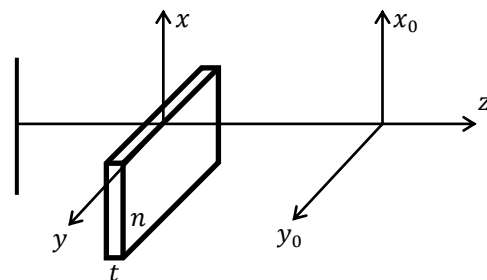
بازسازی جبهه‌موج و اندازه‌گیری انحنای یک موج اپتیکی کاربردهای فراوانی در زمینه‌های مختلفی مانند آزمون سطوح اپتیکی، تعیین ابراهای سیستم‌های اپتیکی و اپتیکی تطبیقی برای ستاره‌شناسی دارد [۱-۴].

از آنجایی که فاز یک موج نوری را نمی‌توان به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کرد، روش‌های مختلفی برای بازسازی غیرمستقیم فاز ارائه شده است. روش‌های شیک-هارتمن و معادله انتقال شدت از جمله روش‌های غیرتداخلی اندازه‌گیری انحنای جبهه‌موج هستند و برای روش‌های تداخلی می‌توان به تداخل‌سنج چینی، تداخل موج پراشیده و روش همیوگ فازی اشاره کرد [۵-۷].

در این مقاله روش جدیدی برای اندازه‌گیری انحنای جبهه‌موج استوانه‌ای معرفی شده است که بر اساس پراش فرنل از پله فازی استوار است. اخیراً پله فازی به ابزار قدرتمندی در زمینه‌های مختلف اندازه‌گیری اپتیکی تبدیل شده است و در شاخه‌های مختلف اندازه‌گیری اپتیکی، مانند تعیین ضخامت لایه‌های نازک، تعیین ضریب شکست مواد نور گذر، تعیین گرادیان دما و مطالعه پخش مایعات بکار گرفته شده است [۸-۱۲].

۲- پراش فرنل از پله فازی

فرض کنید یک پله فازی عبوری به ضخامت t و ضریب شکست n به صورت زیر در فاصله d_1 از یک چشمه خطی قرار گیرد.



شکل ۱: طرح شماتیک از پله فازی عبوری که عمود بر یک چشمه خطی قرار گرفته است.

می‌توان با استفاده از روابط مثلثاتی ساده نشان داد که فاز جبهه موج در صفحه $z = d_1$ ، بلافاصله بعد از تیغه و برای

$y \ll d_1$ به صورت زیر خواهد بود.

$$\phi(y) = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{cases} d_1 + nt + \frac{n}{2(nd_1+t)}y^2 & x < 0 \\ d_1 + t + \frac{1}{2(d_1+t)}y^2 & x > 0 \end{cases} \quad (1)$$

با جایگذاری رابطه (۱) در انتگرال فرنل-کیرشهف، دامنه مختلط میدان در نقطه $P = (x_0, y_0, z_0)$ روی صفحه $z = d_2$ که به فاصله z_0 از تیغه قرار گرفته است، بدست می‌آید:

$$E(P) = \frac{i\varepsilon_0}{\lambda z_0} e^{-ikz_0} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (2)$$

که کمیت‌های ε_1 و ε_2 به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 e^{i\phi_1(y)} e^{-\frac{ik}{2z_0}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} dx dy \\ \varepsilon_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{i\phi_2(y)} e^{-\frac{ik}{2z_0}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} dx dy \end{cases} \quad (3)$$

که ϕ_1 فاز را در $x < 0$ و ϕ_2 فاز را در $x \geq 0$ نشان می‌دهد. برای حل انتگرال‌های (۳) متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} \xi_0 = -x_0 \sqrt{\frac{k}{\pi z_0}} \\ \alpha_1 = 1 - \frac{nz_0}{nd_1+t} \\ \alpha_2 = 1 - \frac{z_0}{d_1+t} \end{cases} \quad (4)$$

در این صورت جواب انتگرال‌ها به صورت زیر خواهند بود:

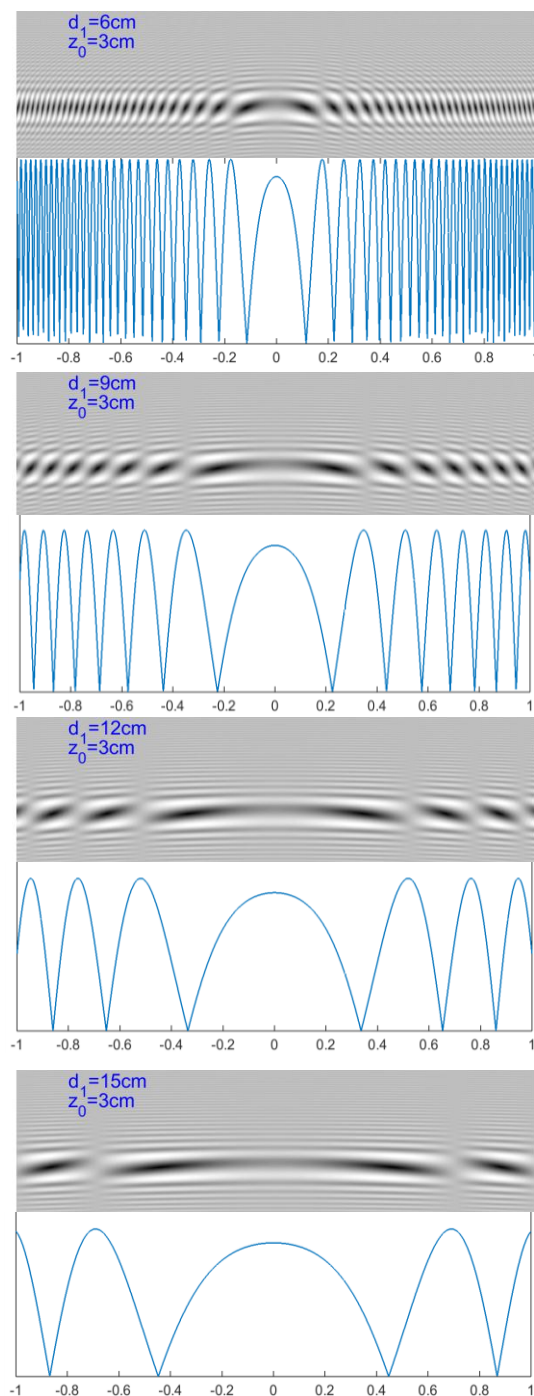
$$\varepsilon_1 = \frac{\pi z}{k\sqrt{\alpha_1}} (1-i) e^{ik\left(d_1 - \frac{y_0^2}{2z_0}\right)} e^{i\Phi_1} l(-\infty, \xi_0) \quad (5)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\pi z}{k\sqrt{\alpha_2}} (1-i) e^{ik\left(d_1 - \frac{y_0^2}{2z_0}\right)} e^{i\Phi_2} l(\xi_0, \infty)$$

که در آن Φ_1, Φ_2 و $l(\xi_1, \xi_2)$ به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\begin{cases} \Phi_1 = k\left(nt + \frac{y_0^2}{2z_0\alpha_1}\right) \\ \Phi_2 = k\left(t + \frac{y_0^2}{2z_0\alpha_2}\right) \\ l(\xi_1, \xi_2) = C(\xi_1) - C(\xi_2) - i[S(\xi_1) - S(\xi_2)] \end{cases} \quad (6)$$

که C و S انتگرال‌های فرنل هستند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:



شکل ۲ نمودار مربوط به الگوی پراش و نمایه آن در فواصل مختلف تیغه از چشمه

۳- نتایج تجربی

چیدمان آزمایش در شکل ۳ نمایش داده شده است.

$$\begin{cases} C(\xi) = \int_0^\xi \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt \\ S(\xi) = \int_0^\xi \sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt \end{cases} \quad (7)$$

در نتیجه دامنه مختلط میدان در نقطه P به صورت زیر خواهد بود:

$$E(P) = \varepsilon_0 \frac{1+i}{2} e^{ik\left(d-z_0-\frac{y_0^2}{2z_0}\right)} \left[\frac{e^{i\Phi_1}}{\sqrt{\alpha_1}} l(-\infty, \xi_0) + \frac{e^{i\Phi_2}}{\sqrt{\alpha_2}} l(\xi_0, \infty) \right] \quad (8)$$

و در نهایت شدت پراشیده در نقطه P به صورت زیر خواهد بود:

$$I(P) = \frac{I_0}{2} \left\{ \left[\frac{e^{i\Phi_1}}{\sqrt{\alpha_1}} l(-\infty, \xi_0) + \frac{e^{i\Phi_2}}{\sqrt{\alpha_2}} l(\xi_0, \infty) \right] \times \left[\frac{e^{i\Phi_1}}{\sqrt{\alpha_1}} l(-\infty, \xi_0) + \frac{e^{i\Phi_2}}{\sqrt{\alpha_2}} l(\xi_0, \infty) \right]^* \right\} \quad (9)$$

در شکل (۲) توزیع شدت پراشیده در فواصل مختلف d_1 رسم شده است.

می‌توانیم با استفاده از رابطه (۹) رابطه ساده‌ای برای محاسبه انحنای جبهه موج در محل تیغه بدست آوریم. برای این کار توزیع شدت را روی خط $x_0 = 0$ بررسی می‌کنیم. در این صورت معادله (۹) به صورت زیر ساده می‌شود.

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{\alpha_1}} (1 + \cos \Delta\Phi) \quad (10)$$

مقادیر α_1 و α_2 که در مخرج جملات سمت راست رابطه (۹) ظاهر شده‌اند، اختلاف ناچیزی با هم دارند، در نتیجه می‌توانیم آنها را برابر بگیریم و

$$\Delta\Phi = k \left[(n-1)t + \frac{y_0^2}{2z_0} \left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2} \right) \right] \quad (11)$$

در نتیجه اگر توزیع شدت را ثبت کنیم و نمایه آن را روی خط $x_0 = 0$ بدست آوریم، می‌توانیم توزیع فاز و در نتیجه انحنای جبهه موج را تعیین کنیم.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله روشی جدید برای اندازه‌گیری انحنای جبهه موج استوانه‌ای ارائه شده است که بر اساس پراش فرنل از پله فازی عمل می‌کند. چیدمان آزمایش بسیار ساده و در عین حال از دقت بالایی برخوردار است، به طوری که نتایج تجربی تطابق بسیار خوبی با تئوری دارد.

مراجع

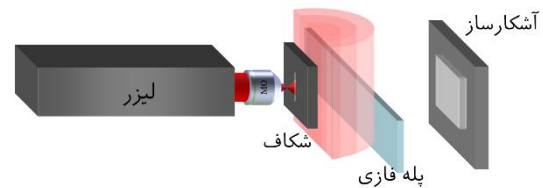
- [1] D. Malacara, M. Servin, and Z. Malacara, *Interferogram Analysis for Optical Testing*, Marcel Dekker, 1998.
- [2] D. Malacara, *Optical Shop Testing*, John Wiley & Sons, 1998.
- [3] R. Tyson, *Principles of Adaptive Optics*, CRC Press, 2010.
- [4] J. M. Geary, *Introduction to Wavefront Sensors*, SPIE Press, 1995.
- [5] K. R. Freischlad, "Absolute interferometric testing based on reconstruction of rotational shear," *Appl. Opt.* 40(10), 1637-1648 (2001).
- [6] R. Kowarschik, L. Wenke, T. Baade, M. Esselbach, A. Kiessling, G. Notni, and K. Uhlendorf, "Optical measurements with phase-conjugate mirrors," *Appl. Phys. B* 69(5-6), 435-443 (1999).
- [7] R. de la Fuente, and E. López Lago, "Mach-Zehnder diffracted beam interferometer," *Opt. Express* 15(7), 3876-3887 (2007).
- [8] M.T. Tavassoly, M. Amiri, A. Darudi, R. Aalipour, A. Saber and A. R. Moradi, *Optical diffractometry*, **J. Opt. Soc. Am. A**, 26 (2009), 540-547.
- [9] M. T. Tavassoly, I. M. Haghighi, and K. Hassani, *Application of Fresnel diffraction from a phase step to the measurement of film thickness*, **Appl. Opt.** 48 (2009), 5497-5501.
- [10] M. T. Tavassoly and A. Saber, *Optical refractometry based on Fresnel diffraction from a phase wedge*, **Opt. Lett.** 35 (2010), 3679-3681.
- [11] R. Aalipour, M. T. Tavassoly, and A. Darudi, *Superimposing the waves diffracted from two similar hot and cold wires provides the temperature profile around the hot one*, **Appl. Opt.** 49 (2010), 3768-3773.

[۱۲] صابر، احد؛ توسلی، محمد تقی، «اندازه‌گیری ضریب پخش

مایعات با استفاده از پراش فرنل از پله فازی» کنفرانس/پتیک

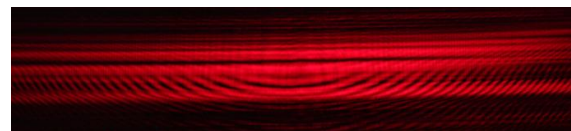
و فوتونیک ایران، سال ۲۱، شماره ۷، زمستان ۱۳۹۳، صفحه

۱۰۵۳ تا ۱۰۵۶



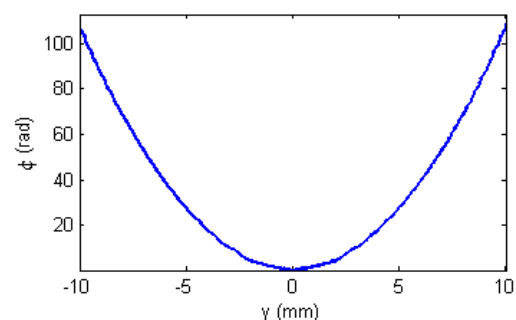
شکل ۳: طرحی کلی از چیدمان آزمایش و نحوه قرار گرفتن پله فازی در مقابل جبهه موج استوانه‌ای

از یک شکاف به پهنای ۱۰ میکرونی به عنوان چشمه استوانه‌ای استفاده شده است. شکاف در معرض نور تکفام و همدوس لیزر هلیوم - نئون قرار گرفته و یک تیغه در فاصله ۱ سانتی‌متری از آن قرار داده شده است. طرح پراش ناشی از لبه تیغه در فاصله ۶۶ سانتی‌متری از آن توسط یک دوربین کنون ۶۰D ثبت می‌شود. نمونه‌ای از این الگو در شکل ۴ نمایش داده شده است.



شکل ۴: نمایی از طرح شدت پراشی ثبت شده.

با تحلیل الگوی پراش ثبت شده به کمک روش تحلیل فوریه، نمایه فاز به دست می‌آید. شکل ۵ نمایه فاز به دست آمده را نمایش می‌دهد. یک تابع درجه دو بر توزیع فاز به دست آمده با دقت بسیار خوبی برازش می‌شود.



شکل ۵: نمایه فاز موج استوانه‌ای پراشیده شده از پله فازی.

با استفاده از رابطه (۱۱) و نمایه فاز اندازه‌گیری شده، انحنای جبهه موج در محل تیغه قابل محاسبه است. شعاع انحنای به دست آمده از تحلیل فریزهای پراشی برابر ۱۷۰۰۵ سانتی‌متر به دست آمد، که تطبیق خوبی با نتایج ناشی از شبیه‌سازی دارد.