



بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



## انتشار پرتوهای سهموی-گوسی کارتزین در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی

غلامرضا هنرآسا، علیرضا کشاورز و زهرا فرمانی

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی شیراز

چکیده - در این مقاله به انتشار پرتوهای سهموی-گوسی کارتزین در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی با استفاده از ماتریس  $ABCD$  می‌پردازیم. به این منظور عبارتی برای تابع توزیع میدان این پرتوها در حین انتشار به دست آورده و با استفاده از ماتریس انتقال محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی انتشار پرتوهای سهموی-گوسی کارتزین در این محیط‌ها شبیه‌سازی می‌شود.

کلیدواژه - پرتو سهموی-گوسی کارتزین، محیط غیرخطی غیر موضعی، انتگرال کالینز، قانون  $ABCD$ .

## Propagation of Cartesian Parabolic-Gaussian Beams in Strongly Nonlocal Nonlinear Media

Gholamreza Honarasa, Alireza Keshavarz, and Zahra Farmani

Department of Physics, Faculty of Science, Shiraz University of Technology

Abstract- In this paper, the propagation of Cartesian Parabolic-Gaussian beams in strongly nonlinear nonlocal media is investigated using the ABCD matrix method. For this purpose, an expression for field distribution during propagation is derived and with the help of transmission matrix of strongly nonlocal nonlinear media, the propagation of Cartesian Parabolic-Gaussian beams is simulated in this media.

Keywords: Cartesian Parabolic-Gaussian beam, Nonlocal nonlinear media, Collins Integral, ABCD Law.

۱- مقدمه

مختلط یا حقیقی دلخواه با استفاده از قانون تبدیل زیر انتشار می‌یابند:

$$p = \frac{Ap_0 + B}{Cp_0 + D}, \quad q = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + B} \quad (3)$$

فاکتور مقیاس  $\zeta_t$  از انتشار باریکه می‌آید و برابر است با:

$$\zeta_\beta = \frac{(A + B/q_0)^{\beta - (t+1/2)/2}}{(A + B/p_0)^{\beta - (t-1/2)/2}} \quad (4)$$

معادله (۱) همراه با معادلات (۲) تا (۴)، انتشار پرتوهای کارتزین را در هر سیستم اپتیکی با ماتریس ABCD مشخص می‌کند.

۳- پرتوهای سهموی-گوسی کارتزین

پرتوهای کارتزین امکان یافتن ترکیب‌های پرتو جالب و جدید را پیشنهاد می‌کند. پرتوهای سهموی-گوسی کارتزین با جایگذاری پارامترهای پرتوهای کارتزین در صفحه  $z=0$  به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$p_0 = \frac{z_R}{h+i} \quad q_0 = -p_0^* \quad \beta = \frac{t}{2} - \frac{i\alpha}{2} \quad (5)$$

که  $h \in R$  و  $z_R = k\omega_0^2/2$  طول ریلی و  $\omega_0$  کمر پوش گوسی است و  $\alpha \in R$  مرتبه تابع استوانه سهموی است. با جایگذاری  $\{p_0, q_0, \beta\}$  در معادله (۱) داریم [۵]:

$$\Theta_\alpha(x; z=0) = \frac{1}{2^{t/2-1/4}} \exp\left(-\frac{x^2}{\omega_0^2}\right) P_\alpha\left(\frac{2\sqrt{h}}{\omega_0}x\right) \quad (6)$$

تابع استوانه سهموی را با جمله‌های تابع فوق هندسی  ${}_1F_1(a, b; x)$  نشان می‌دهند به‌طوریکه:

$$P_\alpha(x) = (e^{i\pi/4}x)^{t-1/2} \exp\left(-\frac{ix^2}{4}\right) \times F_1\left(\frac{t}{2} - \frac{i\alpha}{2}; \frac{ix^2}{2}\right) \quad (7)$$

که اثر فاکتور پاریته  $t$  در تابع استوانه سهموی آشکار است. در شکل ۱ نمودار شدت دو پرتو سهموی-گوسی کارتزین با پارامترهای مختلف رسم شده است.

انتشار پرتوهای پیرامحوری در سامانه‌های اپتیکی برای مدت زمان طولانی مورد توجه بوده و جواب‌های مختلفی براساس شرایط اولیه و تقارن‌های مسئله به دست آمده است. پرتوهای کارتزین به‌عنوان یک حل عمومی و جدید پرتو معرفی می‌شود. دامنه مختلط پرتوهای کارتزین به‌عنوان توابع استوانه سهموی یا توابع فوق هندسی همشار توصیف می‌شود، و پرتوها به‌وسیله سه پارامتر مختلط مشخص می‌شوند. برای مقادیر خاص پارامترهای پرتو، پرتوهای کارتزین به بسیاری از حل‌های شناخته شده از قبیل پرتوهای هرمیت-گوس، کسینوس گوس، کسینوس هایپرپولیک گوس، پرتوهای لورنتس و ... تبدیل می‌شود [۱].

محیط‌های غیرخطی غیر موضعی قوی محیط‌های هستند که در آن‌ها ضریب شکست مواد در یک نقطه خاص به شدت پرتو در تمام نقاط دیگر بستگی دارد [۲]. این ویژگی در بسیاری از سامانه‌های فیزیکی مانند بلورهای نورشکست [۳]، بلورهای مایع نماتیک [۴] و ... وجود دارد. در این مقاله به معرفی پرتوهای سهموی-گوسی کارتزین و بررسی انتشار آن‌ها در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی می‌پردازیم.

۲- پرتوهای کارتزین

پرتوهای کارتزین برحسب تابع فوق هندسی همشار  ${}_1F_1(a, b; x)$  به صورت زیر توصیف می‌شوند [۱]:

$$U_\beta(x; p, q) = \zeta_\beta (Px^2)^{(t-1/2)/2} \times F_1(\beta, t; Px^2) \exp\left(\frac{ikx^2}{2q}\right) \quad (1)$$

که این پرتو با سه پارامتر  $(p, q, \beta)$  که در حالت کلی مختلط هستند، مشخص می‌شود. مقدار فاکتور پاریته  $t$  برای پرتوهای زوج برابر  $1/2$  و برای پرتوهای فرد  $3/2$  است. در رابطه (۱)،  $K$  عدد موج است و

$$P = P(p, q) \equiv \frac{ik}{2} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q}\right) \quad (2)$$

در این جا پارامترهای مختلط  $(p, q)$  از صفحه ورودی  $z_0$  به صفحه خروجی  $z$  از طریق سیستم اپتیکی ABCD

میشل به صورت زیر نوشت [۶]:

$$2ik \frac{\partial \phi}{\partial z} + n_0 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi - k^2 \gamma^2 p_0 (x^2 + y^2) \phi = 0 \quad (9)$$

که در آن  $\gamma$  یک ثابت ماده مرتبط با تابع پاسخ و  $p_0 = \iint |\phi|^2 dx dy$  توان پرتو ورودی است.

یانگ و همکارانش با استفاده از تعریف پارامتر  $q$ ، ماتریس انتقال برای محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی را به صورت زیر معرفی کردند [۱]:

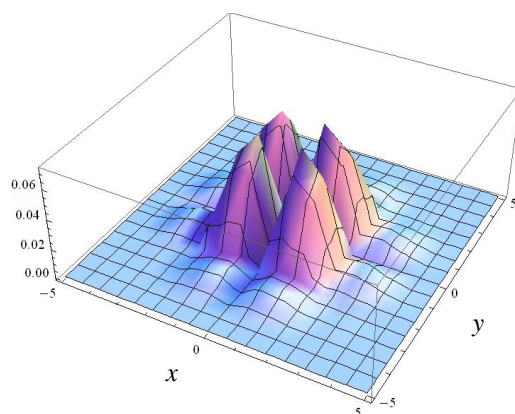
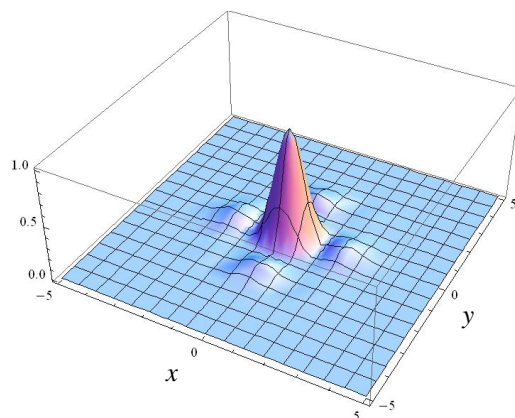
$$\begin{pmatrix} \cos\left(\sqrt{\frac{p_0}{p_c}} \frac{z}{z_0}\right) & -\frac{z_0}{\sqrt{p_0}} \sin\left(\sqrt{\frac{p_0}{p_c}} \frac{z}{z_0}\right) \\ \frac{1}{z_0} \sqrt{\frac{p_0}{p_c}} \sin\left(\sqrt{\frac{p_0}{p_c}} \frac{z}{z_0}\right) & \cos\left(\sqrt{\frac{p_0}{p_c}} \frac{z}{z_0}\right) \end{pmatrix} \quad (10)$$

که در آن  $z_0 = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$  طول ریلی و  $p_c = \frac{4}{\gamma^2 \omega_0^2 k^2}$  توان بحرانی است که در این توان اندازه لکه گاوسی در حین انتشار ثابت باقی می‌ماند.

### ۵- نتایج

با جایگذاری عناصر ماتریس انتقال (۱۰) در رابطه‌ی (۶) چگونگی انتشار پرتوهای سهموی-گاوسی کارتیزین در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی قوی مشخص می‌شود.

در شکل ۲ و ۳ توزیع دو بعدی شدت یک پرتو سهموی-گاوسی کارتیزین در حین انتشار درون یک محیط غیرخطی غیرموضعی قوی به ازای مقادیر مختلف  $p/p_0$  و  $z/z_0$  رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود توزیع شدت با دوره تحول  $z = \frac{\pi z_0}{\sqrt{p_0/p_c}}$  تغییر می‌کند. بنابراین هر چه توان ورودی بزرگتر باشد دوره تحول آن کوچکتر است.



شکل ۱: شدت پرتو سهموی-گاوسی کارتیزین در  $z=0$  به ازای  $\alpha = -3.5$  و  $h = 0.5$  برای الف)  $t = 1/2$  و ب)  $t = 3/2$

### ۴- محیط‌های غیرخطی غیرموضعی

انتشار پرتوهای اپتیکی پیرامحوری در محیط‌های غیرخطی غیرموضعی با معادله شرودینگر غیرموضعی توصیف می‌شود:

$$2ikn_0 \frac{\partial \phi}{\partial z} + n_0 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi + 2k^2 n_2 \phi \int R(\vec{r} - \vec{r}') d^2 \vec{r}' = 0 \quad (8)$$

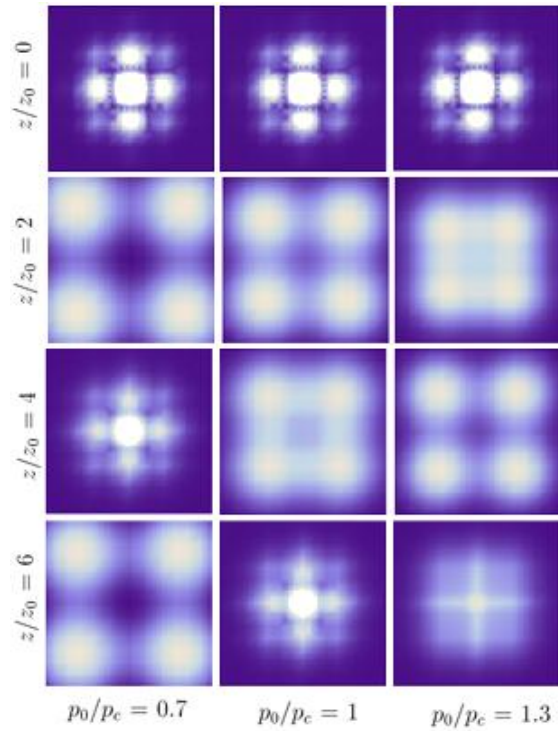
که در آن  $\phi$  دامنه مختلط موج،  $\vec{r} = (x, y)$  مختصات عرضی،  $n_0$  ضریب شکست خطی محیط،  $n_2$  ضریب شکست غیرخطی و  $R$  تابع پاسخ فضایی بهنجار محیط است. جمله آخر در رابطه‌ی (۸) نشان دهنده غیرخطیت غیرموضعی است. در این مواد اگر پهنای تابع پاسخ ماده بزرگتر از پهنای پرتو باشد محیط را محیط غیرخطی غیرموضعی قوی می‌نامند. در این حالت، معادله شرودینگر غیرخطی غیرموضعی را می‌توان براساس مدل اسنایدر-

### ۶- نتیجه‌گیری

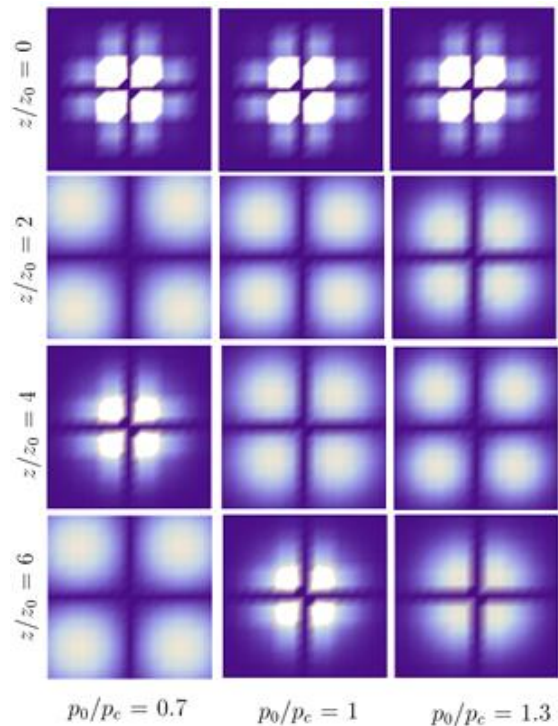
ویژگی‌های پرتوهای سهموی-گوسی کارتزین در حین انتشار درون یک محیط غیرخطی غیرموضعی قوی بررسی گردید. نتایج نشان می‌دهد که رفتار تابع توزیع شدت، پهنای پرتو و شعاع انحنای این پرتوها بستگی به توان ورودی آن دارد به نحوی که هر چه توان ورودی بزرگتر باشد دوره تحول آن‌ها کاهش می‌یابد.

### مراجع

- [1] Bandres M. A., Lopez-Mago D., Gutierrez-Vega J. C., **J. Opt.** **12** (2010) 065702.
- [2] Yang Z., Lu D., Hu W., Zheng Y., Gao X. and Gau Q., **phys. Lett. A** **374** (2010) 4007.
- [3] Mamaev A. V., Zazulya A. A., Mezentsev V. K., Anderson D. Z. and Saffman M., **Phys. Rev. A** **56** (1997) R1110.
- [4] Hu W., Zheng T., Gau Q., Li X. and Lan S., **Appl. Phys. Lett.** **89** (2006) 071111.
- [5] Lopez-Mago, D., Bandres, M. A., Gutierrez-Vega, J. C., **Proc. Of SPIE** **7789** (2010) 77890Q.
- [6] Snyder A. W. and Mitchell D. J., **Science** **276** (1997) 1538.



شکل ۲: توزیع شدت پرتو سهموی-گوسی کارتزین با  $\alpha = -3.5$  و  $h = 0.5$  برای توان‌های ورودی مختلف در یک محیط غیرخطی غیرموضعی قوی.



شکل ۳: توزیع شدت پرتو سهموی-گوسی کارتزین با  $\alpha = -3.5$  و  $h = 0.5$  برای توان‌های ورودی مختلف در یک محیط غیرخطی غیرموضعی قوی.