



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## تولید و انتقال حالت‌های درهم‌تنیده با استفاده از اثر فوتون بلوکه شده در سیستم اپتومکانیک

سمیه شاکری<sup>۱</sup>، زهره محمودی<sup>۱</sup>، علیرضا بهرامپور<sup>۲</sup>

دانشگاه شهید باهنر کرمان، دانشکده فیزیک<sup>۱</sup>

دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده فیزیک<sup>۲</sup>

چکیده - هامیلتونی موثر در سیستم اپتومکانیکی ساده با اثر فوتون بلوکه شده شبیه به هامیلتونی برهمکنش یک یون گیرافتاده با نور لیزر است در این مقاله با استفاده از این ایده تولید و انتقال حالت درهم‌تنیده مطالعه شده است. سیستم اپتومکانیکی شامل یک کاواک با دو غشاء معلق در میانه آن است. در تقریب لمب - دیک و با روش انتخاب مد نور ورودی، تولید حالت چلانده دو مدی و همچنین انتقال حالت درهم‌تنیده بین دو غشاء بررسی شده است. همچنین میزان درهم‌تنیدگی حالت‌های تولید شده با وجود اثر اتلاف در کاواک و فونون‌های حرارتی محاسبه شد.

کلید واژه- اپتومکانیک، انتقال حالت کوانتومی، درهم‌تنیدگی، فوتون بلوکه شده.

## Generation and Transfer Of The Entanglement State With Photon Blockade In Optomechanical Systems

Somayeh Shakeri<sup>1</sup>, Zohreh Mahmoudi<sup>1</sup>, Alireza Bahrampour<sup>2</sup>

Faculty of Physics., Shahid Bahonar University of Kerman<sup>1</sup>

Shrif University of Technology, Department of Physics<sup>2</sup>

Abstract- The effective Hamiltonian of the optomechanical systems is similar to one that describes the interaction between a classical driving field and a single trapped cold ion. In this paper, by using this idea, generation and transfer of the entanglement state is investigated. In optomechanical systems with one and two membranes inside the cavity and in the Lamb-Dick approximation, with selecting mode the state transfer and the generation of two mode squeezed state between two membranes is considered. Also, the measure of entanglement in interaction to the thermal phonons and damping rate of cavity is computed. In this paper we try to describe our experimental or theoretical results. This abstract should be about 100 words.

Keywords: Entanglement, Optomechanics, Photon Blockade, State Transfer

۱- مقدمه

سیستم اپتومکانیکی باحضور PB شبیه هامیلتونی یک اتم گیر افتاده است که با نور لیزر برهمکنش می‌کند. در نتیجه با در نظر گرفتن این موضوع حالت‌های فاک فونونی [۳] تولید شده است. همچنین در مقاله [۴] با در نظر گرفتن سیستم آرایه ای از کاواک های اپتومکانیکی حالت درهمتنیده بل را برای فونون تولید کرده اند. در این مقاله نظر به اهمیت و کاربرد هامیلتونی اتم های گیرافتاده در تولید انواع حالت‌های درهم تنیده از جمله حالت‌های چلانده ،با استفاده از ایده PB در سیستم اپتومکانیکی حالت چلانده تولید می شود. از جمله نوآوری های استفاده از روش PB می‌توان به این موضوع اشاره کرد که با استفاده از چیدمان ساده سیستم اپتومکانیکی، حالت درهم‌تنیده مقاوم نسبت به اثرات محیطی تولید می‌شود.

۲- توصیف مدل

سیستم اپتومکانیکی شامل یک کاواک نوری و یک آینه متحرک است که نور ضعیف همدوس کلاسیک به کاواک وارد شده و هامیلتونی سیستم به شکل زیر نوشته می شود:

$$(1)H = \hbar\omega_c a^+ a + \hbar\omega_m b^+ b + \hbar g a^+ a (b^+ + b) + \hbar\Omega [a^+ e^{-i\omega_d t} + H.C].$$

در این معادله  $a$  و  $a^+$  عملگرهای پایین برنده و بالا برنده کاواک،  $\omega_c$ ،  $\omega_m$  و  $\omega_d$  به ترتیب فرکانس کاواک، نوسانگر مکانیکی و نور ورودی می‌باشد. همچنین،  $b$  و  $b^+$  عملگرهای مد مکانیکی،  $g$  ضریب کوپلاژ بین مد مکانیکی و مد نوری کاواک،  $\Omega$  ضریب کوپلاژ نور ورودی و مد کاواک می‌باشد. با اعمال انتقال یکانی  $U = e^{g a^+ a (b^+ - b) / \omega_m}$  به معادله (۱) هامیلتونی موثر بدست می‌آید:

$$(2)H = \hbar\omega a^+ a + \hbar\omega_m b^+ b - \hbar \frac{g^2}{\omega_m} a^+ a^+ a a + \hbar\Omega [a^+ e^{\eta(b^+ - b) - i\omega_d t} + H.C].$$

در این معادله  $\omega = \omega_c - g^2 / \omega_m$  و  $\eta = g / \omega_m$  است. عبارت غیر خطی  $g^2 / \omega_m$  بلوکه شدن فوتون را در کاواک تضمین می کند. در این شرایط رژیم برهمکنش قوی  $g^2 / \omega_m > \gamma_c$  برقرار است که  $\gamma_c$  آهنگ اتلاف در

سیستم‌های اپتومکانیکی [۱] یکی از موضوعات جذاب در اپتیک کوانتومی به‌شمار می‌روند که در سالهای اخیر به عنوان بستر مناسب آزمایشگاهی و تئوری مورد توجه قرار گرفته‌اند. در این سیستم‌ها برهم کنش نور با ماده بر اساس برهمکنش مد نوری و مکانیکی است. سیستم اپتومکانیکی در ساده‌ترین چیدمان شامل یک کاواک نوری است که یکی از آینه‌های این کاواک متحرک می‌باشد. مد نوری کاواک نیروی فشار تابشی به آینه وارد می‌کند و این سرآغاز ایجاد پدیده‌های فیزیکی مختلف خواهد بود. سیستم اپتومکانیکی می‌تواند به جای آینه متحرک شامل یک یا چندین غشاء متحرک آویخته شده در میانه کاواک باشد یا شامل یک اتم که در داخل کاواک با روش سردسازی لیزری گیر افتاده است [۱]. می‌توان از چندین کاواک کوپل‌شده (آرایه) نیز استفاده کرد. این چیدمان‌ها در مطالعات گسترده‌ای از جمله سردسازی، انتقال حالت، تولید حالت‌های درهم‌تنیده کاربرد دارند [۱]. پدیده‌های اپتومکانیکی را می‌توان به دو دسته پدیده‌های خطی و غیر خطی تقسیم کرد. در این میان اپتومکانیک غیرخطی بسیار مورد توجه است و به برهمکنش قوی فوتون و کاواک اشاره دارد. یکی از پدیده‌های مهم اپتومکانیک غیرخطی، بلوکه شدن فوتون (Photon Blockade) درون کاواک است [۲]. برهمکنش قوی فوتون و کاواک باعث می‌شود که جمله مربوط به اثر کر در هامیلتونی پیدا شود. پدیده بلوکه شدن در واقع به این شکل است که در یک سیستم اپتومکانیکی غیرخطی که یک نور همدوس به آن وارد شده، برهمکنش قوی فوتون مانع از ورود فوتون‌های بیشتر به داخل کاواک می‌شود. البته این پدیده اولین بار در آزمایشی با یک کاواک اپتیکی معمولی که یک اتم در آن گیر انداخته شده بود به صورت عملی تایید شده است. جذابیت تولید حالت‌های کوانتومی مربوط به مد مکانیکی باعث شده است که این پدیده به‌تازگی در لیست روشهایی قرار بگیرد که برای تولید حالت‌های کوانتومی از جمله حالت‌های درهم‌تنیده فونونی مورد توجه قرار گرفته است. در مقاله‌های [۲ و ۳ و ۴]، ساده‌ترین چیدمان سیستم اپتومکانیکی در این زمینه مطالعه شده است. در این مقالات [۳ و ۴] نشان داده شده‌است که هامیلتونی موثر

$$(6) \hbar \sigma_+ \Omega \frac{\eta^2}{2} (b^+ - b)^2$$

#### ۴- انتقال و تولید حالت‌های درهم تنیده مد مکانیکی با انتخاب مد در اثر فوتون بلوکه شده در آرایه اپتومکانیکی

در این بخش آرایه اپتومکانیکی طبق شکل (۱) در نظر می‌گیریم:



شکل (۱): آرایه اپتومکانیکی که از گذاشتن دو غشاء در میانه کاواک ایجاد شده است.

همیلتونی برهمکنش سیستم مطابق با توضیحات بخش قبل عبارت است از:

$$(7) V = \hbar \Omega \sigma_+ e^{-i\Delta_c t} \left\{ 1 + \sum_{i=1}^2 \eta_i (b_i^+ e^{i\omega_{mi} t} - b_i e^{-i\omega_{mi} t}) + \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^2 \eta_i (b_i^+ e^{i\omega_{mi} t} - b_i e^{-i\omega_{mi} t}) \right)^2 \right\} + H.c.$$

با انتخاب مد می‌توان جمله‌های انتقال حالت که معروف به جمله‌های بیم اسپلیتری [۵] یا درهم تنیده است را بدست آورد. با انتخاب مد  $\omega_d = \omega \pm 2\omega_{m1}$  جمله چلانگی  $\hbar \Omega \frac{\eta_1^2}{2} (b_1^{+2} + b_1^2)$  برای چلانگی مد  $\omega_d = \omega \pm 2\omega_{m2}$  جمله  $\hbar \Omega \frac{\eta_2^2}{2} (b_2^{+2} + b_2^2)$  برای چلانگی مد مکانیکی در غشاء دوم یا  $\hbar \Omega \eta_1 \eta_2 (b_1^+ b_2^+ + b_1 b_2)$  جمله  $\omega_d = \omega \pm (\omega_{m1} + \omega_{m2})$  چلانگی دو مد مکانیکی بین دو غشاء تشکیل می‌شود. همچنین جمله انتقال حالت بین دو غشاء،  $\hbar \Omega \eta_1 \eta_2 (b_1^+ b_2 + b_2^+ b_1)$  با انتخاب مد  $\omega_d = \omega \pm (\omega_{m1} - \omega_{m2})$  امکان پذیر است. در ادامه میزان درهم‌تنیدگی را در این روش معین می‌کنیم. مبحث مهمی که در تولید حالت‌های درهم‌تنیده و یا انتقال حالتها مطرح می‌شود عامل اتلاف در کاواک و میزان مقاومت حالت تولید شده در برهمکنش با اعوجاجات

کاواک است. در این صورت میدان کاواک فقط شامل دوتراز  $|0\rangle$  و  $|1\rangle$  خواهد بود و معادله (۲) به معادله زیر تبدیل می‌شود:

$$(3) H_{rw} = H_0 + H_{int},$$

$$H_0 = \hbar \frac{\omega}{2} \sigma_z + \hbar \omega_m b^+ b,$$

$$H_{int} = \hbar \Omega(t) [\sigma_+ e^{\eta(b^+ - b)} + H.C].$$

در تقریب دوترازی برای کاواک خواهیم داشت:  $\Omega(t) = \Omega e^{-i\omega_d t}$ . در این معادله  $\sigma_+ = |1\rangle\langle 0|$ ،  $\sigma_- = |0\rangle\langle 1|$  و  $\sigma_z = |1\rangle\langle 1| - |0\rangle\langle 0|$  است. معادله (۳) همان همیلتونی برهم کنش نور کلاسیکی با یک اتم گیرافتاده دو تراز است و پارامتر  $\eta$  پارامتر لمب - دیک خواهد بود.

#### ۳- تولید حالت‌های درهم تنیده با استفاده از اثر فوتون بلوکه شده و انتخاب مد در یک کاواک اپتومکانیک

در همیلتونی معادله (۳) ابتدا تصویر برهم کنش را اعمال کرده و سپس با فرض تقریب لمب- دیک یعنی  $\eta \ll 1$  بسط تا مرتبه دوم  $\eta$  خواهیم داشت:

$$(4) V = \hbar \Omega \sigma_+ e^{-i\Delta_c t} \left\{ 1 + \eta (b^+ e^{i\omega_m t} - b e^{-i\omega_m t}) + \frac{\eta^2}{2} (b^+ e^{i\omega_m t} - b e^{-i\omega_m t})^2 \right\} + H.c.$$

در اینجا  $\Delta_c = \omega_d - \omega$  می‌باشد. با کنترل فرکانس می‌توانیم هریک از جملات بسط را انتخاب کنیم. با تقریب موج چرخان تا مرتبه اول  $\eta$  خواهیم داشت:

$$(5) V = \hbar \Omega \begin{cases} \sigma_+ + H.c. & \omega_d = \omega \\ \eta \sigma_+ b^+ + H.c. & \omega_d = \omega + \omega_m \\ \eta \sigma_+ b + H.c. & \omega_d = \omega - \omega_m \end{cases}$$

معادلات فرکانسی در معادله (۵) به ترتیب از بالا به پایین مربوط به فرآیند موسوم به کریر، بلو سایدباند و رد سایدباند است. برای انتخاب جمله مربوط به  $\eta^2$   $\omega_d = \omega \pm 2\omega_m$  می‌باشد. بنابراین اگر دو نور ورودی یکی با فرکانس  $\omega_d = \omega + 2\omega_m$  و دیگری  $\omega_d = \omega - 2\omega_m$  را وارد کنیم می‌توان جمله مربوط به تولید حالت‌های درهم تنیده را به شکل معادله زیر داشته باشیم:

در این سیستمها بلوکه شدن فوتون در کاواک می‌باشد که برای تولید حالت‌های فونونی مطرح شده است. در این مقاله نشان داده شده است که می‌توان با استفاده از این پدیده در سیستم اپتومکانیک که دو غشاء در میانه آن معلق است و با استفاده از انتخاب مد، با دو ورودی در فرکانسهای معین حالت چلانده دو مدی بین دو غشاء یا چلانده تک مدی در هر کدام از غشاءها تولید کرد. همچنین این روش برای انتقال حالتها بین دو غشاء نیز کاربرد دارد. با استفاده از پارامتر  $E_N(\rho)$ ، میزان درهم تنیدگی براساس دو متغیر، فونونهای حرارتی محیط و آهنگ اتلاف کاواک محاسبه شد. افزایش این دو متغیر سبب کاهش درهم‌تنیدگی می‌شود اما با سرد کردن غشاءها می‌توان حالت‌های با درهم‌تنیدگی بالا به دست آورد.

## مراجع

- [1] Favero I., Marquardt F., *Focus on optomechanics*, **New. J. Phys.** 16 (2014).
- [2] Rabel P., *photon blockaded effect in optomechanical systems*, **PRL**. 107 (2011).
- [3] Wei Xu X., Wang H., Zhang j., Liu Y., *Engineering of nonclassical motional states in optomechanical systems*, **Phys. Rev. A**. 88 (2013).
- [4] Wei Xu X., Zhao Y., Liu Y., *Entanglement state engineering of vibrational modes in multi-membrane optomechanical system*, **Phys. Rev. A**. 88 (2013).
- [5] Schmidt M., Ludwig M., Marquardt F., *Optomechanical circuits for nanomechanical continuous variable quantum state processing.*, **New. J. Phys.** 14 (2012).
- [6] K. Asbotch J., Calasamiglia J., Ritsch H., *A computable measure of nonclassicality for light*, **PRL**. 94 (2005).

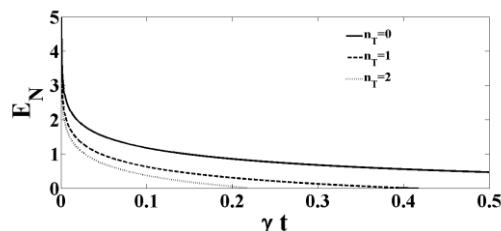
حرارتی است. در بررسی واهمدوسی و اثر اتلاف از معادله لیند- بلد استفاده می‌شود:

$$(8) \frac{d\rho}{dt} = -i[H, \rho] + \frac{\gamma_c}{2} (2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) + \frac{\gamma_m}{2} (2b\rho b^\dagger - b^\dagger b\rho - \rho b^\dagger b).$$

در این مقاله از پارامتر نگاتیویته لگاریتمی به عنوان معیاری برای اندازه درهم‌تنیدگی دو مد A و B استفاده می‌شود،  $E_N(\rho) = \ln \|\rho_{AB}^{T_A}\|$  که در آن عملگر چگالی دو مد و  $T_A$  به معنی ترانواده گرفتن روی مد A است برای محاسبه میزان درهم‌تنیدگی دو مد چلانده تولید شده از تقریبی استفاده شده که در مرجع [۶] آمده است. براین اساس تغییرات  $E_N$  بر حسب زمان می‌شود:

$$(9) E(t) = \frac{-1}{2} \ln(e^{-\gamma_c t} e^{-2(r-r_c)} + (1 - e^{-\gamma_c t})(2n_T + 1))$$

در این معادله  $\gamma_c$  آهنگ اتلاف کاواک،  $n_T$  میانگین تعداد فونونهای حرارتی،  $r$  پارامتر چلانده و  $r_c$  چلانده آستانه می‌باشد. اگر  $r - r_c > 1$  باشد حالت چلانده در محدوده غیر کلاسیکی قرار می‌گیرد. در شکل (۲) پارامتر  $E(t)$  بر حسب  $\gamma_c t$  برای مقادیر مختلف  $n_T$  رسم شده است. مقدار اولیه چلانده  $r - r_c = 5$  می‌باشد.



شکل ۲: پارامتر  $E(t)$  بر حسب  $\gamma_c t$  برای مقادیر مختلف  $n_T$  رسم شده است. مقدار اولیه چلانده  $r - r_c = 5$  می‌باشد.

همان طور که انتظار می‌رود با افزایش فونونهای حرارتی میزان درهم تنیدگی کم می‌شود همچنین در هر نمودار با افزایش آهنگ اتلاف در کاواک درهم‌تنیدگی کاهش می‌یابد. بنابراین با سرد کردن غشاءها می‌توان حالت‌های با درهم‌تنیدگی بالا به دست آورد.

## نتیجه‌گیری

برهمکنش قوی تک فوتون در سیستم اپتومکانیکی بسیار مورد توجه بوده است. از جمله پدیده‌های غیرخطی مطرح