



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## سالیتون دو-سطحی گاف در مرز ساختارهای متناوب و همگن

کیوان محمود اقدمی<sup>۱</sup>، سمیرا محمودی حصار<sup>۲\*</sup> و سمیه علیدوست<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، صندوق پستی ۳۶۹۷-۱۹۳۹۵، تهران.

<sup>۲</sup> دانشگاه پیام نور مرکز ارومیه، خیابان ۸ شهریور، ارومیه.

چکیده - در این مقاله به بررسی سالیتونهای گاف پرداخته می‌شود که در لبه ها و یا درون محیط همگنی که از طرفین با یک ساختار متناوب احاطه شده‌اند، ظاهر می‌گردد. پس از معرفی مدل نظری مبتنی بر معادله غیرخطی شرودینگر، این معادله توسط روشهای عددی حل شده و ناحیه حضور جواب های سالیتونی نمایش داده شده است. همچنین نوع جدیدی از سالیتونها که نام سالیتون دوسطحی بر آن نهاده شده است که برای اولین بار، بر طبق معلومات نویسندگان، در چنین سیستمهایی معرفی شده است. این مد با دو حالتی پیشین تک قطبی و مد دوقطبی مقایسه گردیده است.

کلید واژه- طیف فلوکه- بلاخ، سالیتون گاف، مدهای سطحی، مد دوقطبی

## Bi-surface Gap Soliton in the Border of Periodic and Homogeneous Structures

Keivan Mahmoud Aghdami<sup>۱,۲</sup>, Samira Mahmoudi Hesar<sup>۲\*</sup> and Somayyeh Alidust<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> Department of Physics, Payame Noor University, PO Box ۱۹۳۹۵-۳۶۹۷, Tehran, Iran.

<sup>۲</sup> Payame Noor University of Urmia, ۸ Shahrivar Ave. , Urmia.

Abstract- In this paper we investigate the gap solitons, emerging inside and edge of homogeneous medium sandwiched by periodic structures. After introducing theoretical model based up on the well-known nonlinear Schrödinger equation, this equation is numerically solved and the existence domain of steady solitary solution are plotted. Furthermore new class of the solitary solution in this sort of systems named “Bi-surface soliton” is introduced for the first time, according to our knowledge. This new mode is compared to the previous ones well-known as monopole and dipole modes.

Keywords: Floquet - Bloch Spectrum, Gap Soliton, Surface mode, Dipole mode.

## ۱- مقدمه

بصورت تناوبی تغییر می‌کند، معادله غیرخطی شرودینگر ۱+۱ بعدی حاکم بر آن در حضور عامل غیرخطی کر به صورت قابل توصیف است [۶و۷]:

$$i \frac{\partial q}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + q(q)^* - pR(x) \quad (1)$$

که در آن  $z$  راستای انتشار موج و  $x$  راستای عرضی است که موج با عامل  $\partial^2 q / \partial x^2$  در این راستا پراش می‌یابد.  $q(q)^*$  عامل غیر خطی و  $pR(x)$  تناوب محیط را نشان می‌دهد. تمامی کمیت‌ها و ضرایب به مقدار واحد بهنجار شده‌اند. در تمامی محیط‌های مادی پراش سبب واگرایی موج در راستای عرضی می‌شود. در این سیستم علاوه بر پدیده‌ی خود کانون کر، وجود مدولاسیون عرضی ضریب شکست سبب بوجود آمدن ساختار باند-گاف می‌شود که بصورت موجبری پخش شدن انرژی در عرض را به هنگام واقع شدن بر گاف مانع می‌شود. بدین ترتیب می‌توان به شرایط پارامتری دست یافت که موج بدون پهن شدگی در عرض منتشر شود که آن را به نام سالیتون فضایی می‌شناسیم. در معادله (۱)،  $p$  عمق مدولاسیون و  $R(x)$  تابع مدولاسیون ضریب شکست بوده که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$R(x) = \begin{cases} \cos^2(\Omega x) & |x| \geq n\pi/2\Omega \\ 0 & \text{Else} \end{cases} \quad (2)$$

که یک ساختار تناوبی با طول تناوب  $\Lambda = 2\pi/\Omega$  است که به تعداد  $n$  تناوب میانی آن حذف گردیده است. این ناحیه میانی یکنواخت به عنوان هسته در شبکه در نظر گرفته شده است که دو محیط جانبی تناوب را از هم جدا کرده است.

## ۳- جواب‌های ایستای سالیتونی

اگر جواب‌های معادله به صورت  $q(x, z) = w(x) \exp(ikx + ibz)$  در نظر گرفته شود که تابع بلاخ  $w(x)$  با تناوب  $\Lambda = 2\pi/\Omega$  بصورت  $w(x) = w(x + 2\pi/\Omega)$ ،  $b$  ثابت انتشار موج در موجبر و  $k$  عدد موج بلاخ است. عبارت تناوبی فوق برای دامنه میدان بهنجار شده میدان الکتریکی نور  $q$  است که فقط در مقادیری از  $b$  که درون گاف قرار گیرد منجر به سالیتون گاف می‌شود. با جایگذاری  $q$  در معادله (۱) یک معادله دیفرانسیلی برای تابع بلاخ در شرایط ایستای

امواج جایگزیده‌ای که در سطح مشترک دو محیط غیرخطی متناوب شکل می‌گیرند سالیتون‌های سطحی گاف<sup>۱</sup> (SGS) نامیده می‌شوند [۱-۳] و غالباً در مواد با خاصیت خودواگرایی در حدفاصل یک محیط یکنواخت و یک محیط متناوب تشکیل می‌شوند. این نوع سالیتون‌ها می‌توانند در محیط‌های غیرخطی که ضریب شکست به-طور ضعیف توسط یک مدل تناوبی در امتداد طول انتشار یا عمود بر راستای انتشار تغییر می‌کند، به وجود آیند. سالیتون‌های سطحی گاف، زمانی تشکیل می‌شوند که امواج پیشرونده و پسرونده در سطح مشترک شبکه، که پراش براگ را تجربه می‌کنند به هم به پیوندند و ترکیبی از خواص منحصر به فرد امواج سطحی سالیتون‌های گاف را نمایان کنند [۵]. سالیتون گاف در بلورهای فوتونیک و ساختارهای لایه‌ای شکل، توری‌های براگ، چگالش بوز-انیشیتین و آرایه‌های موجبری قابل مشاهده‌اند. نظریه جدیدی در مورد سالیتون گاف وجود دارد که در سطح مشترک محیط یکنواخت و شبکه اپتیکی با واگرایی غیرخطی دیده شده که می‌تواند افق‌های جدیدی در مشاهدات آزمایشگاهی پیشگویی‌ها داشته باشد، چون این سطح مشترک خواص سالیتون‌های گاف را تعریف می‌کند [۴]. سالیتون‌های گاف با وجود ویژگی خود واگرایی از لحاظ فضایی جایگزیده هستند و جواب‌های سالیتونی آن‌ها بدلیل غیر خطیت از نوع کر در نواحی گاف وجود دارند و وجود تابع نمایی در دامنه آن‌ها مقادیر خاصی را برای ثابت انتشار تعریف می‌کند که ضمن داشتن طیف فلوکه بلاخ می‌توان نواحی حضور جواب‌های سالیتونی را پیدا کرد.

در این مقاله ضمن در نظر گرفتن شرایط فوق نوع جدیدی از سالیتون‌ها که با نام سالیتون‌های دوسطحی نامیده شده اند بررسی خواهد شد. ناحیه حضور جواب سالیتونی با حالت‌های مد اصلی و مد دوقطبی بررسی شده است.

## ۲- مدل نظری

هنگامی که نور در سیستمی منتشر می‌شود که ضریب شکست آن در راستای عرضی (عمود بر راستای انتشار  $z$ )

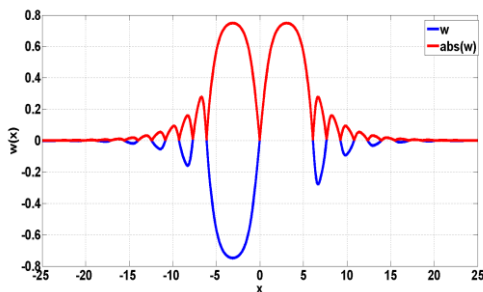
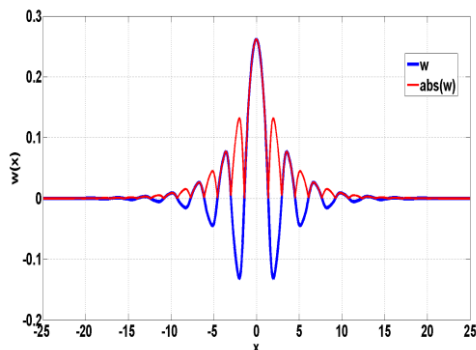
۱. Surface Gap Solitons

۲. Nonlinear Schrodinger Equation

خواهد شد. با استفاده از شکل (۱) چندین دسته جواب ایستا از حل عددی معادله (۲) بدست می‌آید که در بخش بعدی بررسی خواهند شد.

### ۳-۱- مد میان هسته‌ای

جواب‌های سالی‌تونی که تمرکز شدت بیشتر در داخل هسته است را می‌توان به دو دسته الف) مد اصلی تک قطبی و ب) مد دوقطبی دسته بندی کرد که در شکل ۲ نشان داده شده اند. این جوابها در ناحیه گاف و غالباً در ناحیه  $b \leq 0$  قرار دارند. در شکل ۱ ناحیه وجودی سالی‌تون تک قطبی در هسته‌هایی با پهنا  $n=1$  با رنگ قرمز و در  $n=3$  با رنگ سبز در گاف اول نشان داده شده است.



شکل ۲: (بالا) مد تک قطبی در هسته  $n=1$  و (پایین) جواب سالی‌تونی مد دوقطبی در هسته به عرض  $n=7$  برای مقادیر پارامتری  $p=4, b=-0.6$  و  $W$  و قرمز  $|w|$  را نشان می‌دهد.

### ۳-۱- مد دوسطحی

سومین نوع مدی که برای اولین بار در چنین ساختارهایی مشاهده شده و هدف اصلی بحث در این مقاله است، مدهای دو-سطحی<sup>۳</sup> هستند. در این مد تراکم انرژی بیشتر در کناره‌های محل هسته و در لبه‌های محیط

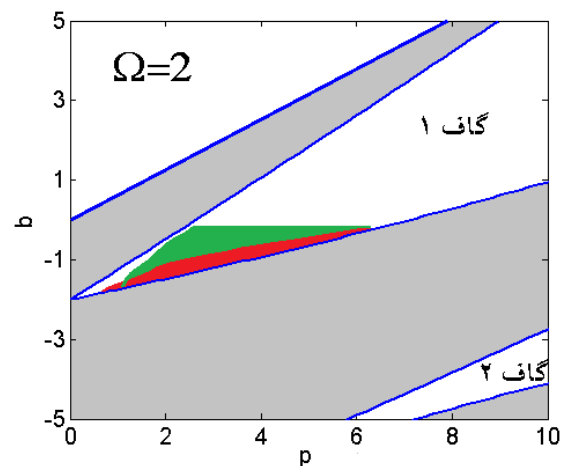
$(\frac{\partial q}{\partial z} = 0)$  بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} - 2bw - 2w^2 + 2pRw = 0 \quad (3)$$

برای حل عددی این معادله ابتدا جمله دیفرانسیلی به دیفرانسیل‌های متناهی تبدیل شده و سپس  $N$  معادله غیر خطی  $N$  بعدی به روش نیوتن-رافسون حل می‌شود. در ابتدا لازم است که مقادیر  $b$  و  $p$  مشخص شود. به همین دلیل باید به دنبال ساختار باند-گاف برای این سیستم متناوب بود که لزوم آن آشنایی با طیف فلوکه-بلاخ<sup>۲</sup> است. اگر طبق طیف فلوکه بلاخ جواب‌های پیشنهادی به صورت  $q(x, z) = w(x) \exp(ikx + ibz)$  ارائه شود، جایگذاری در معادله  $NLSE$  یک معادله ویژه مقداری حاصل می‌شود:

$$bw = \frac{1}{2} \left( \frac{d^2 w}{dx^2} + 2ik \frac{dw}{dx} - k^2 w \right) + pRw \quad (4)$$

که با حل معادله فوق ویژه مقادیر  $b$  بدست می‌آید. نواحی که به ازای مقدار  $p$  و  $b$  داده شده، قسمت موهومی عدد موج عرضی مختلط  $k$  دارای مقدار غیرصفر باشد، ناحیه گاف و در غیر اینصورت در ناحیه باند فتونیک خواهد بود که در شکل (۱) بترتیب با رنگ سفید و خاکستری نمایش داده شده است.

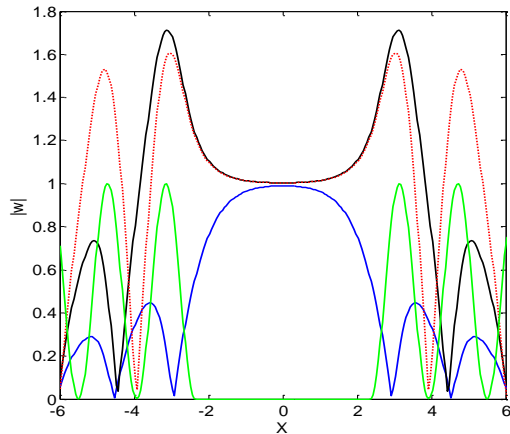


شکل ۱: ساختار باند گاف برای سیستم متناوب به ازای  $\Omega=2$ .

اگر غیر خطی بودن محیط نیز در نظر گرفته شود، جواب‌های سالی‌تونی به‌عنوان مد نقص درون گاف‌ها ظاهر

<sup>۳</sup> Bi-surface

<sup>۲</sup> Floquet-Bloch



شکل ۴: مقایسه پروفایل مد تک قطبی (خط آبی)، دوسطحی نوع I (خط مشکی) و دوسطحی نوع II (نقطه چین قرمز) در اطراف هسته مرکزی. خطوط متناوب سبز تابع مدولاسیون ضریب شکست  $R(x)$  را نشان می‌دهند.

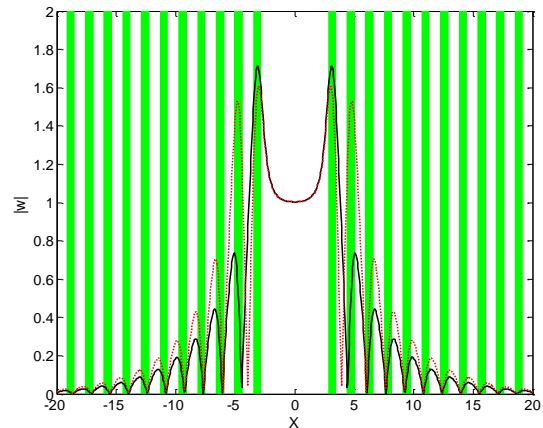
#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله مد سالیوتونی جدید که دوسطحی نامیده شده است در یک ساختار متناوب از لحاظ ضریب شکست که توسط یک هسته همگن از همدیگر جدا گشته‌اند معرفی شده و انواع آن با سالیوتون تک قطبی مقایسه گردیده است. در مدهای دوسطحی قله شدت در اولین یا در دو تناوب اول ضریب شکست متمرکز است. با افزایش مقدار عمق مدولاسیون شدت در ناحیه میانی کاهش یافته و به کناره‌ها متمرکز خواهد شد.

#### مراجع

- [۱] Yuri S. Kivshar and Govind P. Agrawal, *Optical Solitons from fibers to photonic crystals*, SA:Elsevier Science, ۲۰۰۳.
- [۲] T. Dohnalund, D. Pelinovsky, *Surface gap solitons at a nonlinearity interface*, **Phys. Rev. Lett.** ۲(۱۷۴۲) (۲۰۰۹) ۱-۲۳.
- [۳] Fangwei Ye., Yaroslav V. Kartashov, Victor A. Vysloukh, and Lluís Torner, *Bragg guiding of domain like nonlinear modes and kink arrays in lower-index core structures*, **Opt. Lett.** ۳۳, No. ۱۲ (۲۰۰۸) ۱۲۸۸-۱۲۹۰.
- [۴] V. Kartashov Yaroslav, A. Vysloukh Victor, L. Torner, *Surface Gap Solitons*, **Phys. Rev. Lett.** ۹۶ (۲۰۰۶) ۰۷۳۹۰۱.
- [۵] Chen, Wei, and D. L. Mills. *Gap solitons and the nonlinear optical response of superlattices*, **Phys. Rev. Lett.** ۵۸,۲ (۱۹۸۷) ۱۶۰.
- [۶] W. H. Chen, Y. J. He, and H. Z. Wang, *Surface defect gap solitons*, **Opt. Express** ۱۴ (۲۰۰۶) ۱۱۲۷۱-۱۱۲۷۶.
- [۷] W. L. Zhu, L. Luo, and Y. J. He, *Surface gap solitons in one-dimensional dual-frequency lattices*, **J. Mod. Opt.** ۵۶, (۲۰۰۹) ۱۰۷۸-۱۰۸۲.

متناوب است. شدت دارای یک قوس ما بین دو سطح جداکننده محیط همگن بوده و درون محیط متناوب نیز بصورت نمایی از شدت آن کاسته می‌شود که در شکل ۳ پروفایل دو نمونه متفاوت از آن رسم گردیده است.



شکل ۳: پروفایل دامنه مدهای دو-سطحی نوع I (خط ممتد مشکی) و نوع II (خط نقطه چین قرمز). نواحی سبز رنگ مناطقی را نشان می‌دهد که ضریب شکست بزرگتری دارند. ( $b = -1$ ,  $p = 3$  و  $n = 3$ )

دلیل اینکه چنین مدی را برای اولین بار در این مقاله دو-سطحی نامیده ایم آن است که میدان در هر یک از طرفین هسته، خصوصیات یک سالیوتون سطحی که در مرز مشترک دو محیط همگن و متناوب تشکیل می‌شد را داراست. حال که این دو مرز در مجاورت همدیگر قرار می‌گیرند، میدان در محیط همگن بشکل نمایی بطور کامل به صفر میل نمی‌کند بلکه پس از کمی کاهش دوباره افزایش یافته تا به مرز طرف دیگر برسد.

جهت مقایسه وضعیت میدان در داخل و خارج هسته مرکزی، در شکل ۴ پروفایل هر دو مد دو سطحی به همراه مد یک قطبی به شکل بزرگ‌نمایی شده در اطراف هسته رسم شده است. مقدار دامنه در وسط هسته ( $x=0$ ) در مدهای دوسطحی با افزایش پارامتر  $b$  و  $p$  کاهش می‌یابد تا حدی که دو مد سطحی در طرفین هسته کاملاً از هم جدا می‌شوند. ناحیه حضور این مدها تقریباً در همه جای ناحیه گاف اول است.