



بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



شبیه سازی اثر توزیع چگالی الکترونی بر بازتاب موج تراهرتز از یک لایه پلاسمای داغ غیرمغناطیده با روش FDTD

مرتضی عاشور و علیرضا نیکنام

پژوهشکده لیزر و پلاسما، دانشگاه شهید بهشتی، تهران-ایران

چکیده - در این مقاله انتشار پالس تراهرتز در یک لایه پلاسمای داغ غیر مغناطیده مورد مطالعه قرار گرفته است. پلاسما در برهمکنش با امواج الکترومغناطیس مانند یک محیط دی الکتریک عمل می کند. با استفاده از ثابت دی الکتریک که بر اساس رابطه پاشندگی پلاسما داغ می باشد و با روش تفاضل محدود حوزه ی زمان (FDTD)، عبور، بازتاب و جذب موج تراهرتز در پلاسما به صورت یک بعدی شبیه سازی شده است. با در نظر گرفتن غلاف و پارامترهای متغییر در فضای پلاسمای محدود شده بازتاب موج تراهرتز تحقیق شده است. نتایج نشان می دهد که پروفایل های مختلف چگالی الکترونی پلاسما بر شکل و دامنه موج بازتاب شده اثر می گذارد. کلید واژه- روش تفاضل محدود حوزه ی زمان (FDTD)، پلاسمای داغ غیرمغناطیده، امواج تراهرتز

Simulation of Electron Density Distribution Effect on the Reflection of the Terahertz Wave from Hot Unmagnetized Plasma Slab by FDTD Method

Ashoor Morteza, Niknam Ali Reza

Laser and Plasma Research Institute, Shahid Beheshti University, Tehran-Iran

Abstract- In this paper the propagation of terahertz pulse in a hot unmagnetized plasma slab is studied. In interaction of the electromagnetic waves, the plasma acts as a dielectric medium. Transmission, reflection and absorption of terahertz wave in a plasma slab is simulated with one-dimensional Finite Difference Time Domain method and using the plasma dielectric constant established based on a hot plasma dispersion relation. The problem is investigated by considering the sheath and space-varying parameters of bounded plasma. The results show that the different electron density profiles affect on shape and amplitude of the reflected wave.

Keywords: FDTD method, bounded hot unmagnetized plasma, terahertz waves.

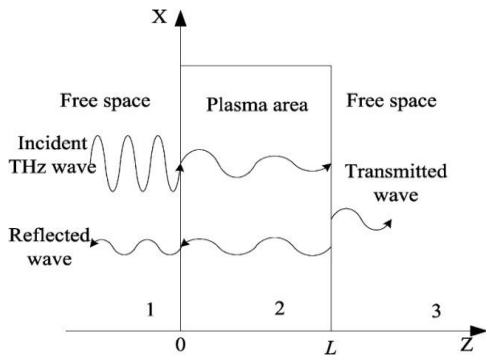
$$\epsilon_r = \frac{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - iv)}}{1 + \frac{\omega_p^2 \omega}{(\omega - iv)^3} \frac{k_B T}{mc^2}} \quad (1)$$

۱- مقدمه

در حالت واقعی پلاسما ممکن است بین دیواره‌ها محدود شده باشد و پارامترهای متغیر با فضا یا ناهمگن داشته باشد. بنابراین ما یک مدل پلاسمای محدود شده داخل دو دیواره به صورت دو بعدی در نظرمی‌گیریم. فرض می‌کنیم یک موج قطبیده خطی با فرکانس دایره ای ω به صورت عمود بر فصل مشترک پلاسما و فضای آزاد برخورد می‌کند. در پلاسمای محدود شده، غلاف^۵ رخ می‌دهد. برای به وجود آوردن غلاف و گرادیان چگالی الکترونی می‌توان از پروفایل توزیع الکترونی اپستین^۶ بهره برد:

$$N(Z) = \begin{cases} N_0 / \left[1 + \text{EXP}\left(\frac{-Z+L/4}{\sigma}\right) \right], & 0 < Z < \frac{L}{2} \\ N_0 / \left[1 + \text{EXP}\left(\frac{Z-3L/4}{\sigma}\right) \right], & \frac{L}{2} < Z < L \end{cases} \quad (2)$$

در رابطه بالا L ضخامت لایه پلاسما N_0 چگالی الکترونی در مرکز لایه و σ فاکتور مقیاس گرادیان است. در این تحقیق $\sigma = 0.1, 0.5 \text{ cm}$ گرفته شده است. در شکل ۱ تصویری شماتیک از برهمکنش موج تراهرتز با لایه پلاسما نشان داده شده است.



شکل ۱: شماتیک از انتشار موج تراهرتز در لایه پلاسمای محدود شده

۳- روش FDTD

از سه رابطه ماکسول زیر شروع می‌کنیم [۳]:

$$\mu_0 \frac{\partial H_y(z)}{\partial t} + \frac{\partial E_x}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial H_y(z)}{\partial z} = \frac{\partial D_x(z)}{\partial t} \quad (4)$$

$$D_x(\omega) = \epsilon_0 \epsilon_r(\omega) E_x(\omega) \quad (5)$$

پلاسما در برهمکنش با امواج الکترومغناطیس ویژگی‌های منحصر به فردی دارد. در پلاسماهای چگال که امروزه در صنعت و تکنولوژی کاربرد فراوانی دارد مانند توکامک، فرکانس قطع و رزونانس در ناحیه طول موج میلیمتری است که در ناحیه تراهرتز می‌باشد و برای تشخیص این گونه پلاسماها باید از موج تراهرتز استفاده کرد. ناحیه فرکانسی تراهرتز بین میکروویو و مادون قرمز واقع شده‌اند.

روش‌های حوزه زمان به صورت گسترده در مسائل اپتیکی از جمله شبیه سازی انتشار امواج الکترومغناطیس در مواد پاشنده به کار رفته است. از میان این روش‌ها روش تفاضل محدود حوزه زمان^۱ (FDTD) در مقایسه با بقیه روش‌های عددی ساده تر و کارآمدتر می‌باشد [۱]. در این مقاله انتشار موج تراهرتز در یک مدل پلاسمای داغ با استفاده از یک روش نوین به نام SO-FDTD شبیه سازی شده است [۲]. در سال ۲۰۰۷ هانگوی^۲ و همکارانش اثر پروفایل چگالی بر رفتار موج در لایه پلاسما سرد را با همین روش بررسی کرده‌اند. [۵] همچنین یک گروه چینی از روش SO-FDTD برای بدست آوردن ضرایب جذب و بازتاب استفاده کرده‌اند. [۲]

۲- مدل فیزیکی

برای موج فرودی فرکانس پایین، پلاسما اغلب سرد فرض شده و ثابت دی الکتریک پلاسما در حالت غیرمغناطیده با مدل درود^۳ و برای حالت مغناطیده با مدل اپلتن^۴ بیان می‌شود [۲]. برای بررسی برهمکنش موج تراهرتز، پلاسمایی که در نظر می‌گیریم باید چگالی بالا داشته باشد. بیشتر پلاسماهای چگال پلاسمای گرم هستند و سرعت حرارتی الکترونها در مقایسه با سرعت فاز به اندازه کافی بزرگ است که نتوانیم از آن صرفنظر کنیم پس لازم است که انتشار موج تراهرتز در پلاسمای چگال را با تانسور ثابت دی الکتریک پلاسمای گرم بررسی کنیم [۴].

¹ Finite-difference time-domain

² Hongwei

³ Drude type

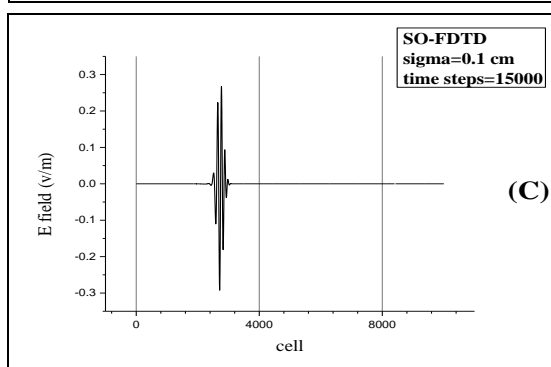
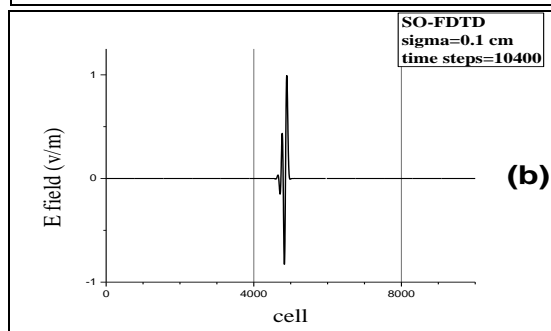
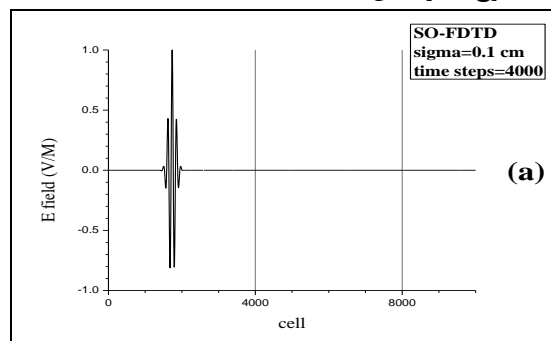
⁴ Appleton type

⁵ Sheath

⁶ Epstien

$v_c = 1.6 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$ فرکانس برخورد $N_0 = 10^{21} \text{ m}^{-3}$ و دمای الکترونی $T_e = 10 \text{ Kev}$ و ضخامت لایه برابر با $L=10\text{cm}$ در نظر می‌گیریم. موج تراهرتز را با سه فرکانس مختلف $0/1$ و $0/27$ و 1 تراهرتز به لایه پلاسما زده، چگونگی بازتاب، عبور و جذب آن‌ها را مشاهده کرده و در مورد آن بحث می‌شود.

الف) موج با فرکانس 0.1 THz



شکل ۲: انتشار موج با فرکانس 0.1 THz و پلاسما با $\sigma = 0.1 \text{ cm}$.
(a) گام زمانی ۴۰۰۰. (b) گام زمانی ۱۰۴۰۰. (c) گام زمانی ۱۵۰۰۰.

در این حالت با توجه به خصوصیات پلاسما، فرکانس موج کمتر از فرکانس پلاسما است و انتظار داریم که موج در پلاسما منتشر نشده و بازتاب شود. در شکل (a)، موج با دامنه ۱ به سمت پلاسما در حرکت است. شکل (b) نشان می‌دهد که موج تا جایی پیش می‌رود که به سطح چگالی

رابطه (۳) و (۴) نشان می‌دهد که پلاسما مانند یک محیط دی الکتریک با ثابت دی الکتریک ϵ_r رفتار می‌کند، پارامترهای پلاسما با دو رابطه (۱) و (۲) در شبیه سازی وارد می‌شود. برای این کار ابتدا ثابت دی الکتریک را به صورت نسبت دو چند جمله ای به صورت زیر می‌نویسیم [۲]:

$$\epsilon(\omega) = \frac{\sum_{n=0}^N p_n (j\omega)^n}{\sum_{n=0}^N q_n (j\omega)^n} \quad (6)$$

که در آن $n=0,1,2,3,4$ و $j = \sqrt{-1}$ واحد موهومی، ω زاویه ای فرکانس موج فرودی است، با تبدیل فوریه، تکنیک تبدیل Z و تقریب تفاضل دوزنقه ای می‌شود:

$$\epsilon(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_4 z^{-4}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_4 z^{-4}} \quad (7)$$

از طرف دیگر با بردن رابطه (۵) به حوزه ی زمان و تبدیل Z برای ϵ_r به رابطه زیر می‌رسیم: [۳]

$$\epsilon(z) = \frac{D(z)}{\epsilon_0 E(z)} \quad (8)$$

از (۷) و (۸) داریم:

$$\begin{aligned} (a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_4 z^{-4}) D(z) \\ = \epsilon_0 (b_0 + b_1 z^{-1} + \dots \\ + b_4 z^{-4}) E(z) \end{aligned} \quad (9)$$

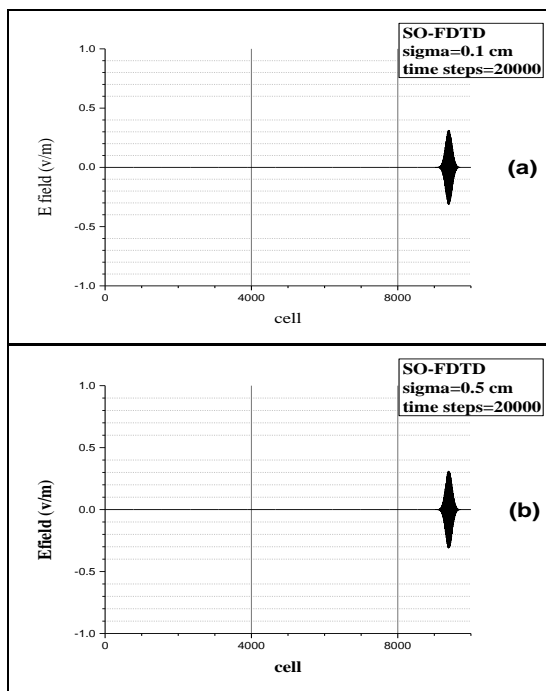
در آخر با ضرب رابطه (۹) در z و تعریف تبدیل Z به رابطه ساختمانندی پاشندگی در فضای گسسته زمان n می‌رسیم:

$$\begin{aligned} a_0 D^{n+1} + a_1 D^n + a_2 D^{n-1} + a_3 D^{n-2} + a_4 D^{n-3} \\ = \epsilon_0 (b_0 E^{n+1} + b_1 E^n + b_2 E^{n-1} \\ + b_3 D^{n-2} + b_4 D^{n-3}) \end{aligned} \quad (10)$$

با کمک رابطه بالا و استفاده از روش تکرار مؤلفه های E ، B و D بدست می‌آید. با یک سری روابط ریاضی می‌توان ضرایب a, b, q, p را بدست آورد [۲]. فضای شبیه سازی را یک بعدی در نظر می‌گیریم و با استفاده از الگوریتم "بی" به سلول های کوچک Δx تقسیم می‌کنیم همچنین پله زمانی را با در نظر گرفتن شرایط پایداری به صورت $\Delta t \leq \frac{\Delta x}{2c}$ تعریف می‌کنیم. سلول فضایی را با توجه به طول موج تراهرتز، ۲۵ میکرومتر انتخاب می‌کنیم. طول فضای شبیه سازی را ۱۰۰۰۰ سلول (۲۵ سانتی متر) که ۴۰۰۰ سلول میانی پلاسما (۱۰ سانتی متر) و دو طرف فضای آزاد است. از یک پالس فرودی که یک موج سینوسی با پوش گاؤوسی است به عنوان چشمه استفاده می‌کنیم.

$$pulse = \sin(2\pi f t) \exp\left(-0.5 \left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)^2\right) \quad (11)$$

f فرکانس موج فرودی، t_0 زمان تاخیر و τ نشان دهنده پهنای پالس است. در این شبیه سازی پارامترهای پلاسمای بکار رفته به قرار زیر است. چگالی الکترونی در مرکز لایه



شکل ۵: انتشار موج با فرکانس 1THz در پلاسما، گام زمانی ۲۰۰۰۰
 (a) $\sigma = 0.1cm$ (b) $\sigma = 0.5cm$

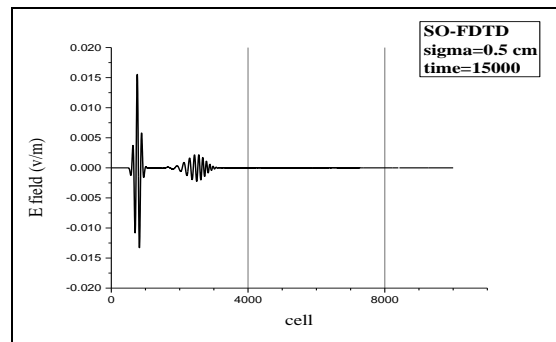
۴- نتیجه

در این مقاله دیده شد که ثابت دی الکتریک پلاسما گرم غیرمغناطیده یک کمیت مختلط است. قسمت حقیقی آن بازتاب و انتشار موج تراهرتز را تعیین می کند. وقتی $\epsilon_{real} < 0$ باشد پلاسما مانند فلز عمل می کند و موج بازتاب می شود و هنگامی که $\epsilon_{real} > 0$ باشد موج در پلاسما منتشر می شود تا به سطح چگالی بحرانی برسد. همچنین با تغییر پروفایل چگالی الکترونی اندازه و شکل موج بازتاب شده تغییر می کند اما اثری روی موج عبوری ندارد و آنچه بر جذب موج اثر می گذارد، قسمت موهومی ثابت دی الکتریک یعنی ϵ_{Im} می باشد.

۵- منابع

1. **Toflove and Hagness**, *computational Electrodynamics :The Finite-Difference Time Domain Method*. Norwood, MA:Artech House.(2005)
2. **Chengxun Yuang, Zhongxiang Zhou**, IEEE Transactions on Plasma science, vol.32, no.7, July 2011
3. **D.M.Sullivan** *Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method*. IEEE Press.2000
4. **Wharton and Heald**, *Diagnostics With Microwaves*, Willy series in plasma physics, NewYork : 1967.
5. **Y. Hongwei and T.Wanchun**, Int J Inferared Milli Waves (2007) 28:547-556

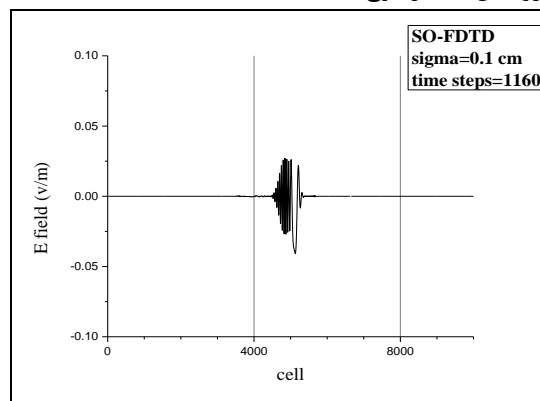
بحرانی^۷ برسد و آنجا بازتاب می شود. در شکل (c) موج بازتاب شده با دامنه $0/3$ نشان داده شده است با مقایسه با شکل (۳) به خوبی مشاهده می شود که با تغییر پروفایل چگالی پلاسما شکل و اندازه دامنه موج بازتاب شده تغییر کرده است.



شکل ۳: انتشار موج با فرکانس 0.1 THz در پلاسما با $\sigma = 0.5cm$ و زمان ۱۵۰۰۰

(ب) موج با فرکانس $0/27$ تراهرتز

در این حالت فرکانس موج فرودی و فرکانس پلاسما تقریباً برابرند و همان طور که در شکل (۴) دیده می شود به خاطر رزونانس بیشتر موج جذب شده است.



شکل ۴: انتشار موج با فرکانس 0.27 THz در پلاسما با $\sigma = 0.1cm$ و گام زمانی ۱۱۶۰۰

(ج) موج با فرکانس ۱ تراهرتز

در این حالت که فرکانس موج خیلی بزرگتر از فرکانس پلاسماست و همان طور که در شکل (۶) مشاهده می شود، بخشی از موج جذب شده و بخش دیگر آن عبور می کند. با مقایسه شکل (a) و (b) نتیجه می شود که پروفایل های مختلف چگالی الکترونی تاثیر چندانی بر موج عبوری ندارند.

⁷ Critical density