



لیزر
پلاسمای
موج سطحی

بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



بررسی چگالی و دمای الکترون در اتاق چشمهدی پلاسمای موج سطحی راست‌گوشه با روش تفاضل-محدود

محمد رضا خواجه‌میرزائی^۱، علیرضا نیکنام^۱

^۱پژوهشکده لیزر و پلاسما، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

چکیده - چشمهدی‌های پلاسمائی در دهه‌های اخیر به واسطه کاربردهای فراوانی که ایجاد کرده‌اند، به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این مقاله با معرفی مدلی برای شبیه‌سازی سه بعدی و خودسازگار از چشمهدی پلاسمای موج سطحی راست‌گوشه، معادلات سیالی پلاسما در اتاق چشمهدی پلاسمائی با روش تفاضل-محدود گسترش‌سازی می‌شوند. در ادامه، روابط تفاضلی حاصل از معادلات دیفرانسیلی جزئی غیرخطی با روش واهلشی برای دو پارامتر پلاسما، یعنی چگالی و دمای الکترون در سه بعد حل می‌گردند. مسئله برای دو مقدار فشار گاز داخل اتاق چشمهدی پلاسما (آرگون) بررسی می‌شود.

کلید واژه - چشمهدی پلاسمای موج سطحی، روش تفاضل-محدود، مدل سیالی.

Study of electron density and temperature in the chamber of the rectangular surface wave plasma source using the finite-difference method

Muhammad Reza Khajehmirzaei¹, and Ali Reza Niknam¹

¹Laser and Plasma Research Institute, Shahid Beheshti University, Tehran

Abstract- Since the plasma sources have many applications, they have been widely interested in recent years. In this article, by presenting a three-dimensional (3-D) and self-consistent model of the rectangular surface wave plasma source, the plasma fluid equations are discretized by the finite-difference (FD) method in the chamber of the plasma source. Following this, the differential relations resulted from the nonlinear PDEs are solved by the relaxation method for the two plasma parameters, plasma density and electron temperature, in three dimensions. The problem is studied for the two different values of argon gas pressure in the plasma chamber.

Keywords: Surface wave plasma, finite-difference (FD) method, fluid model.

با معادلات موج ماکسول از طریق روش تفاضل-محدود حوزه-زمان می‌بایست که اهمیت این جفت شدگی در ارتباط با بسیاری از مسائل مربوط به پلاسمای آشکار است. لازم به ذکر است که مسئله انتشار موج در این ساختار پلاسمائی پیش‌تر مورد بررسی قرار گرفته است [۸].

۲-۲ معادلات سیالی

برای توصیف ماهیت پلاسمای در چشمۀ پلاسمای موج سطحی می‌توان از معادلات سیالی استفاده کرد. معادلات سیالی اینجا عبارتند از معادله پیوستگی و معادله بالانس انرژی که بعلت جرم سنگین‌تر یون‌ها، تنها برای گونه‌ی سبک‌تر نوشته می‌شوند. در ابتدا برای معادله پیوستگی الکترون (با صرفنظر از بازنگری الکترون-یون) داریم:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma_e = K_i n_e n_n \quad (1)$$

در این معادله n_e و n_n به ترتیب چگالی الکترون و اتم خنثی، K_i ضریب نرخ برای یونیزاسیون و Γ_e شار الکترون است که به شکل زیر تعریف می‌شود [۹]:

$$\Gamma_e = -\mu_e n_e E - \frac{k_B}{m_e v_{en}} \nabla(n_e T_e) \quad (2)$$

که در این رابطه μ_e و $D_e = \frac{k_B T_e}{m_e v_{en}}$ به ترتیب موبیلیتی و ثابت پخش الکترون، v_{en} فرکانس برخورد الکترون-خنثی با سطح مقطع برخورد ثابت و E میدان بارپسا است که از شرط پخش دوقطبی ($\Gamma_e = \Gamma_i$) به دست می‌آید؛ علاوه بر این شرط شبۀ خنثایت ($n_e \approx n_n$) صادق است. در اینجا فرض بر این است که حرکت یون‌ها از تابع توزیع ماکسولی پیروی کرده و دمای یون‌ها یکنواخت بوده و مقداری ثابت دارد؛ یعنی $\nabla T_i = 0$. همچنین k_B ثابت بولتزمن و n_n چگالی گاز زمینه با فشار p_n و دمای T_n می‌باشد که از معادله حالت گاز کامل (در اینجا آرگون) نوشته می‌شود:

$$n_n = \frac{p_n}{k_B T_n} \quad (3)$$

اکنون معادله بالانس انرژی الکترون را در نظر می‌گیریم:

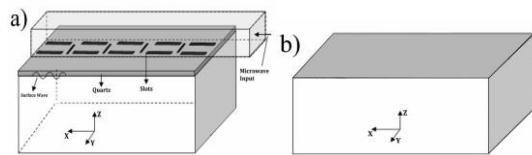
$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} n_e k_B T_e \right) + \nabla \cdot \mathbf{q}_e = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} P \right)_c \quad (4)$$

در این رابطه، \mathbf{q}_e چگالی شار انرژی الکترون (بر حسب Watt/m^2) بوده و برابر است با:

$$\mathbf{q}_e = \frac{5}{2} k_B T_e \Gamma_e - \frac{5 n_e k_B T_e}{2 m_e v_{en}} \nabla(k_B T_e) \quad (5)$$

۱- مقدمه

همان‌طور که می‌دانیم از چشمۀ‌های پلاسمایی در حوزه-های مختلف تکنولوژی استفاده می‌شود. درین این چشمۀ‌ها، نوعی که از طریق انتقال انرژی موج سطحی تولید می‌شود (چشمۀ پلاسمایی موج سطحی) خصوصیاتی بارز دارد. این چشمۀ‌ها تاکنون از لحاظ تئوری و تجربی بطور گسترده مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند [۱-۴]. ساختار محفوظه‌هایی که تاکنون بررسی شده‌اند، بیشتر به شکل استوانه‌ای بوده است؛ این در حالی است که استفاده از ساختار راست‌گوشه مزیت‌های ویژه‌ای را ایجاد می‌کند [۵-۷].



شکل ۱: (a) مدل سه بعدی چشمۀ پلاسمایی موج سطحی [۶]. (b) اتفاق راست‌گوشه حاوی پلاسمایی که در سه بعد مختصات دکارتی شبیه‌سازی می‌شود.

۲- معرفی مدل

۲-۱-۲- ساختار

در طراحی چشمۀ پلاسمائی مورد بحث، همان‌طور که در شکل ۱ مشخص است، یک موج‌گیر مستطیلی شکل به یک محفظه فلزی متصل شده است. این محفظه مکعب-مستطیلی شکل در ابتدا از گاز آرگون در فشاری مشخص (حدود ۷۵۰ میلی تور) پر می‌شود. روی دیواره بالایی اتفاق، یک لایه دی‌الکتریک از جنس کوارتز قرار داده شده که آتنن‌های شکافی در دیواره زیرین موج‌گیر روی لایه دی‌الکتریک تعییه شده‌اند. پلاسمای از طریق تزریق انرژی مایکروویو با فرکانس ۲،۴۵ گیگاهرتز از قسمت موج‌گیر به قسمت اتفاق، به چگالی بیشتر از چگالی بحرانی در 2.45 GHz رسیده و این امر پلاسمای فوق‌چگال را موجب می‌شود. در این شرایط مقدمات لازم برای انتشار موج سطحی فراهم شده و بدین ترتیب با انتقال مدادوم انرژی مایکروویو به محفظه، پلاسمای تشکیل شده نگهدار می‌گردد. در این مقاله سعی براین است که محفظه شامل پلاسمای آرگون (شکل ۱-۶) شبیه‌سازی شود؛ در حالیکه افق نهائی، جفت‌کردن (کوپل) معادلات سیالی در پلاسمای

اکنون سعی می‌کنیم تا روش حل دقیقی را بر اساس روش عددی تفاضل-محدود (FD) برای معادلات سیالی پلاسما پیدا نمائیم. برای این منظور نیاز است روی معادلاتی که قرار است با این روش حل شوند بیشتر متوجه شویم. شکل باز شده‌ی سمت چپ روابط (۹) و (۱۰) با استفاده از روابط پیشین عبارتند از:

$$\nabla \cdot \Gamma_e = -\frac{\mu_e D_i + \mu_i D_e}{\mu_e + \mu_i} \nabla^2 n_e \quad (11)$$

$$-\frac{\mu_i}{\mu_e + \mu_i} \frac{k_B n_e}{m_e v_{en}} \nabla^2 T_e - \frac{2\mu_i}{\mu_e + \mu_i} \frac{k_B}{m_e v_{en}} \nabla n_e \cdot \nabla T_e$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_e = -\frac{5}{2} \left(1 + \frac{\mu_i}{\mu_e + \mu_i} \right) k_B n_e D_e \nabla^2 T_e \quad (12)$$

$$-\frac{5}{2} \frac{\mu_e D_i + 4\mu_i D_e + \mu_e D_e}{\mu_e + \mu_i} k_B \nabla n_e \cdot \nabla T_e$$

$$-\frac{5}{2} \frac{\mu_e D_i + \mu_i D_e}{\mu_e + \mu_i} k_B T_e \nabla^2 n_e \quad (12)$$

$$-\frac{5}{2} \left(1 + \frac{\mu_i}{\mu_e + \mu_i} \right) \frac{k^2 B n_e}{m_e v_{en}} \nabla T_e \cdot \nabla T_e$$

همان‌طور که از روابط اخیر مشخص است با مسئله‌ای مواجه هستیم که سه متغیر مستقل داشته و برحسب عبارات شامل n_e و T_e و گرادیان‌های آن‌هاست. از این‌رو، می‌توان این دو معادله را با هم به عنوان یک دستگاه معادلات PDE غیرخطی در نظر گرفت. اما روابط (۱۱) و (۱۲) را می‌توان ساده‌تر نوشت:

$$a_1 \nabla^2 n_e + a_2 n_e \nabla^2 T_e + a_3 \nabla n_e \cdot \nabla T_e = (K_i n_n) n_e \quad (13)$$

$$b_1 n_e T_e \nabla^2 T_e + (b_2 + b_5 T_e) T_e \nabla^2 n_e + (b_2 + b_3 T_e) \nabla n_e \cdot \nabla T_e + b_4 n_e \nabla T_e \cdot \nabla T_e = P_{abs} - P_{coll} \quad (14)$$

که ضرائب a_i و b_i بحسب تحرک‌پذیری، ضریب پخش و سایر عبارات هستند که تنها به منظور درک بهتر این دو معادله تعريف شدند. در اینجا برای حل همزمان معادلات گسسته‌سازی شده تفاضل-محدود از روش واهلش متواالی (SOR) استفاده می‌شود که برای مسئله فعلی بهترین انتخاب است [۱۱-۱۲]. برای این منظور می‌بایست n_e و T_e را بصورت باقیمانده برای بکاربردن در روش SOR داشته باشیم. بنابراین سعی می‌شود که n_e از معادله (۱۳) و T_e از معادله (۱۴) استخراج گردد. در این صورت داریم:

$$n_e^{i,j,k} = \frac{\text{numerator}}{\text{denominator}} \equiv R_{n_e} \quad (15)$$

$$T_e^{i,j,k} = \frac{\text{numerator}}{\text{denominator}} \equiv R_{T_e} \quad (16)$$

طرف راست رابطه (۴) را که به عبارت برخوردی مشهور است می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} n_e k_B T_e \right) + \nabla \cdot \mathbf{q}_e = P_{abs} - P_{coll} \quad (6)$$

در این رابطه دو مکانیزم انتقال انرژی یونیزاسیون و تحريك (برانگیختگی) در عبارت P_{coll} و مکانیزم گرمای ژول در عبارت P_{abs} لحاظ می‌شود. برانگیختگی برای اتم ^{18}Ar فقط شامل گذار به حالت $4s$ و $4p$ است. همچنین از برخوردهای الکترون-یون به خاطر ضعیف-یونیزه بودن پلاسما صرف‌نظر می‌شود. بنابراین P_{abs} و P_{coll} به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$P_{abs} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \quad (7)$$

$$P_{coll} = n_e n_n K_i U_i + n_e n_n K_{4s} U_{4s} + n_e n_n K_{4p} U_{4p} \quad (8)$$

در این رابطه K ‌ها ضرائب نرخ و U ‌ها انرژی‌ها هستند که مقادیر مشخصی برحسب دمای الکترون دارند [۱۰].

در اکثر کاربردها، معادلات سیالی حاکم بر پلاسما از طریق روش عددی تفاضل-محدود حوزه-زمان با معادلات موج ماکسول، کوپل شده و حل می‌شوند. در اینجا برای تحلیل مسئله ابتدا دو بازه زمانی متفاوت معرفی می‌شود. یک بازه زمانی ΔT_{fluid} که فرض می‌شود تغییرات زمانی کمیت‌های سیال در خلال آن انجام می‌گیرد. بازه زمانی دیگر ΔT_{FDTD} است که روش FDTD برای حل معادلات ماکسول به کار می‌گیرد. نکته مهم این است که در ΔT_{FDTD} محاسبات، معمولاً ΔT_{fluid} خیلی بزرگ‌تر از $\frac{\partial}{\partial t}$ می‌باشد؛ به طوری که حتی پس از سپری شدن چندین گام زمانی روش نوسان مایکرویو (ΔT_{fluid}) قطعاً بدون تغییر خواهد ماند. از این‌رو، می‌توان پارامترهای پلاسما در حالت شبیه‌پایا ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$) بررسی کرد. بنابراین می‌توان معادلات (۱) و (۶) را به شکل‌های زیر کاهش داد:

$$\nabla \cdot \Gamma_e = K_i n_e n_n \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_e = P_{abs} - P_{coll} \quad (10)$$

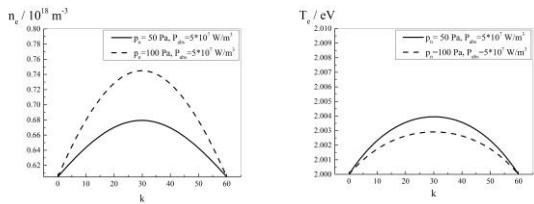
این دو معادله، شکل نهائی معادلات سیالی مورد استفاده برای شبیه‌سازی چشممه‌ی پلاسمای موج سطحی هستند.

۳- بحث و نتایج

۳-۱- روش حل عددی

بعد از مشخص شدن روابط اصلی و مفاهیم فیزیکی مسئله،

چشمی پلاسمای موج سطحی راست‌گوش حل شده و توزیع فضائی دو پارامتر اصلی پلاسما در تمام دامنه محاسباتی تعریف شده مشخص گردد. بدین ترتیب گامی دیگر در جهت نیل به هدف جفت‌سازی (کوپل) معادلات موج ماسکول با معادلات سیالی در پلاسما برداشته شد.



شکل ۲: تغییرات چگالی پلاسما (چپ) و دمای الکترون (راست) در مرکز ساختار مکعبی بر حسب ارتفاع آتفاک پلاسما. نتایج شبیه‌سازی برای یک مقدار توان جذب شده و دو مقدار فشار گاز مشخص شده‌اند.

مراجع

- [1] H. Sugai, I. Ghanashev and M. Nagatsu, *High-density flat plasma production based on surface waves*, **Plasma Sourc. Sci. Tech.** 7 (1998) 192–205.
- [2] M. Nagatsu, S. Morita, I. Ghanashev, A. Ito, N. Toyoda, and H. Sugai, *Effect of slot antenna structures on production of large-area planar surface wave plasmas excited at 2.45 GHz*, **J. Phys. D, Appl. Phys.** 33 (2000) 1143–1149.
- [3] M. Nagatsu, K. Naito, A. Ogino, and K. Ninomiya, *Characteristics of surface-wave and volume-wave plasmas produced with internally mounted large-area planar microwave launcher*, **Appl. Phys. Lett.** 87 (2005) 161501-1–161501-3.
- [4] M. Nagatsu, K. Naito A. Ogino, and S. Nanko, *Production of large-area surface-wave plasmas with an internally mounted planar cylindrical launcher*, **Plasma Sourc. Sci. Tech.** 15 (2006) 37–41.
- [5] Z. Chen, M. Liu, P. Zhou, W. Chen, C. Lan and X. Hu, *A novel structure of slot-antenna array for producing large-area planar surface-wave plasmas*, **Plasma Sci. Technol.** 10 (2008) 655–660.
- [6] C. Lan, Z. Chen, M. Liu, Z. Jiang and X. Hu, *Three-dimensional numerical simulation of surface-wave plasma source*, **Plasma Sci. Tech.** 11 (2009) 66–70.
- [7] C. Lan, X. Hu, Z. Jiang and M. Liu, *Effect of air gap on uniformity of large-scale surface-wave plasma*, **Chin. Phys. Lett.** 26 (2009) 115201-1–115201-4.
- [8] A. R. Niknam, M. Menati, M. Hashemzadeh, and M. M. Zahedi, *Fundamentals of slot antenna designing for application in surface wave plasma sources*, **IEEE Trans. Plasma Sci.** 40 (2012) 470–480.
- [9] M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg, *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*, New York: Wiley, 2005.
- [10] S. Ashida, C. Lee and M. A. Lieberman, *Spatially averaged (global) model of time modulated high density argon plasmas*, **J. Vac. Sci. Tech. A** 13 (1995) 2498–2507.
- [11] B. Carnahan, H. A. Luther, and J. O. Wilkers, *Applied Numerical Methods*, Wiley, 1969.
- [12] M. N. O. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, CRC Press, 2001.

که $n_e^{i,j,k}$ و $T_e^{i,j,k}$ مقدار چگالی و دمای الکترون مناسب به هر نقطه از شبکه بندی تفاضل-محدود هستند. در این روابط صورت و مخرج کسر عباراتی بر حسب n_e و (i, j, k) دارند که در نقاطی غیر از نقطه مجھول (i, j, k) تعریف شده‌اند؛ بنابراین برای استفاده در روش SOR مناسب هستند. در نهایت، مقدار محاسباتی برای $n_e^{i,j,k}$ و $T_e^{i,j,k}$ بدین صورت خواهد بود [۱۱-۱۲]:

$$R_1 \equiv \omega(R_{n_e} - n_e^{i,j,k}) \Rightarrow n_e^{i,j,k} = n_e^{i,j,k} + R_1 \quad (17)$$

$$R_2 \equiv \omega(R_{T_e} - T_e^{i,j,k}) \Rightarrow T_e^{i,j,k} = T_e^{i,j,k} + R_2 \quad (18)$$

در این روابط، ω فاکتور واهلش و R_1 و R_2 به ترتیب مقدار باقیمانده برای $n_e^{i,j,k}$ و $T_e^{i,j,k}$ هستند. همچنین شرط مرزی زیر که معروف وجود غلاف پلاسمائی در مجاورت دیواره‌هاست لحاظ می‌شود که در آن $\Gamma_{e\perp}$ و $q_{e\perp}$ مؤلفه‌های عمود بر دیواره‌ها بوده و u_B سرعت بوهم است [۹]:

$$\Gamma_{e\perp} = n_e|_{sheath} u_B = 0.605 n_e|_{bulk} \sqrt{\frac{k_B T_e|_{sheath}}{m_i}} \quad (19)$$

$$q_{e\perp} = k_B T_e|_{sheath} \left(2.5 + \ln \sqrt{\frac{m_i}{2\pi m_e}} \right) \Gamma_{e\perp} \quad (20)$$

۲-۳ - شبیه‌سازی و نتایج

روابط تفاضلی به دست آمده در قسمت قبل با وارد شدن در کدی که بر اساس روش واهلشی مقداری را به هر نقطه از فضای محاسباتی نسبت می‌دهد، به پاسخ‌هایی با کمترین خطای همگرا می‌شوند. مقدار اولیه به صورت $T_{e0} = 2.0 \text{ eV}$ و $n_{e0} = 1.0 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$ چگالی پلاسما و دمای الکترون درنظر گرفته می‌شود که با فرضیات اولیه مطابقت دارند. نتایج شبیه‌سازی در قالب شکل ۲ ارائه می‌گردد. این شکل‌ها به طور کلی برای دو حالت مختلف فشار گاز آرگون p_n و یک مقدار توان جذب شده در پلاسما P_{abs} رسم شده‌اند. همان‌طور که مشخص است با افزایش فشار گاز، چگالی افزایش و دما کاهش می‌یابد. در این قسمت به همین نتیجه بسته می‌کنیم، چراکه توجیه کامل‌تر زمانی قابل ارائه خواهد بود که مسئله اخیر بعد از لحاظ کوپل‌شدنی و اضافه شدن انتشار موج بررسی گردد.

۴ - نتیجه‌گیری

در این پژوهش سعی شد معادلات سیالی در محفظه