خلق ذره در حضور محیط

حسین محمدی، مرتضی سلطانی و فردین خیراندیش

گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان

ایران، اصفهان، خیابان هزارجریب

چکیده - در این مقاله ما یک میدان اسکالر اتلافی بدون جرم ۱+۱ بعدی که از شرایط مرزی رابین پیروی می کند را برای یک سطح متحرک نانسبیتی در نظر گرفتیم، تا به بررسی خلق ذره به وسیله یک مرز متحرک بپردازیم. ما یک لاگرانژین برای میدان اسکالر اتلافی در نظر گرفتیم و با استفاده از معادلات اویلر لاگرانژ معادلات ساختاری مربوط به میدان و محیط را محاسبه کرده ایم. تبدیلات بوگولیوبوف بین عملگر های بوزونی ورودی و خروجی میدان اتلافی را بدست آورده ایم، که به ما اجازه میدهد توزیع طیفی ذرات خلق شده را محاسبه کنیم. به علاوه ما نتایج خود را برای برای خلق ذره در حضور محیط به کار برده ایم. ما مشاهده خواهیم کرد که در این حالت شرایط مرزی دریکله و نیومن دارای طیف یکسانی نیستند.

کلید واژه - خلق ذره ، میدان اسکالر اتلافی، شرایط مرزی رابین ، تبدیلات بوگولیوبوف

Particle creation in the presence of medium

H. Mohammadi, M. Soltani, F. Kheirandish

Department of physics, University of Isfahan,

Hezar Jarib Ave, Isfahan, Iran

Abstract - In this paper particle creation is extended to a dissipative massless scalar field in 1+1 dimension satisfying a Robin boundary condition (BC) at a non-relativistic moving boundary. For this purpose we define a Lagrangian for scalar field and then constitutive equations for the scalar field and medium are obtained as the Euler-Lagrange equations using the Lagrangian of a total system. We derive input and output bosonic field operators. This allows us to calculate the spectral distribution of created particles. In addition we applied our result for particle creation in presence of medium. We will see in the presence of medium Dirichlet and Neumann BC do not have same spectrum.

Keywords: particle creation, dissipative massless scalar field, Robin boundary condition (BC), Bogoliubov transformation

مقدمه

اتلاف یک پدیده همه جا حاضر در سیستم های فیزیکی واقعی است. طبیعت کوانتومی آن با در نظر گرفتن نوسان هماهنگ میرا شده، برای سیستم های اتلافی در کلاسیک روشن شده است [1]. در اجسام در حال حرکت یا پدیده هایی از قبیل مکانیسم واهمدوسی[2] یا انرژی کازمیر[3] که اتلاف با خلق ذرات همراه است با توجه به پایستگی انرژی کل سیستم (میدان+ محیط)، اتلاف به جزئیات جفت شدگی بین میدان و محیط نیز وابسته می باشد. که این جزئیات قالباً به شکل شرایط مرزی در می آیند. در این مقاله ما یک میدان اسکالر بدون جرم اتلافی که از شرط مرزی رابین مطابق رابطه زیر پیروی می کند را برای یک مرز متحرک از $-\infty$ تا $x=\delta q(t)$ در نظر گرفته ایم.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}(t,\vec{\mathrm{X}}_0)=\frac{1}{\beta}\phi(t,\vec{\mathrm{X}}_0) \qquad (۱)$$

که در آن $\vec{\mathrm{X}}_0 \in \Sigma$، Σ مربوط به سطح مرزی مسآله و $\partial/\partial n$ مشتق نرمال نسبت به مرز Σ می باشد. و β یک پارامتر که مقیاس زمانی مرتبط با زمان تاخیر(تغییر فاز) از سطح رابین را نشان می دهد. شرایط مرزی دیریکله و نیومن به ترتیب با $\beta\to 0$ و $\beta\to\infty$ از معادله (۱) بدست خواهند آمد.

۱- تبدیلات بوگولیوبوف برای عملگرهای میدان ورودی و خروجی

در چارچوب مرجع متحرک معادله (۱) برای میدان اسکالر به شکل

$$\frac{\partial \phi'}{\partial n}(t,\vec{\mathrm{X}}_0)=\frac{1}{\beta}\phi'(t,\vec{\mathrm{X}}_0) \qquad (2)$$

که در چارچوب مرجع آزمایشگاه با نادیده گرفتن جمله $\delta\dot{q}^2(\mathrm{t})$ بدست خواهیم آورد.

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}+\delta\dot{q}(\mathrm{t})\frac{\partial}{\partial t}\right]\phi(t,\delta q(t))=\frac{1}{\beta}\phi(t,\delta q(t)) \qquad (۳)$$

که در [4] با در نظر گرفتن اثر حرکت به عنوان یک اختلال کوچک و با فرض این که موقعیت محیط در حال حرکت در حالت نهایی و اولیه یکسان است حل گردیده است. همان گونه که ما میدانیم، برای یک میدان اسکالر بدون جرم اتلافی می توانیم با توجه به لاگرانژین مربوط به یک میدان اسکالر بدون جرم اتلافی بدست آوریم.

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\varepsilon(\omega,\vec{\mathrm{r}})\omega^2\right]\phi(\omega,\vec{\mathrm{r}})=i\omega\vec{P}^N(\omega,\vec{\mathrm{r}}) \qquad (4)$$

که در آن ما از تعاریف زیر استفاده کرده ایم

$$\vec{P}^N(\omega,\vec{\mathrm{r}})=\int_0^\infty d\omega\, f(\omega,\vec{\mathrm{r}})\vec{Y}^N_\omega(\omega,\vec{\mathrm{r}}) \qquad (5)$$

$$\chi(t-t';\omega)=\int_0^\infty d\omega\, f^2(\omega,\vec{\mathrm{r}})G(t-t';\omega) \qquad (6)$$

به راحتی می توان نشان داد که برای میدان اسکالر بدون جرم اتلافی نامختل حل معادله (۴) که از شرایط مرزی رابین پیروی میکند، به صورت زیر بدست می آید.

$$\phi_0(\omega,x)=\int_0^\infty\int_0^\infty dk\,d\omega\frac{N_k(\omega)}{\left(k^2-\varepsilon(\omega)\omega^2\right)}\left[\sin kx+\beta k\cos kx\right] \times\left[\Theta(\omega)\hat{a}_{in}(k,\omega)-\Theta(-\omega)\hat{a}^\dagger_{in}(k,-\omega)\right] \qquad (7)$$

با $N_k(\omega)=\sqrt{\frac{4\pi\omega^2\,\mathrm{Im}\,\varepsilon(\omega)}{(1+\beta^2k^2)}}$. و در آن Θ تابع پله می باشد. و عملگر های بوزونی $\hat{a}_{in}(k,\omega)$ و $\hat{a}^\dagger_{in}(k,-\omega)$ از روابط جابجایی زیر پیروی می کنند.

$$\left[\hat{a}(k,\omega),\hat{a}^\dagger(k',\omega')\right]=2\pi\delta(k-k')\delta(\omega-\omega') \qquad (8)$$

برای قسمت مختل شده ما مجبور به محاسبه تابع گرین پیشرفته و تاخیری معادله(۴) که در معادله ی زیر صدق میکند می باشیم.

$$(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+n^2(\omega)\omega^2)\,\mathrm{G}(\omega,\mathrm{x},\mathrm{x}')=\delta(\mathrm{x}-\mathrm{x}') \quad (9)$$

که $n(\omega)=\sqrt{\varepsilon(\omega)}$. به راحتی میتوان نشان داد که

$$G_R^{ret}(w,0,x)=\int dk\,\frac{\beta}{(1-ik\beta)}\frac{e^{ikx}}{\left(k^2-\varepsilon(\omega)\omega^2\right)} \quad (10)$$

و برای تابع گرین پیشرفته

$$G_R^{adv}(w,0,x)=\int dk\,\frac{\beta}{(1+ik\beta)}\frac{e^{-ikx}}{\left(k^2-\varepsilon(\omega)\omega^2\right)} \quad (11)$$

اکنون ما از معادلات بین میدان اسکالر ورودی و خروجی که در [4] تحت شرایط مرزی رابین برای یک مرز متحرک در چارچوب مرجع آزمایشگاه با در نظر گرفتن اثر حرکت به عنوان یک اختلال کوچک بدست آمده اند، داریم

$$\begin{aligned}\phi_{out}(\omega,x)&=\phi_{in}(\omega,x)\\&+[G_R^{ret}(\omega,0,x)-G_R^{adv}(\omega,0,x)]\\&\times\left[\frac{\partial}{\partial x}\delta\phi(\omega,0)-\frac{\delta\phi(\omega,0)}{\beta}\right]\end{aligned} \quad (12)$$

که $\phi_{out}(\omega,x)=\lim_{t\to+\infty}\phi(t,x)$ ، $\phi_{in}(\omega,x)=\lim_{t\to-\infty}\phi(t,x)$

و

$$\frac{\partial}{\partial x}\delta\phi(\omega,0)-\frac{\delta\phi(\omega,0)}{\beta}=\frac{1}{\beta}\int\frac{d\omega'}{2\pi}\left\{\frac{\partial\phi_0}{\partial x}(\omega,0)+\omega\omega'\phi_0(\omega,0)\right\} \quad (۱۳)$$

حال با استفاده از روابط (۱۰) ،(۱۲) و (۱۵) وجای گذاری در رابطه (۱۴) رابطه بین عملگر های میدان بوزونی ورودی و خروجی که شکل یک تبدیل بوگولیربوف را دارا می باشند، را میتوان به صورت زیر بدست آورد..

$$\begin{aligned}\hat{a}_{out}(k,\omega)&=\hat{a}_{in}^{\dagger}(k,\omega)\\&+\frac{2i\sqrt{k}}{\sqrt{1+k^2\beta^2}}\int\frac{d\omega'}{2\pi}[1+\beta^2\omega\omega']\\&\times\int_0^\infty\frac{dk'}{\sqrt{1+k'^2\beta^2}}\frac{k'}{\left(k'^2-\varepsilon(\omega')\omega'^2\right)}\\&\times\left[\Theta(\omega)\hat{a}_{in}(k,\omega)-\Theta(-\omega)\hat{a}_{in}^{\dagger}(k,-\omega)\right]\delta Q(\omega-\omega')\end{aligned} \quad (۱٤)$$

که در آن $\delta Q(\omega-\omega')$ تبدیل فوریه $\delta q(t)$ می باشد.

3-طیف فرکانسی

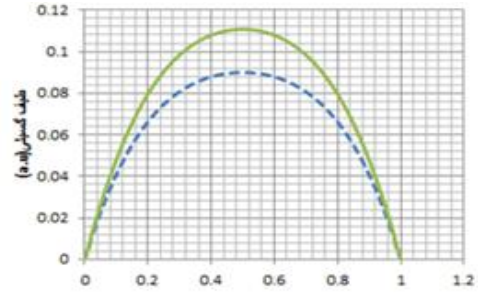
برای محاسبه تعداد ذرات خلق شده با فرکانس بین ω و $\omega+d\omega(\omega\succ 0)$ از رابطه زیر استفاده می شود.

$$\frac{dN(\omega)}{d\omega}d\omega=\int dk\left\langle 0_{in}\left|\phi^{\dagger}{}_{out}(\omega,\mathrm{x})\phi_{out}(\omega,\mathrm{x})\right|0_{in}\right\rangle \quad (15)$$

با توجه به رابطه (۷) و رابطه مربوط به عملگر میدان خروجی توزیع طیفی ذرات خلق شده برای میدان اسکالر اتلافی به صورت زیر بدست خواهد آمد. که این معادله یک عبارت کلی برای طیف ذرات خلق شده می باشد و می توان برخی از حالت های خاص از جمله [4] را از آن محاسبه کرد.

$$\begin{aligned}\frac{dN(\omega)}{d\omega}d\omega&=\frac{\delta q_0{}^2T}{2\pi}\int_0^\infty dk\,\frac{4k}{\pi^2(1+k^2\beta^2)}\\&\times\frac{\varepsilon_I(\omega)}{\omega^2\left(\left|\frac{k^2}{\omega^2}-\varepsilon_r(\omega)\right|^2+\left|\varepsilon_I(\omega)\right|^2\right)}\\&\times\int_0^\infty dk'\,\frac{k'[1-\beta^2\omega(\omega_0-\omega)]^2}{(1+k'^2\beta^2)}\\&\times\frac{\varepsilon_I(\omega_0-\omega)\Theta(\omega_0-\omega)}{(\omega_0-\omega)^2\left(\left|\frac{k^2}{\omega^2}-\varepsilon_r(\omega_0-\omega)\right|^2+\left|\varepsilon_I(\omega_0-\omega)\right|^2\right)}\end{aligned} \quad (16)$$

که در آن از رابطه $\left|\delta Q(\omega)\right|^2 \simeq \frac{\pi}{2}\delta q_0^2 T\left[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)\right]$، که تداعی کننده دو پیک خیلی باریک حول $\omega=\pm\omega$ می باشد استفاده شده است. با رسم رابطه (۱۶) بر حسب ω در شکل (۱)



شکل۱: در این شکل طیف گسیلی ذرات برای میدان اتلافی با حالت غیر اتلافی(خط چین) برای β=1 و $w_0=1$ رسم گردیده است.

مشاهده خواهیم کرد که میدان اسکالر بدون جرم اتلافی باعث افزایش خلق ذره نسبت به حالت میدان اسکالر بدون جرم غیر اتلافی خواهد شد و این بدین دلیل است که مطابق با قضیه افت و خیز اتلاف میدان اتلافی باعث تغییر افت و خیزهای خلا خواهد شد. همچنین همان گونه که در شکل (۲) نشان داده شده است حضور محیط نیز به تنهایی باعث تغییر افت وخیزها و در نتیجه افزایش خلق ذره خواهد گردید. از معادله (۱۸) واضح است که در حد $\varepsilon_I \to 0$ داریم

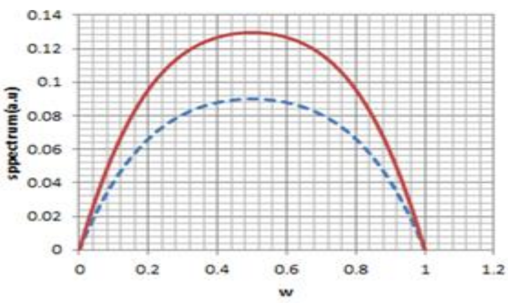
$$\frac{dN(\omega)}{d\omega}d\omega=\frac{\delta q_0^2 T n^2(\omega)\omega(\omega_0-\omega)}{2\pi} \times\frac{[1-\beta^2\omega(\omega_0-\omega)]^2\theta(\omega_0-\omega)}{[(1+n^2(\omega)\beta^2\omega^2)][1+n^2(\omega)\beta^2(\omega_0-\omega)^2]} \tag{17}$$

که در این حالت شرایط مرزی دریکله $\beta\to 0$ و نیومن $\beta\to\infty$ دارای طیف یکسانی نیستند. زیرا برای شرط دریکله ما بدست می آوریم

$$\frac{dN(\omega)}{d\omega}d\omega=\frac{\delta q_0^2 T}{2\pi}n^2(\omega)\omega(\omega_0-\omega)\theta(\omega_0-\omega) \tag{18}$$

و برای مورد نیومن خواهیم داشت

$$\frac{dN(\omega)}{d\omega}d\omega=\frac{\delta q_0^2 T}{2\pi}\frac{\omega(\omega_0-\omega)}{n^2(\omega)}\theta(\omega_0-\omega) \tag{19}$$



شکل2: در این نمودار تأثیرات ناشی از حضور محیط بر روی خلق ذرات برای میدان اسکالر نمایش داده شده است. نمودار خط چین در صورت عدم حضور محیط و نمودار تو پر برای یک محیط با n=1.5 و β=1 و $w_0=1$ رسم گردیده است.

قابل ذکر است که سطح زیر نمودار های ترسیم شده در شکل (۱) و (۲) تعداد کل ذرات خلق شده را نشان می دهد.

نتیجه گیری

در این مقاله خلق ذره با در نظر گرفتن یک میدان اسکالر بدون جرم اتلافی برای یک مرز متحرک نانسبیتی مورد بررسی قرار گرفت و با مورد میدان غیر اتلافی مقایسه گردید. و مشاهده گردید که خلق ذره برای میدان اتلافی نسبت به میدان غیر اتلافی افزایش می یابد. همچنین نشان داده شد که حضور ماده نیز باعث افزایش تعداد ذرات خلق شده میگردد.

مراجع

[1] R. Loudon, *Quantum Theory of Light* (Oxford University Press, New York, 1983).

[2] Dalvit D A R and Maia Neto P A **Phys. Rev**. **lett**, 84, 789 (2000).

[3] Eberlen C 1996 **Phy. Rev. lett**.76 3842

[4] B Mintz, C Farina, P A Maia Neto and R B Rodrigues **J .Phys. A**:math. Gen. 3911325-11333(2006)