



## اندازه گیری نسبت اشتربیل برای یک سیستم اپتیک تطبیقی شبیه سازی شده

عبدالرحیم بهاروند<sup>۱</sup>، محمد مرادی و صغیری محمدی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه لرستان، <sup>۲</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهرکرد

<sup>۳</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه لرستان

چکیده- انتشار پرتوهای الکترومغناطیس و مخصوصاً پرتو لیزر در جو آشفته همواره با چالش هایی روبرو است. پرتوهای ذکر شده هنگام انتشار در جو به وسیله پدیده های فیزیکی مانند پراش و آشفتگی، به طور کاتوره ای واپیچیده می شود که در این حالت حل تحلیلی مناسبی برای انتگرال فرلن وجود ندارد. در این حالت حل عددی برای این گونه مسائل راه گشاست. برای بررسی تاثیر جو آشفته بر پرتو لیزر ابتدا با استفاده از چند جمله ای های زرنیک و به کمک برنامه نویسی متلب جو آشفته که از صفحات فاری کاتوره ای تشکیل شده، شبیه سازی می شود. در این مقاله هدف اندازه گیری نسبت اشتربیل یک سیستم اپتیک تطبیقی است. برای این منظور بعد از شبیه سازی جو آشفته و در نظر گرفتن کمیت ها بر حسب یکاهای مناسب نسبت اشتربیل این سیستم اپتیک تطبیقی مورد بررسی قرار می گیرد.

کلیدواژه: آشفتگی جو، صفحات فارکاتوره ای، چند جمله ای های زرنیک، سیستم اپتیک تطبیقی، نسبت اشتربیل.

## Measurment of Strehl Ratio for an Adaptive Optic System simulation

Abdulrahim Baharvand<sup>1</sup>, Mohammad Moradi<sup>2</sup> and Soghra Mohammady<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Faculty of Science, Lorestan University, <sup>2</sup> Department of Physics, Faculty of Science, Sharecord University

**Abstract** - Propagation of electromagnetic radiation , especially laser beam in a turbulent atmosphere is always faced with challenges. Beams propagating in the atmosphere when mentioned by physical phenomena such as diffraction and turbulence , a random to be distorted in this case an analytical solution for the Fresnel integral does not exist. The numerical solution for such problems is resourceful way. To evaluate the effect of atmospheric turbulence on the laser beam using MATLAB programming polynomial Zernike and help the turbulent atmosphere composed of a random phase pages , are simulated .The purpose of this paper is to measure the ratio Strehl an adaptive optics system . For this purpose, the simulation of the turbulent atmosphere and consider the quantity in terms of appropriate units Strehl adaptive optics system is investigated.

**Keywords:** atmosphere turbulence, a random phase plates, Zernike polynomials, adaptive optics system,

جو آشفته به صورت صفحات فازی کاتوره ای به کمک جملات زرنیک و برنامه نویسی مطلب شبیه سازی شده است.

در این مقاله هدف اندازه گیری نسبت اشتربیل سیستم اپتیک تطبیقی است. این نسبت به صورت نسبت شدت در مرکز صفحه تصویر برداری با وجود ابیراهی به شدت در مرکز تصویر در غیاب ابیراهی (حد پراش نظری) تعریف می شود.

## ۲-روش انجام کار

در ابتدا با استفاده از برنامه نویسی مطلب جو آشفته را که به شکل صفحات فازی تعریف شده است شبیه سازی می شود، سپس انتشار یک پرتو گاووسی در جو شبیه سازی شده بررسی می گردد. به این صورت که پرتو گاووسی پس از عبور از صفحات فازی به دلیل ابیراهی و اعوجاج موجود در جو دچار انحراف می شود و بر روی صفحه تصویر پرتوی گاووسی ابیراهی دار مشاهده می گردد. هدف سیستم اپتیک تطبیقی این است که میزان این ابیراهی را به حداقل برساند. نسبت اشتربیل کمیتی است که میزان کیفیت تصویر را نشان می دهد. با اندازه گیری نسبت اشتربیل این سیستم می توان کیفیت تصویر بدست آمده را سنجید.

برای اندازه گیری نسبت اشتربیل ابتدا باید شدت پرتو گاووسی در هر نقطه بر روی صفحه تصویر اندازه گیری شود. با استفاده از رابطه زیر می توان شدت را در هر نقطه بدست آورد.

برای هر باریکه همدوس با طول موج  $\lambda$  می توان شدت نور در نقطه  $p$  را بر روی تصویر یا صفحه کانونی که در فاصله  $Z$  قرار دارد، به صورت زیر نوشت [3]

$$I(P) = \left( \frac{Aa^2}{\lambda R^2} \right)^2 \left| \int_0^1 \int_0^{2\pi} e^{i[k\varphi - v\rho \cos(\theta - \psi) - \frac{1}{2}u\rho^2]} \rho d\rho d\theta \right|^2 \quad (1-2)$$

در اینجا مردمک دایره ای دارای شعاع  $a$  و مختصات  $\rho$  و  $\theta$ ، صفحه تصویر دارای مختصات قطبی  $r$  و  $\psi$ ، مختصه  $Z$  عمود بر صفحه مردمک،  $R$  میزان کج شدگی از مرکز مردمک تا نقطه  $P$ ،  $k = 2\pi/\lambda$ ،  $v, k\varphi$  و  $u$  نشان-دهنده انحراف فاز کرده کامل حول مبدأ صفحه کانونی

## ۱- مقدمه

یکی از راه های ارزیابی عملکرد سیستم اپتیک تطبیقی استفاده چند جمله ای های زرنیک به صورت نمایش آینه های تغییر شکل پذیر است.

برای توصیف ابیراهی های فاز ناشی از تلاطم جو از چند جمله ای های زرنیک استفاده می شود [1].

در این مقاله ابتدا جو آشفته به کمک چند جمله ای های زرنیک شبیه سازی شده و سپس نسبت اشتربیل یک سامانه اپتیک تطبیقی محاسبه شده است. الگوریتم شبیه سازی صفحات فازی با استفاده از چند جمله ای های زرنیک در مرجع [2] آورده شده است.

یک مجموعه از چند جمله ای هایی که بر روی دایره به صورت متعامد قرار دارند، توسط زرنیک معرفی شد که دارای خاصیت های بسیار مفیدی هستند. این سری ها، سری های زرنیک نامیده شده و به صورت ترکیبی از مجموع جمله های سری های توانی با ضریب های مناسب بهنجار شده می باشد. چند جمله ای های زرنیک یک دسته از چند جمله ای های متعامد هستند که در توصیف یک تابع موج پیشرونده در سیستم های اپتیکی با مردمک های دایروی بکار می روند. چند جمله ای های زرنیک به دو دسته به ترتیب فرد و زوج تقسیم می شوند که به صورت زیر بدست می آیند:

$$U_n^m(\rho, \Phi) = R_n^m(\rho) \sin(m\theta) \quad (1-1)$$

$$U_n^m(\rho, \Phi) = R_n^m(\rho) \cos(m\theta) \quad (2-1)$$

$$\begin{aligned} \Phi(\rho, \theta) = A_{00} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=2}^{\infty} A_{n0} R_n^0 \left( \frac{\rho}{R} \right) + \\ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n [A_{nm} \cos m\theta + \\ B_{nm} \sin m\theta] R_n^m \left( \frac{\rho}{R} \right) \end{aligned} \quad (3-1)$$

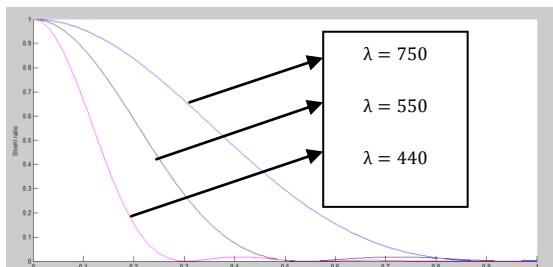
یک صفحه فاز کاتورهای با شعاع واحد به صورت زیر بر حسب حاصل ضرب چند جمله ای های زرنیک و ضرایب زرنیک به دست می آید:

$$\Phi(R\rho, \theta) \approx \sum_{i=1}^{n_z} a_i Z_i(\rho, \theta) \quad (4-1)$$

نسبت اشترييل به عواملی همچون اندازه دهانه لیزر به صورت مستقيم و طول موج پرتو گاوسی و مسافتی که پرتو در آن منتشر می شود به صورت وارون و غیره بستگی دارد.

### ۳-۱ محاسبه نسبت اشترييل در حالت طول موج متغير

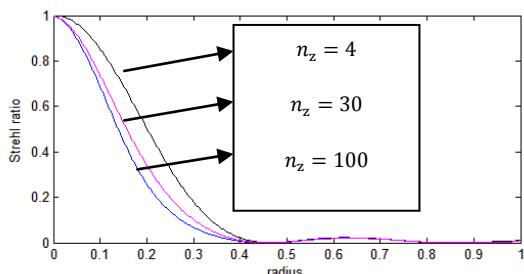
در اين حالت دیگر پارامترها ثابت در نظر گرفته شده و تنها اثر تغیيرات طول موج بررسی می شود.



شکل (۲): تغیيرات نسبت اشترييل بر حسب طول موج های مختلف

### ۳-۲ محاسبه نسبت اشترييل برای مدهای زرنیک متفاوت

شکل صفحه فازی به تعداد مدهای زرنیک استفاده شده بستگی دارد به صورتی که یک صفحه فازی کاتوره ای برابر جمع حاصل ضرب ضرايب زرنیک در مدهای زرنیک است.



شکل (۳): تغیيرات نسبت اشترييل بر حسب مدهای زرنیک متفاوت. هرچه تعداد مدها بيشتر می شود، افت نمودار بيشتر می شود.

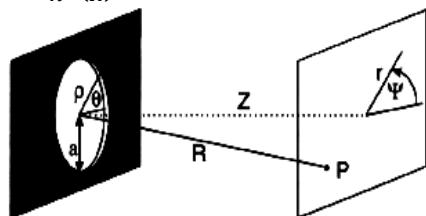
### ۳-۳ محاسبه نسبت اشترييل برای فواصل Z مختلف

در اين حالت هرچه ميزان اين فاصله بيشتر باشد، ميزان كج شدگی و انحراف وارد بر جبهه موج بيشتر می شود و

است. برای سادگی مختصات بهنجارشده را در صفحه کانونی به صورت زیر در نظر می گيريم:

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{a}{R} \right)^2 z \quad (2-2)$$

$$v = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{a}{R} \right) r \quad (3-2)$$



شکل (۱): دستگاه مختصات محاسبه پراش با ابيراهی  $\varphi$  اگر هیچ نوع ابيراهی وجود نداشته باشد، شدت بر روی محور بیشینه می شود ( $r = 0$ ) که آن را نقطه تصویرگوسي می نامند.

$$I_{\varphi=0}(P_{r=0}) = \pi^2 \left( \frac{Aa^2}{\lambda R^2} \right)^2 = \left( \frac{\pi^2 a^4}{\lambda^2 R^2} \right) I_{z=0} \quad (4-2)$$

با ترکیب روابط (۱-۲) و (۴-۲) می توان نسبت اشترييل را چنین به دست آورد:

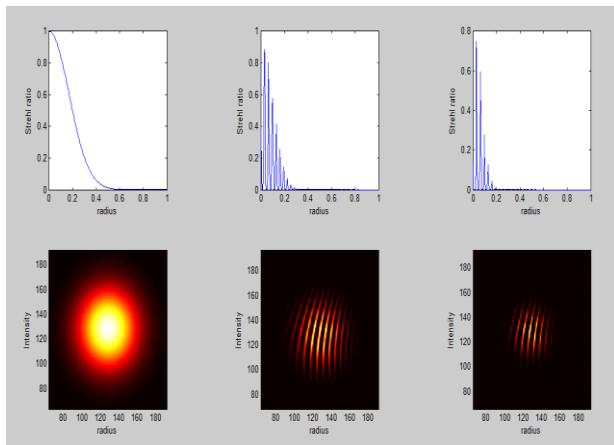
$$S = \frac{I(P)}{I_{\varphi=0}} = \frac{1}{\pi^2} \left| \int_0^1 \int_0^{2\pi} e^{i[k\varphi - v\rho \cos(\theta - \psi) - \frac{1}{2}up^2]} \rho d\rho d\theta \right|^2 \quad (5-2)$$

دهانه بزرگتر، طول موج کوتاهتر یا مسافت منتشر شده کوتاهتر، باعث افزایش بیشینه شدت در صفحه کانونی می شود. تمام دستگاههایی که دارای هر نوع ابيراهی باشند،  $\varphi_p > 0$ ، نسبت اشترييل آنها از یک کوچکتر است. برای ابيراهی های کوچک، وقتی کج شدگی حذف شود و صفحه کانونی به کانون گاوسی خود منتقل شود، جمله های خطی و درجه دوم درتابع نمایی رابطه (۵-۲) از بین می روند. اگر ابيراهی های باقیمانده را که اکنون در اطراف یک كره نسبت به نقطه  $P$  جمع شده با  $\varphi_p$  نشان دهیم، نسبت اشترييل به صورت زیر ساده می شود:

$$S = \frac{1}{\pi^2} \left| \int_0^1 \int_0^{2\pi} e^{i[k\varphi]} \rho d\rho d\theta \right|^2 \quad (6-2)$$

که چگونگی تأثير جبهه موج بر کاهش انتشار را نشان می دهد. اگر باریکه بدون ابيراهی در مردمک قرار داشته باشد،  $\varphi_p = 0$ ، نسبت اشترييل به مقدار واحد کاهش می یابد،  $S = 1$  یعنی شدت در کانون دارای پراش محدود است.

### ۳- نسبت اشترييل



شکل(۶): تغییرات نسبت اشتربیل و شدت پرتو گاووسی در حالت های بدون ابیراهی و با ابیراهی با وجود یک و دو صفحه فازی (از چپ به راست).

#### ۴- نتیجه گیری

در بررسی های انجام شده این نتیجه بدست آمد که نسبت اشتربیل کمیت بسیار مناسبی است برای سنجش میزان کیفیت تصویری که از عبور پرتو در یک جو آشفته حاصل می شود چرا که مشاهده شد با تغییر شرایط جوی و ویژگی های پرتو از جمله فاصله، کج شدگی، قطر دهانه لیزر، طول موج پرتو و غیره نسبت اشتربیل چگونگی تغییر شدت تصویر را نشان می دهد. هرچه دهانه لیزر بزرگتر، طول موج پرتو گاووسی کوتاه تر، مسافت منتشر شده کوتاه تر باشد میزان نسبت اشتربیل به یک نزدیک تر است و هرچه میزان مسافت بزرگ تر، تعداد مدهای زرنیک بیشتر باشد، نسبت اشتربیل افت بیشتری دارد و نسبت به یک کمتر می شود.

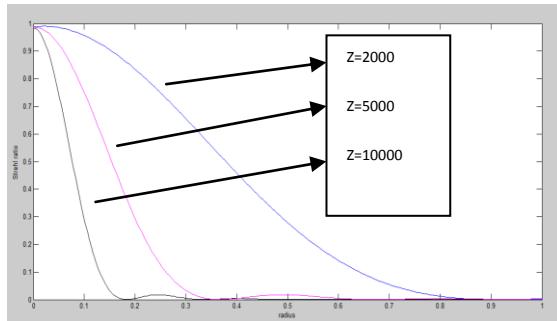
#### ۵- منابع

[۱] N.Ageorges and C. Dainty (eds.), *Laser Guide star Adaptive Optics for Astronomy*, Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands, (2000).

[۲] R. Conan, “Mean-square residual error of a wavefront after propagation through atmospheric turbulence and a after correction with Zernike polynomials,” J. Opt. Soc. Am. A/Vol. 25, No. 2 (February 2008).

[۳] رابت کی . تایسون. ۱۳۹۰. اصول اپتیک نطبیقی (ویرایش دوم). ترجمه مرادی محمد، شهراد محمد. انتشارات جهاد دانشگاهی واحد اصفهان .

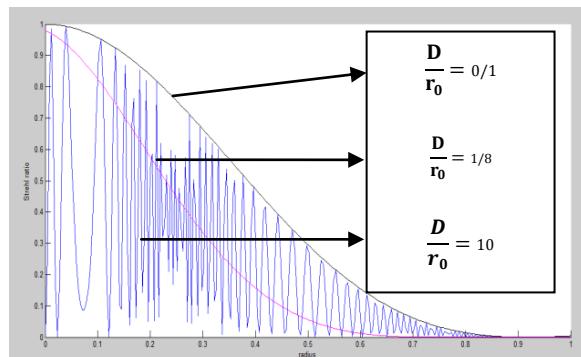
در نتیجه تصویر از حالت کانونی بیشتر فاصله می گیرد و کیفیت آن کمتر و پهن شدگی آن زیاد می شود.



شکل(۴): تغییرات نسبت اشتربیل بر حسب فاصل Z مختلف (فاصل بر حسب متر است).

#### ۴-۳ محاسبه نسبت اشتربیل برای $D/r_0$ های مختلف

از دیگر مواردی که در نسبت اشتربیل تاثیر گذار است، تغییرات نسبت  $D/r_0$  است.  $D$  نشان دهنده قطر دهانه لیزر و  $r_0$  شعاع فرید است. هرچه مقدار این نسبت بیشتر باشد نشان دهنده طول فرید کوچک تر است که در این حالت مقدار افت نمودار نسبت اشتربیل نیز بیشتر می شود.



شکل(۵): تغییرات نسبت اشتربیل بر حسب  $D/r_0$  های مختلف.

#### ۵-۳ محاسبه نسبت اشتربیل برای چند صفحه فازی با فاصله یکسان

در این حالت صفحات بین تصویر و چشم گاووسی پشت سر هم و با فاصله یکسان قرار می گیرند و پرتو لیزر هر بار پس از عبور از هر صفحه دچار تغییر فاز می شود. تغییر فاز اعمال شده بر پرتو با تابع  $e^{i\phi}$  نشان داده می شود.