



تولید حالت فوتون-افزوده درهم تنیده و جلوه‌های فیزیکی آن

مهدیه مقامی^۱ و محمد کاظم توسلی^۲

^۱گروه اتمی و ملکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

^۲گروه پژوهشی فوتونیک، مرکز تحقیقات مهندسی، دانشگاه یزد، یزد

چکیده - برهم کنش بین یک اتم دوترازی با یک میدان کوانتیده تک‌مد به تولید حالت‌های درهم تنیده‌ی اتم-میدان منجر می‌شود. این حالت‌ها توسط مدل استاندارد جینز-کامینگز به‌دست می‌آیند. با در نظر داشتن حالت‌های همدوس (استاندارد) فوتون-افزوده، در این مقاله حالت‌های فوتون-افزوده درهم تنیده را، که با کنش مکرر عملگر a^\dagger روی حالت‌های درهم تنیده اتم-میدان تولید می‌شوند، معرفی می‌کنیم. در آخر، به‌منظور بررسی ویژگی‌های غیر کلاسیکی این حالت‌ها، وارونی جمعیت، آنتروپی خطی، چلانگی و آمار کوانتومی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

کلید واژه - حالت‌های همدوس فوتون-افزوده، درهم تنیدگی، ویژگی‌های غیر کلاسیکی.

Production of Photon-Added Entangled State and its Physical Appearances

Mahdieh Maghami¹, Mohamad Kazem Tavassoly^{1,2}

¹Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd

²Photonics Research Group, Engineering Research Center, Yazd University, Yazd

Abstract- The interaction between a two-level atom with a single-mode quantized field produces the atom-field entangled state. This state is obtained by the Jaynes-Cummings model. Considering the photon-added (standard) coherent state, in this paper, we will introduce the photon-added entangled state that is produced by repeated action of creation operator a^\dagger on the atom-field entangled state. At last, we will investigate the nonclassical properties of the obtained state, via evaluating population inversion, linear entropy, squeezing and quantum statistics.

Keywords: Photon-added coherent states, Entanglement, Nonclassical properties.

۱- مقدمه

$$C_{b,n}(t) = -C_{n-1}(0) \frac{2ig\sqrt{n}}{\Omega_{n-1}} \sin\left(\frac{\Omega_{n-1}t}{2}\right) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \quad (3)$$

در روابط بالا نمادهای زیر انتخاب شده است:

$$C_n(0) = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \left(\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\right), \quad \Omega_n^2 = \Delta^2 + 4g^2(n+1) \quad (4)$$

۲- تولید حالت همدوس فوتون-افزوده

درهم تنیده

با اثر دادن عملگر $a^{\dagger m}$ بر روی بردار حالت $|\psi(t)\rangle$ در رابطه (۱) حالت همدوس فوتون-افزوده درهم تنیده زیر را تولید می کنیم

$$\left(a^{\dagger m} |\psi(t)\rangle = |\psi(t), m\rangle\right) \quad (5)$$

$$|\psi(t), m\rangle = \sum_n C_{a,n,m}(t) |a, n\rangle + \sum_n C_{b,n,m}(t) |b, n\rangle \quad (6)$$

$$C_{a,n,m}(t) = C_n(0) \left(\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) - \frac{i\Delta}{\Omega_n} \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \sqrt{\frac{(n+m)!}{n!}} \quad (7)$$

$$C_{b,n,m}(t) = -C_{n-1}(0) \frac{2ig\sqrt{n}}{\Omega_{n-1}} \sin\left(\frac{\Omega_{n-1}t}{2}\right) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \sqrt{\frac{(n+m)!}{n!}}$$

حال که شکل صریح حالت موردنظر به دست آمد، می توان ویژگی های فیزیکی آن را مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. بدین منظور وارونی جمعیت، آنتروپی خطی، چلانگی و آمار کوانتومی را بررسی می کنیم. در تمام محاسبات ارائه شده ثابت جفت شدگی $g=1$ و تعداد متوسط فوتون های میدان $\langle n \rangle = 25$ است، مگر اینکه به طور صریح ذکر شده باشد.

۲-۱- وارونی جمعیت

وارونی جمعیت اتمی با رابطه زیر تعریف می شود:

$$W(t) = \sum_n \left(|C_{a,n,m}(t)|^2 - |C_{b,n,m}(t)|^2 \right) \quad (8)$$

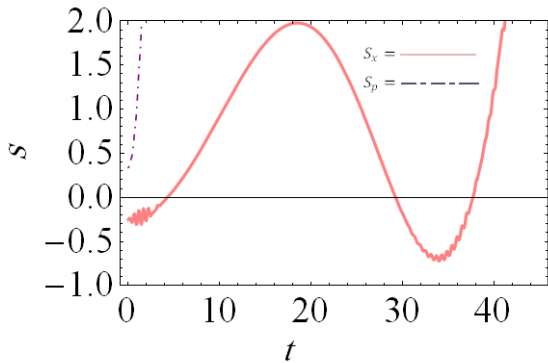
حالت های همدوس استاندارد $|\alpha\rangle$ بخش مهمی از اپتیک کوانتومی را به خود اختصاص داده اند. این حالت ها ویژه حالت عملگر نابودی بوزونی a هستند $(a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle)$ و در عین حال به عنوان شبیه ترین حالت کوانتومی به میدان های تابشی کلاسیک شناخته می شوند. با کشف ارتباط بین لیزر و حالت های همدوس، این حالت ها مورد توجه بسیار قرار گرفتند. تعمیم این حالت ها و تولید حالت های همدوس تعمیم یافته قابلیت بروز ویژگی های غیر کلاسیکی را دارند. یکی از مهم ترین این تعمیم ها حالت های همدوس فوتون-افزوده هستند که توسط اگرول و تارا به شکل $|\alpha, m\rangle = Na^{\dagger m} |\alpha\rangle$ معرفی شدند [۱]. ویژگی های این حالت ها با بررسی پارامترهایی مانند چلانگی مرتبه اول، تابع توزیع احتمال، تابع توزیع ویگنر و پارامتر مندل مطالعه شده است. حالت های همدوس فوتون-افزوده می توانند در فرایندهای برهم کنش اتم-میدان در کاواک تولید شوند. اخیرا این حالت ها به ازای $m=1$ به طور آزمایشگاهی نیز توسط زاواتا و همکارانش تولید شده اند [۲]. از سوی دیگر، درهم تنیدگی یک ویژگی قابل توجه در مکانیک کوانتومی در سامانه های چندقسمتی است. سامانه های کوانتومی شناخته شده ی بسیاری قابلیت تولید حالت های درهم تنیده را دارند. یکی از شناخته شده ترین آن ها برهم کنش یک اتم دوترازی با یک میدان تابشی کوانتیده تکمد است که توسط مدل جینز-کامینگز به خوبی توصیف می شود و حالت بنیادی ای برای درک برهم کنش بین نور و ماده در اپتیک کوانتومی است. این مدل تعدادی از پدیده هایی که قابل توصیف با مکانیک کلاسیک نیست، را به درستی توجیه می کند. بردار حالت سامانه مزبور به صورت زیر به دست آمده است [۳]:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n \left(C_{a,n}(t) |a, n\rangle + C_{b,n}(t) |b, n\rangle \right) \quad (9)$$

که در آن دامنه های احتمال $C_{a,n}$ و $C_{b,n}$ با روابط زیر توصیف می شوند $(\Delta = \omega - \nu)$:

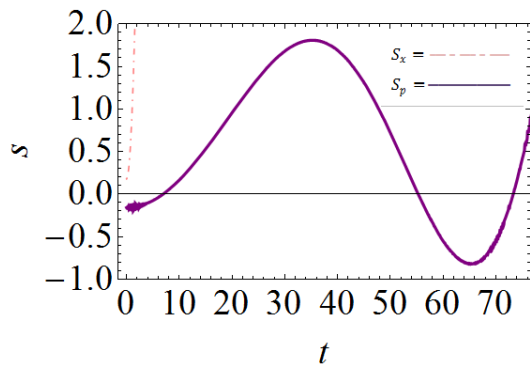
$$C_{a,n}(t) = C_n(0) \left(\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) - \frac{i\Delta}{\Omega_n} \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \quad (10)$$

چلانندگی در مولفه‌های مکان و تکانه‌ی میدان با رابطه $S_{x_i} = 2(\Delta x_i)^2 - 1$, ($x_i = x, p$) اندازه‌گیری می‌شود.



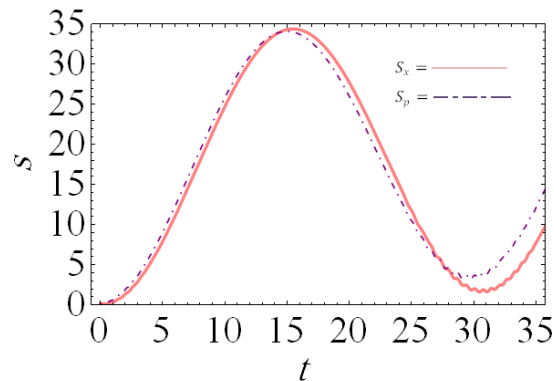
شکل ۳: چلانندگی به ازای $\alpha = 5$, $m = 5$ و $\Delta = 5$.

نمودار رسم شده در شکل ۳، وقوع چلانندگی در راستای x را در دو بازه‌ی زمانی به ازای مقادیر معین شده نشان می‌دهد.



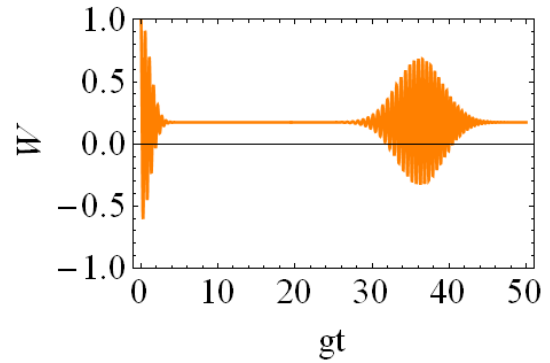
شکل ۴: چلانندگی به ازای $\alpha = 10i$, $m = 10$ و $\Delta = 10$.

نمودار رسم شده شکل ۴ وقوع چلانندگی در مولفه تکانه در برخی بازه‌های زمانی را نشان می‌دهد.



شکل ۵: چلانندگی به ازای $\alpha = 2.5 + 2.5i$, $m = 5$, $\Delta = 5$.

شکل ۵ عدم وقوع چلانندگی به ازای α و پارامترهای

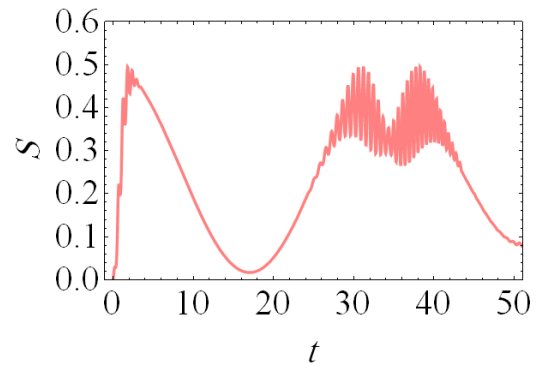


شکل ۱: وارونی جمعیت به ازای $m = 1$ و $\Delta = 5$.

شکل ۱ نمودار وارونی جمعیت را برای حالت فوتون-افزوده درهم‌تنیده (Δ) به ازای پارامترهای مشخص شده در نمودار نشان می‌دهد. پدیده کوانتومی محض فروافت-احیا به خوبی در این شکل دیده می‌شود.

۲-۲- آنتروپی خطی

در مکانیک کوانتومی می‌توان حالت سامانه را با ماتریس چگالی تعریف کرد. آنتروپی خطی یک کمیت وابسته به ماتریس چگالی است که با رابطه $S(t) = 1 - \text{Tr}(\rho^2)$ تعریف می‌شود و معیاری برای سنجش درهم‌تنیدگی است. افزایش (کاهش) آنتروپی متناظر است با افزایش (کاهش) درهم‌تنیدگی است.



شکل ۲: آنتروپی خطی به ازای $m = 5$ و $\Delta = 1$.

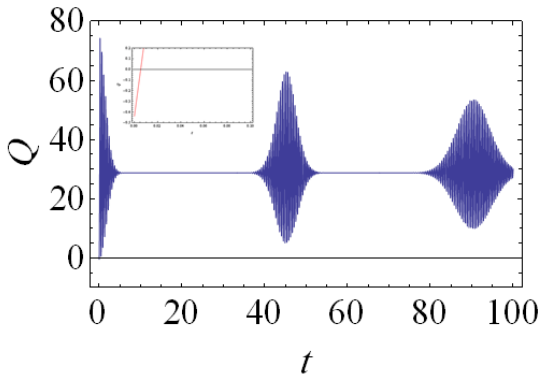
شکل ۲ تغییرات آنتروپی خطی، که بیانگر میزان درهم‌تنیدگی بین زیرسامانه‌های اتم و میدان است، را به ازای پارامترهای مشخص شده نشان می‌دهد.

۲-۳- چلانندگی

وقوع چلانندگی در برخی از حالت‌های میدان تابشی، از جمله جلوه‌های بسیار جالب برهم‌کنش اتم-میدان است.

معین m و Δ را به تصویر می‌کشد.

پواسونی، زیرپواسونی و فراپواسونی را نشان می‌دهد.



شکل ۸: پارامتر مندل به ازای $m=10$ و $\Delta=10$.

شکل ۸ پارامتر مندل را برحسب زمان نشان می‌دهد که بیانگر توزیع زیرپواسونی در زمان‌های اولیه است. در عین حال، وقوع پدیده فروافت-احیا در این شکل از جلوه‌های بارز غیرکلاسیکی بودن حالت به دست آمده در این مقاله است.

۳- نتیجه‌گیری

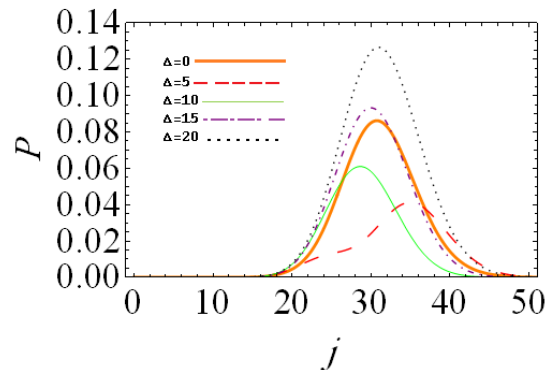
به‌طور خلاصه، با معرفی رده‌ی جدیدی از حالت‌های فوتون-افزوده‌ی درهم‌تنیده، برخی ویژگی‌های غیرکلاسیکی آن‌ها را بررسی کردیم. تجزیه و تحلیل‌های عددی، نشان‌دهنده‌ی وقوع پدیده‌های کاملاً کوانتومی فروافت-احیا در وارونی جمعیت و پارامتر مندل، همچنین تغییرات درهم‌تنیدگی و چلاندگی برحسب زمان بررسی گردید. قابل توجه است که برخلاف حالت‌های فوتون-افزوده، با توجه به پارامترهای متعددی که با معرفی حالت فوتون-افزوده درهم‌تنیده در این مقاله در اختیار داریم، امکان دسترسی به پدیده‌های غیرکلاسیکی مختلف در دامنه‌های متفاوت میسر است.

مراجع

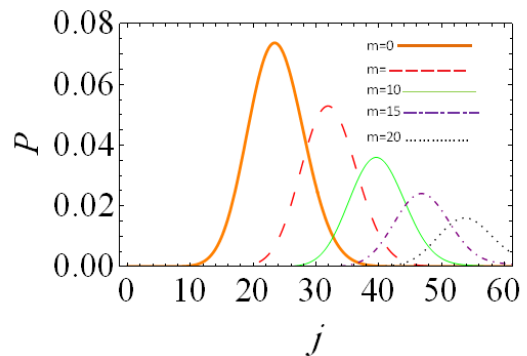
- [1] G. S. Agarwal and K. Tara, *Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state*, p. 492, *Phys. Rev. A* **43**, 1991.
- [2] A. Zavatta, S. Viciani, M. Bellini, *Quantum-to-classical transition with single-photon-added coherent states of light*, p. 660, *Science* **306**, 2004.
- [3] M. O. Scully, M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, p. 198, Cambridge Uni. Press, Edit. 3, 2001.

۲-۴- آمار کوانتومی

عدد اشغال فوتونی از رابطه $P(j) = |\langle j | \Psi(t), m \rangle|^2$ قابل محاسبه است. شکل ۶ و ۷ به ترتیب تغییرات تابع توزیع احتمال به ازای Δ ‌های مختلف و m ‌های مختلف را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۶ با انتخاب پارامترهای داده‌شده، با افزایش Δ از صفر به ۱۰، $P(j)$ کاهش می‌یابد ولی به ازای مقادیر بزرگتر ۱۵ و ۲۰ مجدداً افزایش چشم‌گیری پیدا می‌کند. همان‌گونه که در شکل ۷ دیده می‌شود با افزایش m ، قله نمودارها ضمن کاهش، به سمت تعداد فوتون‌های بیشتر جابجا می‌شود.



شکل ۶: تابع توزیع احتمال به ازای Δ ‌های مختلف و $m=3$.



شکل ۷: تابع توزیع احتمال به ازای m ‌های مختلف و $\Delta=10$.

پارامتر مندل مربوط به یک میدان تک‌مد با معیار زیر مورد بررسی قرار می‌گیرد:

$$Q = \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle} - 1, \quad n = a^\dagger a \quad (9)$$

مقادیر $Q=0$ ، $Q < 0$ و $Q > 0$ به ترتیب توزیع‌های