بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

یک راه‌حل نورمبنا برای مسئله‌ی مجموع زیرمجموعه‌ها

آناهیتا منافی مورکانی، سعید جلیلی و مریم محبتی

گروه مهندسی کامپیوتر، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

anahita.manafi, s.jalili, maryam.mohabbati }@modares.ac.ir{

چکیده - مسائل زیادی در علوم کامپیوتر وجود دارند که تاکنون برای حل آن‌ها الگوریتم‌هایی با زمان اجرای چندجمله‌ای ارائه نشده است. به این مسائل در اصطلاح مسائل ان پی کامل گفته می‌شود. در این مقاله مسئله مجموع زیرمجموعه‌ها را با استفاده از ابزارهای نوری شبیه‌سازی کردیم. ایده‌ی حل این مسئله بر مبنای خواص فرکانس نور می‌باشد. در این روش، مجموع تمام زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی داده شده با استفاده از شیفت‌دهنده‌ی فرکانسی تولید می‌شوند. در نهایت، مسئله در صورتی دارای جواب است که نوری با فرکانسی برابر با مجموع فرکانس پرتو نور اولیه و عدد داده شده‌ی S وجود داشته باشد. روش ارائه شده جهت حل این مسئله دارای پیچیدگی زمانی و مصرف منابع از مرتبه‌ی چندجمله‌ای می‌باشد.

کلید واژه- محاسبات نامتداول، محاسبات نورمبنا، مسائل ان‌پی کامل، شیفت‌دهنده‌ی فرکانسی، مسئله مجموع زیرمجموعه‌ها.

A light-based solution to the Subset-sum problem

Anahita Manafi Mourkani[*1], Saeed Jalili[2], Maryam Mohabbati[3]

SML lab, Computer Engineering Department, Electricaland Computer Engineering Faculty,
TarbiatModaresUniversity, Tehran, Iran
[*1]anahita.manafi@modares.ac.ir;[2] s.jalili @modares.ac.ir; [3] m. mohabbati @modares.ac.ir

Abstract- There are many NP-complete problems in computer science, so far the polynomial-time algorithms for their solution are not provided. In this paper, we simulate the subset-sum problem using optical elements. The idea of solving this problem is based on the properties of the light frequency. In this approach, the sum of all subsets of given set are generated using the frequency shifter. Finally, the problem has solution when the light gets out has the frequency equals to the sum of frequency of the primary beam and a given number S. To solve this problem the time and resource complexity is in order of polynomial.

Keywords: Unconventional computing, Light-based computing, NP-Complete problems, Frequency shifter, Subset-sum problem

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-13]

۱. مقدمه

منظور از محاسبات متداول محاسباتی است که با استفاده از ابزارهای محاسباتی رایج، یعنی کامپیوترهای الکترونیکی فعلی انجام می‌گیرد. در کنار کامپیوترهای الکترونیکی کنونی، از سال‌ها قبل تلاش‌هایی برای استفاده از سایر روش‌های محاسباتی آغاز شده است. یکی از دلایل ارائه‌ی مدل‌های محاسباتی نامتداول حل مسائل ان‌پی کامل در زمانی چند جمله‌ای است [۱].

در دهه‌های اخیر تلاش‌ها برای طراحی و ساخت ماشین‌های محاسباتی در حوزه محاسبات نامتداول افزایش یافته است. از جمله آن‌ها می‌توان به محاسبات نورمبنا [۲,۳]، محاسبات دی‌ان‌ای [۴]، محاسبات کوانتومی[۵]، محاسبات غشایی [۶] و محاسبات برخورد مبنا [۷] اشاره کرد. محاسبات نورمبنا به دلیل قابلیت‌های جدیدی که بواسطه‌ی برخی ویژگی‌های فیزیکی نور ارائه کرده‌اند، مورد توجه پژهشگران قرار گرفته است. از جمله‌ی این ویژگی‌ها می‌توان به حرکت موازی پرتوهای نور، قابلیت تشخیص فرکانس‌های مختلف در بازه‌های پیوسته در یک پرتو نور و نیز قابلیت تقسیم یک پرتو نور به پرتوهای تقریبا مشابه، اشاره نمود.

محاسبات نور مبنا از نظر روش حل مسئله به چندین گروه تقسیم می‌شوند که عبارتند از: رویکرد فیلتر کردن و قطبی کردن نور [۸,۹]، رویکرد پوشش نوری[۱۰,۱۱]، رویکرد ایجاد تأخیر در حرکت پرتوهای نور [۱۲,۱۳,۱۴]، رویکرد استنتاج ماتریس‌های دودویی نوری [۱۵] و رویکرد مبتنی بر طول موج [۱۶]. از جمله پرکاربردترین مسائلی که تاکنون با این رویکردها حل شده‌اند شامل مسائل مسیر همیلتونی، فروشنده‌ی دوره گرد، مرتب‌سازی، خوشه بندی، افراز، ۳-ارضاپذیری، مجموع زیرمجموعه‌ها و پوشش کامل می‌باشند. تا کنون مسئله‌ی مجموع زیرمجموعه‌ها با رویکرد ایجاد تاخیر در حرکت پرتوهای نور [۱۲,۱۳,۱۴] حل شده است.

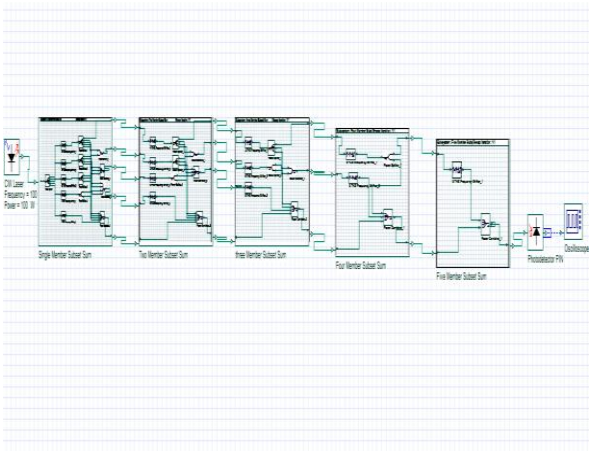
۲. روش پیشنهادی

در روش پیشنهادی برای حل مسئله مجموع زیرمجموعه‌ها به‌ازای مجموعه داده شده $A=\{a_1,a_2,...,a_n\}$, $a_i \in Z$ و عدد صحیح S، یک معماری دو بعدی شبیه به ماتریس در نظر گرفته می‌شود. در این معماری مجموع اعضای تمام زیرمجموعه‌های مجموعه A تولید می‌شوند. در ابتدا پرتو نور ورودی شامل فقط یک فرکانس، به بلوک اول تابیده می‌شود. دراین بلوک پرتو نور با استفاده از مقسم توان به n زیرپرتو تقسیم می‌شود. سپس زیرپرتوهای تولید شده به شیفت-دهنده‌های فرکانسی تابیده می‌شوند که زیرمجموعه‌های تک عضوی را تولید می‌کنند. مقدار برچسب این شیفت‌دهنده‌های فرکانسی برابر با اعداد موجود در مجموعه A است. در بلوک دوم، مجموع اعضای تمام زیرمجموعه‌های دو عضوی با شیفت دادن فرکانس‌های تولید شده در مرحله قبل ایجاد می‌شوند. این روند تولید مجموع زیرمجموعه‌ها با استفاده از شیفت‌دهنده‌های فرکانسی ادامه می‌یابد. درنهایت، در بلوک آخر مجموع اعضای مجموعه A تولید می‌شوند. در انتها وجود مجموعه‌ای بررسی می‌شود که مجموع اعضای آن برابر با عدد صحیح S باشد. اگر پرتو نوری وجود داشته باشدکه فرکانس آن برابر با حاصل‌جمع فرکانس پرتو اولیه و عدد صحیح S باشد، آنگاه می‌توان گفت که مجموعه A شامل زیرمجموعه‌ای است که حاصل‌جمع اعضای آن زیرمجموعه برابر عدد صحیح S است.

۳. ارزیابی و شبیه‌سازی روش پیشنهادی

حل مسئله مجموع زیرمجموعه‌ها برای نمونه برای مجموعه $A=\{-7,-3,-8,5,2\}$ و $S=0$ شبیه‌سازی شده است. معماری معادل با این نمونه مسئله در شکل ۱ ارائه شده است. پرتو نوری با فرکانس ۱۰۰ تراهرتز و توان ۱۰۰ وات با استفاده از لیزر موج پیوسته، به معماری ارائه شده تابیده می‌شود. به تعداد اعضای مجموعه A در معماری بلوک وجود دارد که به صورت سری در کنار هم چیده شده‌اند. هر بلوک شامل تعدادی المان نوری شامل شیفت دهنده فرکانسی، مقسم توان و ترکیب کننده توان است. از آنجایی که مجموعه A شامل پنج عضو است، بنابراین معماری شکل ۱ پنج بلوک دارد. این بلوک‌ها مجموع تمام زیرمجموعه‌های مجموعه A را تولید می‌کنند. نزدیکترین بلوک به لیزر بلوک اول درنظر گرفته شده است و با دور شدن از لیزر شماره بلوک‌ها زیاد می‌شود.

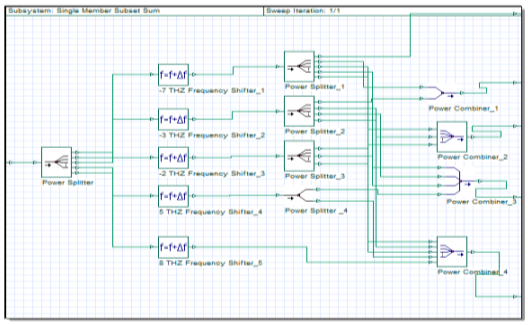
[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-13]



شکل ۱: شبیه سازی مسئله مجموع زیرمجموعه‌ها برای نمونه مجموعه A

بلوک اول درشکل ۲ نشان داده شده است. این بلوک مجموع زیرمجموعه‌های تک عضوی را تولید می‌کند و به تعداد اعضای مجموعه A المان شیفت دهنده فرکانسی دارد. شیفت دهنده فرکانسی اول (المان 7THZ- Frequency Shifter در شکل ۲) فرکانس پرتو نور را به اندازه ۷- تراهرتز شیفت می‌دهد و پرتو نور با فرکانس ۹۳ تراهرتز را تولید می‌کند. از آنجایی که در چهار زیرمجموعه از زیرمجموعه‌های دو عضوی عدد ۷- وجود دارد و این پرتو نور برای تشخیص وجود جواب باید با سایر پرتوهای تولید شده در این بلوک و بلوک‌های بعد ترکیب شود، بنابراین پرتو نور به پنج زیرپرتو تقسیم می‌شود. شیفت دهنده دوم فرکانس پرتو نور را به‌اندازه ۳- تراهرتز شیفت می‌دهد و پرتو نور با فرکانس ۹۷ تراهرتز را تولید می‌کند. عدد ۳- در چهار زیرمجموعه دو عضوی وجود دارد. از آنجایی که زیرمجموعه $\{-3,-7\}$ در بلوک دوم با استفاده از پرتو نور با فرکانس ۹۳ تراهرتز تولید می‌شود، بنابراین عدد ۳- در سه زیرمجموعه دو عضوی دیگر وجود دارد و پرتو نور با فرکانس ۹۷ به چهار زیرپرتو تقسیم می‌شود. به همین ترتیب شیفت دهنده‌های بعدی در بلوک اول پرتو نور را به اندازه برچسب iامین عدد موجود در مجموعه A شیفت می‌دهند.

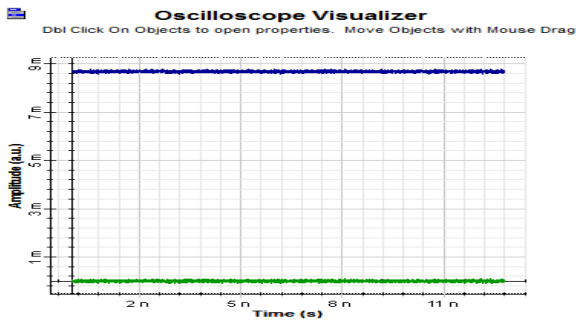
بلوک شکل ۱ شامل پنج خروجی است که ورودی‌های بلوک دوم هستند. اولین خروجی این بلوک یک پرتو نور با فرکانس ۹۳ تراهرتز است. خروجی دوم پرتوهای نور۹۳ و ۹۷ تراهرتز (به ترتیب نشان دهنده اعداد ۷- و ۳- در مجموعه A) می‌باشند، که از ترکیب خروجی شیفت دهنده اول با شیفت دهنده دوم تولید می‌شوند. خروجی سوم پرتوهای نور ۹۳, ۹۷و ۹۸ تراهرتز، خروجی چهارم پرتوهای نور معادل با اعداد ۲-, ۷-, ۳- و ۵ و خروجی پنجم کلیه زیرمجموعه‌ها تک عضوی تولید شده در این بلوک را نشان می‌دهد.



شکل ۲: اولین بلوک معماری ارائه شده که تمام زیرمجموعه‌های تک عضوی را تولید می‌کند

به همین ترتیب در بلوک‌های بعدی مجموع زیرمجموعه-های دو، سه، چهار و پنج عضوی ایجاد می‌شوند. در نهایت خروجی آخرین بلوک به یک آشکارساز وصل می‌شود و مجموع تمام زیرمجموعه‌های مجموعه A تولید شده در بلوک‌ها برای وجود جواب صحیح بررسی می‌شوند. اگر پرتو نور با فرکانس ۱۰۰ تراهرتز در بین پرتوهای نور وجود داشته باشد به معنی وجود زیرمجموعه ای است که مجموع اعضایش برابر با $S = 0$ است. بنابراین آشکارساز فعال شده و در خروجی جریان الکتریکی تولید می‌کند. خروجی این آشکارساز در شکل ۳ نشان داده شده است.

به دلیل وجود مقسم‌های توان در معماری توان پرتو نور از ۱۰۰ وات به ۸.۷ وات کاهش می‌یابد.



شکل ۳: خروجی آشکارساز، خط آبی سیگنال اصلی و خط سبز سیگنال نویز را نشان می‌دهد

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-13]

۴. مقایسه

در روش پیشنهادی هر بلوک در زمان $O(1)$ اجرا می‌شود. از آنجایی که تعداد بلوک‌های موجود در معماری برابر با n است، بنابراین پیچیدگی زمانی حل مسئله از مرتبه $O(n)$ می‌باشد. با هر بار اضافه شدن یک عدد(iامین عدد) به مجموعه مورد نظر یک بلوک با تعداد المان‌های $(3i-2)$ به معماری ارائه شده اضافه می‌گردد. بنابراین پیچیدگی منابع مصرفی در این روش از مرتبه $O(n^2)$ می‌باشد. روش ارائه شده، مسئله مجموع زیرمجموعه‌ها را برای اعداد صحیح حل می‌کند. در این روش می‌توان المان‌های مورد نیاز را در ابعاد میکرومتر انتخاب کرد ولی حداقل کابل‌های فیبرنوری استفاده شده در روش‌های پیشین 0.0003 m است. از آنجایی که در هر بلوک مقسم توان وجود دارد بنابراین توان به صورت نمایی کاهش می‌یابد. برای جبران کاهش توان، می‌توان قبل از مقسم توان‌ها تقویت کننده نوری قرار داد.

جدول ۱. مقایسه روش پیشنهادی حل مسئله مجموع زیرمجموعه‌ها با سایر روش‌ها

روش	پیچیدگی زمان اجرا	پیچیدگی منابع مصرفی
ایجاد تأخیر در حرکت پرتوهای نور [۱۳,۱۴]	$O(n+B)$	$O(n\cdot B)$
ایجاد تأخیر در حرکت پرتوهای نور [۱۲]	$O(n\cdot B)$	$O(n^2\cdot B)$
با استفاده از شیفت‌دهنده فرکانسی	$O(n)$	$O(n^2)$

در [۱۲,۱۳,۱۴] فرض می‌شود تمام کابل‌ها از طول B کوتاه‌تر هستند.

۵. جمع‌بندی

در این مقاله یک راه حل نورمبنا برای نسخه تصمیم‌گیری حل مسئله مجموع زیرمجموعه‌ها ارائه دادیم. در روش پیشنهادی، پرتو نور ورودی شامل یک فرکانس به معماری تابیده می‌شود. ابتدا در بلوک اول زیرمجموعه‌های تک عضوی ساخته می‌شوند. در بلوک دوم مجموع اعضای زیرمجموعه‌های دو عضوی ساخته می‌شوند. این روند ساخت مجموع اعضای زیرمجموعه‌های i عضوی در بلوک-های بعد ادامه می‌یابد تا اینکه در بلوک nام مجموع اعضای مجموعه A ساخته می‌شوند. در نهایت اگر پرتو نوری وجود داشت که حاصل شیفت‌های فرکانسی آن برابر با عدد داده شده S به اضافه فرکانس پرتو نور ورودی باشد، آشکار ساز روشن می‌شود.

مراجع

[1] A. Adamatzky, et al., *Unconventional computing 2007*: Luniver Press, 2007.

[2] D. G. Feitelson and K. H. Brenner, "*Optical Computing: A Survey for Computer Scientists*," **Applied Optics**, vol. 28, pp. 2182-2183, 1989.

[3] M. A. Karim and A. A. Awwal, *Optical computing: an introduction: John* Wiley & Sons, Inc., 1992.

[4] L. M. Adleman, "*Molecular computation of solutions to combinatorial problems*," **Science**, vol. 266, pp. 1021-1024, 1994.

[5] P. W. Shor, "*Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer*," **SIAM review**, pp. 303-307, 1999.

[6] G. Paun, "*Computing with membranes*," **Journal of Computer and System Sciences**, vol.61, pp. 108-143, 2000.

[7] R. K. Squier and K. Steiglitz, "*Programmable parallel arithmetic in cellular automata using a particle model*," **Complex Systems**, vol. 8, pp. 311-324, 1994.

[8] M. Oltean, "*Light-based string matching*," **Natural Computing**, vol. 8, pp. 121-132, 2009.

[9] J. S. Sartakhti, S. Jalili, and A.G. Rudi, "*A new light-based solution to the Hamiltonian path problem*", **Future Generation Computer Systems**, Vol. 29, No. 2, pp. 520-527, 2013.

[10] S. Dolev and H. Fitoussi, "*Masking traveling beams: Optical solutions for NP-complete problems, trading space for time*," **Theoretical Computer Science**, vol. 411, pp. 837-853, 2010.

[11] S.Dolev and H.Fitoussi, "*The traveling beams optical solutions for bounded NP-complete problems*," 2007, pp. 120-134.

[12] M. Hasan, et al., "*Solving the generalized Subset Sum problem with a light based device*", **Natural Computing**, vol. 10, pp. 541-550, 2011.

[13] M. Oltean and O. Muntean, "*Solving the subset-sum problem with a light-based device*", **Natural Computing**, vol. 8, pp. 321-331, 2009.

[14] O. Muntean and M. Oltean, "*Optical solutions for the unbounded subset-sum problem*", **International Journal of Innovative Computing, Information and Control (IJICIC)**, vol. 5,pp. 2159-2167, 2009.

[15] N. T. Shaked, et al., "*Optical binary-matrix synthesis for solving bounded NP-complete combinatorial problems*," **Optical Engineering**, vol. 46, pp. 1-11, 2007.

[16] S. Goliaei and S. Jalili, "*An optical wavelength-based solution to the 3-sat problem*," **in the proceedings of Optical Supercomputing conference**, pp. 77-85, 2009.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-13]