



بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



## اثر فیلتر گاوسی بر خواص کانونی اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی

آرش ثباتیان و سید اکبر حسینی

دانشکده فیزیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه

چکیده- اکسیلین عنصر پراشی است که خواص کانونی عدسی‌های کروی و عدسی‌های محور مخروطی را با هم دارد. عدسی‌های کروی قدرت تفکیک بالا و عدسی‌های محور مخروطی عمق کانونی بلندی دارند. با قرار دادن روزنه‌های غربال فوتونی منطبق بر حلقه‌های تاریک اکسیلین، یک اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی خواهیم داشت که قدرت تفکیک بالاتری نسبت به اکسیلین دارد. در این مقاله خواص کانونی اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با دو توزیع کلاسیک و گاوسی حفره‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند. اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با توزیع کلاسیک، تنها کمی قدرت تفکیک را افزایش می‌دهد، اما توزیع گاوسی با فیلتر کردن فرکانسهای فضایی بالا، علاوه بر بالا بردن قدرت تفکیک، شدت کانون را تا حد خوبی ارتقا می‌دهد.

کلید واژه: اکسیلین، اگزیکن، عدسی محور مخروطی، غربال فوتونی.

## Effect of Gaussian filter on focusing properties of axilens based photon sieve

Arash Sabatyan and Seyyed Akbar Hoseini

Department of Physics, University of Urmia, Urmia

Abstract: Axilens is a diffractive element that has focusing properties of spherical and conical lens. Spherical lens has high resolution and conical lens has high focal depth. By substituting apertures of photon sieve into the dark rings of axilens, we have axilens based photon sieve that has more resolution to axilens. In this paper, focusing properties of axilens based photon sieve with two classical and Gaussian distribution of apertures compared together. Axilens based photon sieve with classical distribution just enhanced the resolution power a few. But Gaussian distribution by filtering high space frequencies, in addition to increasing resolution power, enhanced the focal intensity.

Keywords: Axilens, Axicon, Conical lens, Photon sieve.

## ۱- مقدمه

با کشف پرتو X، زمینه‌های کاربردی زیادی هم برای آن پیدا شد که نیاز به ابزارهای اپتیکی مخصوص به خود داشت. عدسی‌های شکستی به خاطر جذب بالای پرتو X جای خود را به عدسی‌های پراشی داده و توانایی‌های عملی زیادی را در علوم، تحقیقات، پزشکی و صنعت نشان دادند. اولین نمونه از عدسی‌های پراشی را فرنل ارائه داد که تیغه منطقی‌های فرنل<sup>۱</sup> نام دارد و توزیع فازی آن به شکل

$$\varphi(r) = \frac{2\pi r^2}{\lambda 2f} \quad (۱)$$

است. کیپ و همکاران در سال ۲۰۰۱ توزیعی را ارائه دادند که با تعبیه روزنه‌ها بر حلقه‌های تاریک تیغه منطقی‌های فرنل، باعث افزایش قدرت تفکیک تیغه منطقی‌های فرنل شد [1]. این نوع عدسی به خاطر ظاهر شبیه به غربالش، غربال فوتونی<sup>۲</sup> نام گرفت. تابع پلسخ غربال فوتونی از تیغه منطقی‌های فرنل کمتر است و به همین دلیل باعث کاهش شدت می‌شود. در بعضی زمینه‌های کاربردی نیاز به عمق کانونی بلند هست. در حالی که عدسی‌های پراشی کروی با توزیع فازی رابطه ۱، عمق کانونی بسیار کمی دارند.

مکئود در سال ۱۹۵۴ اگرین<sup>۳</sup> را به عنوان یک عدسی محور مخروطی معرفی کرد [2] که دارای عمق کانونی بلند و قدرت تفکیک پایین است. توزیع فازی این عنصر به صورت خطی و به شکل

$$\varphi(r) = \frac{\pi r}{\lambda a} \quad (۲)$$

است که ضریب a در این رابطه عمق کانون را تعیین می‌کند. عمق کانون در این نوع عدسی به شکل  $0 < z < aR$  است که z در آن فاصله محوری از عدسی و R شعاع عدسی است. فریزم و همکاران در سال ۱۹۹۱ توزیع فازی کروی جدیدی را بر اساس وابستگی فاصله کانونی به شعاع ارائه دادند [3] که خصوصیات تفکیک بالای عدسی‌های کروی و عمق کانونی عدسی‌های محور مخروطی را داراست. این عدسی کروی آکسیلین<sup>۴</sup> نام دارد و توزیع فازی آن به شکل

$$\varphi(r) = \frac{\pi}{\lambda} \frac{r^2}{f_0 + \frac{\delta f}{R^2} r^2} \quad (۳)$$

است که پارامترهای ثابت در آن طول موج ( $\lambda$ )، شعاع (R)، ابتدای کانون ( $f_0$ ) و عمق کانون ( $\delta f$ ) است. تعداد حلقه‌ها را از رابطه

$$N_{max} = \frac{R^2}{\lambda(f_0 + aR^2)} \quad (۴)$$

و شعاع حلقه‌ها

$$r_N = \sqrt{\frac{N\lambda f_0}{1 - N\lambda a}} \quad (۵)$$

را می‌توان محاسبه کرد که در این روابط  $a = \frac{\delta f}{R^2}$  است. حل با قرار دادن روزنه‌های غربال فوتونی منطبق بر حلقه‌های تاریک آکسیلین، یک آکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی خواهیم داشت که به اختصار آن را APS<sup>۵</sup> می‌نامیم. در مقایسه عملکرد آکسیلین و آکسیلین بر پایه غربال فوتونی، نمونه‌ی آکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با توزیع کلاسیک (چگالی حفره‌ها در طراحی آکسیلین بر این رابطه شماره منطقه فرنل است، در نظر گرفته شد) مقداری قدرت تفکیک آکسیلین را با کاهش ماکزیمم‌های ثانویه افزایش ولی با کاهش شدت کمی هم عمق کانونی را کاهش می‌دهد [۴]. اگرچه آکسیلین بر پایه غربال فوتونی با توزیع کلاسیک پیکهای ثانویه را کم می‌کند و بدین ترتیب کمی قدرت تفکیک را افزایش می‌دهد ولی با کاهش شدت عمق کانونی را اندکی کاهش می‌دهد. برآیند که توزیع جدیدی از حفره‌ها را ارائه دهیم که این مشکل را تا حدودی حل کند با این وجود که غربال فوتونی اساساً فاز را تغییر نمی‌دهد، می‌توان با دستکاری فرکانسهای فضایی، خواص کانونی را تغییر داد. مثلاً می‌توان قدرت تفکیک را بدون کاهش در عمق کانونی زیاد کرد. این توزیع جدید به فرم کلی

$$w_n = n_0 \exp\left(-\frac{(r_n - r_0)^2}{\alpha^2}\right) \quad (۶)$$

معرفی می‌شود که  $I_n$  شعاع ناحیه nام آکسیلین است و پارامترهای  $\alpha$  و  $I_0$  قابل تغییرند. تابع توزیع گاوسی معرفی شده به عنوان یک فیلتر پایین‌گذر عمل می‌کند و به حذف فرکانسهای فضایی بالا می‌پردازد. حال باید ضرایب را به صورت مناسبی اختیار کنیم که نمونه‌ای با بهترین عملکرد بدست آید.

## ۲- طراحی و شبیه‌سازی

آکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با مشخصات  $R=7/5$  mm و  $dz=3$  mm و  $f_0=835$  mm با توزیع کلاسیک و سه نمونه گاوسی (GAPS<sup>۶</sup>) با مقادیر  $n_0=650$ ،  $n_0=880$  و  $n_0=1000$  برای طول موج ۶۳۵nm طراحی شد [5] (شکل ۱). به علت پیچیده بودن تابع عبور آکسیلین برای شبیه‌سازی از ابزار تبدیل فوریه سریع FFT<sup>۷</sup> در نرم افزار متلب [6] استفاده شد. برای محاسبه و ترسیم توزیع شدت محوری، ابتدا روی بازه مورد نظر در فواصل ۱ میلی‌متری به وسیله ابزار تبدیل فوریه سریع هم‌تافتگی<sup>۸</sup> محاسبه شد و از هر بار محاسبه هم‌تافتگی، داده‌ی مربوط به محور اپتیکی جدا شده و بر حسب فاصله از نمونه رسم شد.

<sup>۵</sup> Axilens based photon sieve

<sup>۶</sup> Gaussian axilens based photon sieve

<sup>۷</sup> Fast fourier transform

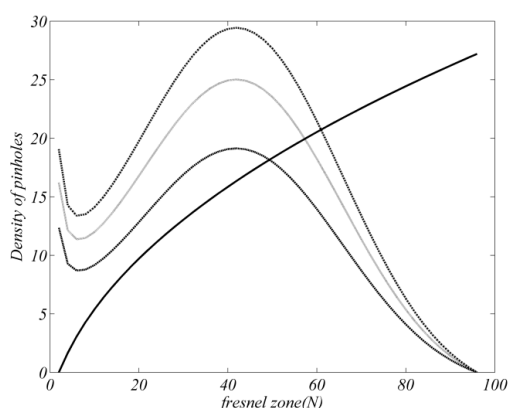
<sup>۸</sup> Convolution

<sup>۱</sup> Fresnel zone plate

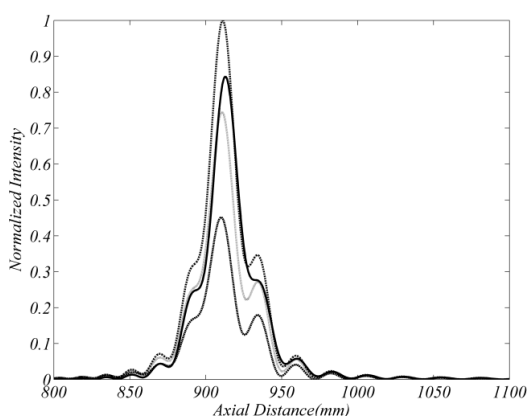
<sup>۲</sup> Photon sieve

<sup>۳</sup> Axicon

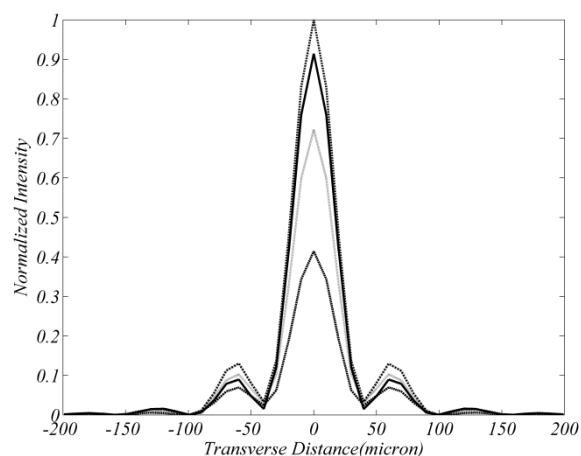
<sup>۴</sup> Axilels



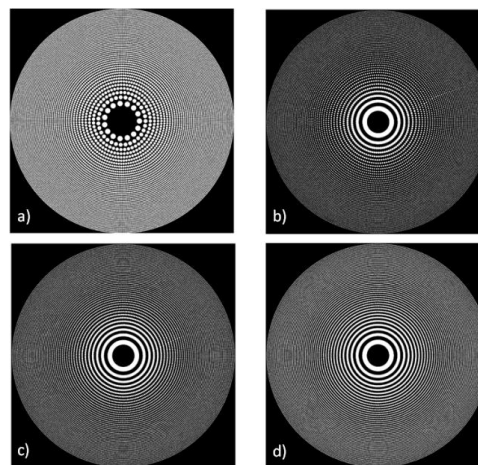
شکل ۲: مقایسه چگالی روزنه‌های APS: اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با توزیع کلاسیک (خط ممتد)، توزیع گاوسی با  $n_0=650$  (خط چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=850$  (نقطه چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=1000$  (خط-نقطه).



شکل ۳: شبیه‌سازی عددی توزیع شدت محوری، اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با توزیع کلاسیک (خط ممتد)، توزیع گاوسی با  $n_0=650$  (خط چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=850$  (نقطه چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=1000$  (خط-نقطه).



شکل ۴: شبیه‌سازی عددی توزیع شدت عرضی، اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با توزیع کلاسیک (خط ممتد)، توزیع گاوسی با  $n_0=650$  (خط چین).

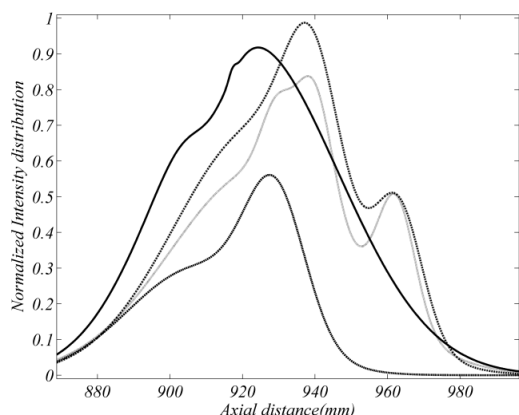


شکل ۱: نمونه‌های طراحی شده: اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با توزیع (a) کلاسیک (b) گاوسی  $n_0=650$  (c) گاوسی  $n_0=850$  (d) گاوسی  $n_0=1000$

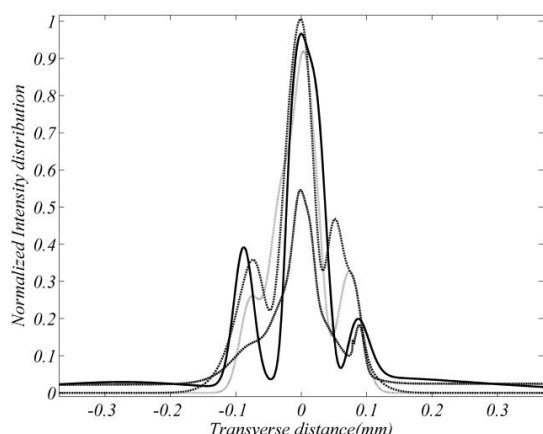
با توجه به شکل ۱ با افزایش ضریب  $n_0$  در تابع توزیع روزنه‌های GAPS تعداد حلقه‌های همپوشانی شده افزایش می‌یابد. در شکل ۲ تابع چگالی روزنه نمونه‌های طراحی شده محاسبه و ترسیم شده است. نمونه کلاسیک با خط ممتد، نمونه گاوسی  $n_0=650$  با خط چین، نمونه گاوسی  $n_0=850$  با نقطه چین و نمونه گاوسی  $n_0=1000$  با خط-نقطه نشان داده شده است. در شکل ۳ شبیه‌سازی توزیع شدت محوری به ازای  $\Gamma=0$  بر حسب فاصله محوری از نمونه، برای سه نمونه گاوسی و نمونه کلاسیک ترسیم و با هم مقایسه شده‌اند. در شکل ۴ شبیه‌سازی توزیع شدت عرضی سه نمونه گاوسی و نمونه کلاسیک در صفحه کانونی اصلی ترسیم و با هم مقایسه شده‌اند. توزیع شدت محوری در شکل ۳ نسبت به کانون اصلی ( $Z=915\text{mm}$ ) تقارن ندارد و نمونه‌های گاوسی بعد از کانون اصلی یک پیک کوچکتر به شکل زانو دارند. در شکل ۴ توزیع شدت عرضی در صفحه کانونی به علت تقارن محوری (رابطه توزیع فازی تنها تابع شعاع است و متغیر زاویه‌ای سمتی ندارد) در توزیع فازی، نسبت به محور اپتیکی ( $\Gamma=0$ ) دارای تقارن است. در شکل ۵ نمودار تابع انتقال اپتیکی بهنجار<sup>۹</sup> (OTF) سه نمونه گاوسی و نمونه کلاسیک با هم مقایسه شده‌اند.

<sup>9</sup> Optical transfer function

اختلاف رفتار نمودارهای تجربی و شبیه‌سازی به علت خطاهای حین ساخت نمونه‌ها و ایراهی جزئی در چیدمان آزمایشگاهی است.



شکل ۶: توزیع شدت محوری تجربی، اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با توزیع کلاسیک (خط ممتد)، توزیع گاوسی با  $n_0=650$  (خط چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=850$  (نقطه‌چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=1000$  (خط نقطه).



شکل ۷: توزیع شدت عرضی تجربی، اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با توزیع کلاسیک (خط ممتد)، توزیع گاوسی با  $n_0=650$  (خط چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=850$  (نقطه‌چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=1000$  (خط نقطه).

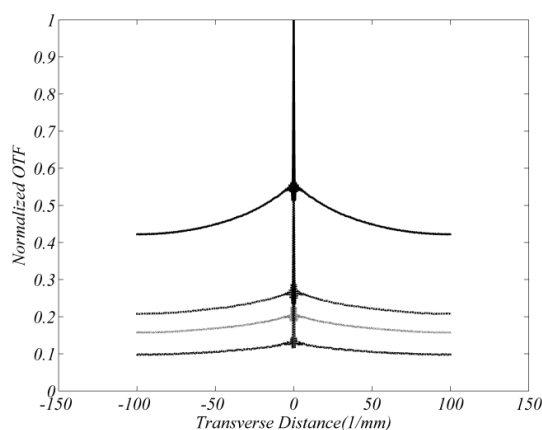
## ۵- مراجع

- [1] L. Kipp, M. Skibowski, R. L. Johnson, R. Berndt, R. Adelung, S. Harm and R. Seemann "Sharper images by focusing soft X-rays with photon sieves," *Nature* 414 (6860), 184-188, (2001).
- [2] J. H. McLeod, "The Axicon: A New Type of Optical Element," *J. Opt. Soc. Am.* 44, 592 (1954).
- [3] N. Davidson, A. A. Friesem, and E. Hasman, "Holographic axilens: high resolution and long focal depth," *Opt. Lett.* 16, 523-525 ~1991.
- [4] ثباتیان، آرش؛ حسینی، سید اکبر، طراحی اکسیلین بر پایه غربال فوتونی، نوزدهمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران به همراه پنجمین کنفرانس مهندسی فوتونیک ایران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، بهمن ۹۱
- [5] Soifer, V.A., Computer design of diffractive optics, Oxford cambridge Philadelphia New Delhi, 2013.
- [6] Voelz, David George, Computational fourier optics : a MATLAB tutorial, SPIE P.O. Box 10, Bellingham, Washington, 2011.

چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=850$  (نقطه‌چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=1000$  (خط نقطه).

## ۳- نتایج تجربی

آزمایش با چیدمان تصویرگیری همدوس و با منبع نور لیزر جامد GA-As در طول موج  $635\text{nm}$  انجام شد. ابتدا نور به کمک فیلتر فضایی صاف و پهن شد و نور پهن شده با یک عدسی محدب به فاصله کانونی  $1\text{m}$  تخت شد. سپس به وسیله CCD از فاصله  $870$  تا  $995$  میلی‌متر در فواصل  $1$  میلی‌متری تصویر تهیه شد. از تصاویر تهیه شده به وسیله CCD برای ترسیم نمودارهای توزیع شدت محوری و عرضی و تعیین عمق کانونی استفاده شد. در شکل ۶ توزیع شدت محوری تجربی سه نمونه گاوسی و نمونه کلاسیک با هم مقایسه شدند. در شکل ۷ توزیع شدت عرضی تجربی سه نمونه گاوسی و نمونه کلاسیک در صفحه کانونی اصلی ترسیم و با هم مقایسه شدند.



شکل ۸: محاسبه عددی تابع انتقال اپتیکی بهنجار (OTF)، اکسیلین بر پایه‌ی غربال فوتونی با توزیع کلاسیک (خط ممتد)، توزیع گاوسی با  $n_0=650$  (خط چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=850$  (نقطه‌چین)، توزیع گاوسی با  $n_0=1000$  (خط نقطه).

## ۴- نتیجه‌گیری

با مقایسه نمودارهای تجربی و شبیه‌سازی، تطابق نتیجه نسبی در تراز نمایه‌های محوری و عرضی توزیع شدت برقرار است که به نوبه خود فرضیات اولیه در طراحی و نتایج محاسبات را تأیید می‌کند. با توجه به تغییرات شعاعی نمودار تابع انتقال (شکل ۵)، نمونه‌های اکسیلین بر پایه غربال فوتونی با توزیع گاوسی، فرکانسهای فضایی بالاتر را بهتر فیلتر می‌کند. رهیافت برای جبران افت شدت غربال فوتونی در این مقاله، استفاده از توزیع گاوسی حفره‌ها بود که با فیلتر کردن فرکانسهای فضایی بالا، شدت را در پیک مرکزی افزایش داد و پیکهای ثانویه را کاهش می‌دهد. بدین ترتیب ضمن افزایش چگالی روزنه‌ها و افزایش شدت، قدرت تفکیک نمونه‌های اکسیلین بر پایه غربال فوتونی با توزیع گاوسی نسبت به توزیع کلاسیک بهبود نسبی پیدا می‌کند.