بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

بررسی امواج یون-غبار-صوت توسط نظریه‌ی جنبشی در پلاسمای غباری با بار متغیر غبار

مینا جمشیدی، حسین حکیمی پژوه و محمودرضا روحانی

گروه فیزیک، دانشگاه الزهرا

چکیده - در این مقاله، ناپایداری امواج غبار-یون-صوت، تحت تاثیر افت و خیز بار غبار در پلاسمای غباری غیرمغناطیده و غیربرخوردی توسط نظریه‌ی جنبشی مورد بررسی قرار می‌گیرد. ذرات پلاسما دارای تابع توزیع سرعت ماکسولی در حالت تعادل هستند و بار اولیه‌ی غبار منفی فرض می‌گردد. نشان می دهیم که بدون در نظرگرفتن سرعت سوقی ذرات پلاسما هم امکان وقوع ناپایداری وجود دارد. همچنین نتایج حاصل با نتایج نظریه‌ی سیالی مقایسه می شوند.

کلید واژه- افت و خیز بار غبار، امواج غبار-یون-صوت، نظریه‌ی جنبشی.

Investigation of Dust-Ion-Acoustic Waves in Dusty Plasmas with Variable Dust Charge by Kinetic theory

Mina Jamshidi, Hossein Hakimi Pajouh and Mahmoud Reza Rouhani

Department of Physics, Alzahra University, Tehran

Abstract- In this paper, the instability of Dust-Ion-Acoustic waves in the presence of the dust charge fluctuations in a collisionless unmagnetized dusty plasmas is investigated by kinetic theory. We consider Maxwellian distribution for plasma particles in the equilibrium and negatively charged dust grains. It is shown that dust-ion-acoustic wave instability can exist even if the drift speeds of the plasma particles are equal to zero. The results of kinetic theory are compared with those of fluid theory.

Keywords: Dust Charge Fluctuation, Dust-Ion-Acoustic waves, kinetic theory.

۱- مقدمه

در بررسی پدیده های پلاسما از دو نظریه‌ی سیالی و جنبشی می توان استفاده نمود. نظریه‌ی جنبشی نسبت به نظریه‌ی سیالی نتایج کامل تری در بر دارد. اثر افت و خیز بار غبار بر امواج غبار-یون-صوت را نیز توسط این دو نظریه می توان بررسی کرد. در پلاسمای غباری، جریان های پلاسمایی به علت وجود اختلاف پتانسیل بین سطح غبار و ذرات پلاسما، به سمت غبار جاری می‌شوند و بدین ترتیب ذرات غبار باردار می‌گردند. اگر اختلال کوچک به پلاسما اعمال گردد، تابع توزیع سرعت ذرات و جریان‌های رسیده به سطح غبار مختل می‌گردند و در نتیجه بار غبار افت و خیز می‌کند. اثر افت و خیز بار غبار بر امواج غبار-یون-صوت با فرض منفی بودن بار اولیه‌ی غبار توسط نظریه‌ی سیالی مورد بررسی قرار گرفته است [۱-۵]. در مقالات [۱-۳]، ثابت شده است که این امواج بر اثر افت و خیز بار غبار میرا می شوند و ناپایداری به علت وجود سرعت سوقی ذرات پلاسما می باشد. در حالی که در مقاله‌ی [۴] توسط این نظریه ثابت شده است که بدون در نظرگرفتن سرعت سوقی، ناپایداری این امواج امکان پذیر است. در این مقاله اثر افت و خیز بار غبار بر امواج غبار-یون-صوت توسط نظریه‌ی جنبشی بدون در نظر گرفتن سرعت سوقی مورد بررسی قرار می گیرد و با نتایج حاصل از نظریه‌ی سیالی مقایسه می‌شود. پلاسمای مورد بررسی، همگن، همسانگرد، غیربرخوردی و عاری از میدان‌های خارجی است و تابع توزیع سرعت ذرات در حالت تعادل، ماکسولی فرض می‌گردد. بار اولیه‌ی غبار نیز منفی در نظر گرفته می‌شود. با این فرضیات، ناپایداری امواج غبار-یون-صوت از طریق محاسبه‌ی گذردهی دی الکتریک طولی، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

ساختار این مقاله به این ترتیب است که در بخش ۲، میزان تغییرات بار غبار در اثر وجود اختلال و همچنین رابطه ی پاشندگی محاسبه می‌شوند. در بخش ۳، رابطه‌ی پاشندگی امواج غبار-یون-صوت بررسی می‌گردد و بخش ۴ شامل نتیجه گیری است.

۲- افت و خیز بار غبار

در فرآیند باردار شدن ذرات غبار، نوع ذرات احاطه کننده-ی غبار حائز اهمیت است. ذراتی که سرعت حرارتی بیش تری دارند، سریع تر به سطح غبار می‌رسند و باعث می-شوند که جریان بار های مخالف به سمت غبار جاری شوند، این فرآیند زمانی متوقف می‌گردد که جریان های ذرات پلاسما با یکدیگر برابر شوند و در نتیجه بار غبار مقدار ثابتی پیدا کند ($\sum_j I_{j0}=0$ که I_{j_0} جریان تعادلی است).

جریان ذرات پلاسما که به سطح غبار می‌رسند، از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است[۵]

$$I=\sum_j q_j \int_{v_j^{\min}}^{\infty} v\sigma_j(q_d,v)\, f_j(r,v,t)\, d^3p \qquad (۱)$$

که در آن m_j، q_j، $f_j(v)$ به ترتیب جرم، بار، سرعت و تابع توزیع ذرات نوع j پلاسما هستند. σ_j سطح مقطع برخورد ذرات به غبار است و برابر است با

$$\sigma_j(q_d,v)=\pi a_d^2\left(1-\frac{2q_j q_d}{c m_j v^2}\right) \qquad (۲)$$

که در آن a_d شعاع، q_d بار و c ظرفیت غبار هستند. $v_j^{\min}$ کمترین مقدار سرعت مورد نیاز ذرات پلاسما برای رسیدن به سطح غبار است. اگر $q_j \Phi_d < 0$ باشد، $v_j^{\min}=0$ است. ولی اگر $q_j \Phi_d > 0$ باشد، $v_j^{\min}=\sqrt{2\left|q_j \Phi_d\right|/m_j}$ است. (Φ_d پتانسیل سطح غبار می‌باشد و از $\sum_j I_{j0}=0$ بدست می‌آید.)

اعمال موج تخت با دامنه‌ی کوچک و با فاز $e^{i(kx-\omega t)}$ به عنوان اختلال به پلاسمای غباری، سبب تغییر تابع توزیع ذرات $f_j(v)=f_{j0}(v)+f_{j1}(\vec{r},v,t)$ (f_{j0} و f_{j1} به ترتیب تابع توزیع تعادلی و اختلالی هستند) و سطح مقطع برخورد ذرات به غبار $\sigma_j(q_d,v)=\sigma_j(q_{d0},v)+\sigma_j(q_{d1},v)$ می‌شود که q_{d0} بار غبار تعادلی است و متناسب با پتانسیل سطح غبار می‌باشد ($q_{d0}=c\Phi_d$) و q_{d1} بار غبار اختلالی است ($q_{d0} >> q_{d1}$). بنابراین جریان رسیده به سطح غبار هم تغییر می‌کند $I=I_0+I_1$ که I_0 جریان تعادلی است و در پلاسمای یون-الکترون برابر با مجموع جریان یونی I_{i0} و الکترونی I_{e0} است ($I_0=\sum_j I_{j0}=0$).

به ازا تابع توزیع ماکسولی

$$f_{j0}(v)=\frac{n_{j0}}{(2\pi m_j T_j)^{1.5}}\exp\left(-\frac{m_j v^2}{2T_j}\right) \qquad (۳)$$

این جریان ها برابر هستند با [۵]

$$I_{i0}=a_d^2\, e n_{i0}\,(\frac{8\pi T_i}{m_i})^{\frac{1}{2}}\,(1-\frac{e q_{d0}}{cT_i}) \qquad (۴)$$

$$I_{e0}=-a_d^2\, e n_{e0}\,(\frac{8\pi T_e}{m_e})^{\frac{1}{2}}\,\exp(\frac{e q_{d0}}{cT_e}) \qquad (۵)$$

که n_{j0} و T_j به ترتیب چگالی عددی و انرژی حرارتی ذره‌ی نوع j پلاسما هستند. جریان اختلالی I_1 از رابطه‌ی زیر بدست می آید،

$$\begin{aligned} I_1(\vec{r},t,q_d) = \sum_{j=e,i} q_j\Big(&\int_{v_j^{\min}}^{\infty} v\sigma_j(q_{d1},v) \\ &\times f_{j0}(v) d^3p \\ &+\int_{v_j^{\min}}^{\infty} v\sigma_j(q_{d0},v) \\ &\times f_{j1}(\vec{r},v,t)\, d^3p\Big) \end{aligned} \qquad (۶)$$

که $v_e^{\min}=\sqrt{2\left|e\Phi_d\right|/m_e}$ و $v_i^{\min}=0$ هستند و سطح مقطع اختلالی برابر است با

$$\begin{aligned} \sigma_j(q_{d1},v) &= q_{d1}\,\pi a_d^2\,(-\frac{2q_j}{c m_j v^2}) \\ &= q_{d1}\frac{\partial \sigma_j(q_d,v)}{\partial q_d}\bigg|_{q_{d0}} \end{aligned} \qquad (۷)$$

با استفاده از معادله‌ی ولاسف، تبدیل فوریه‌ی تابع توزیع اختلالی بدست می‌آید [۵]

$$f_{j1}(\vec{k},\omega,v)=\frac{q_j\Phi_1(\vec{k},\omega)}{T_j}\frac{\vec{k}.\vec{v}\, f_{j0}(v)}{\omega-\vec{k}.\vec{v}} \qquad (۸)$$

با استفاده از روابط (۱)، (۷) و (۸) تبدیل فوریه‌ی جریان اختلالی برابر می شود با

$$\begin{aligned} I_1(\vec{k},\omega,q_d) &= e^2\Phi_1\sum_{j=i,e}\int_{v_j^{\min}}^{\infty}\frac{v\sigma_j(q_{d0},v)}{T_j(\omega-\vec{k}.\vec{v})} \\ &\times \vec{k}.\vec{v}\, f_{j0}(v) d^3p \\ &+ q_{d1}\sum_{j=i,e}\frac{\partial I_{j0}(q_d)}{\partial q_d}\bigg|_{q_{d0}} \end{aligned} \qquad (۹)$$

با تبدیل فوریه‌ی $\partial q_d/\partial t=\sum_j I_j$، افت و خیز بار غبار q_{d1} بدست می‌آید

$$q_{d1}=\frac{e^2\Phi_1}{\nu_{ch}-i\omega}(\frac{\nu_i}{T_i}+\frac{\nu_e}{T_e}) \qquad (۱۰)$$

که در آن ν_{ch} فرکانس باردار شدن ذرات غبار است،

$$\nu_{ch}\equiv-\sum_{j=e,i}\frac{\partial I_{j0}(q_d)}{\partial q_d}\bigg|_{q_{d0}} \qquad (۱۱)$$

و به ازا تابع توزیع ماکسولی برابر می‌شود با

$$\nu_{ch}=\frac{e}{c}(\frac{\left|I_{e0}\right|}{T_e}+\frac{I_{i0}}{T_i-e\Phi_d}) \qquad (۱۲)$$

ν_{ch}^{-1} مدت زمانی است که بار غبار به تعادل می‌رسد، قبل از به تعادل رسیدن بار غبار جریان های پلاسمایی مختل شده، به سطح غبار می‌رسند و بار غبار افت و خیز می‌کند. ضرایب ν_e و ν_i نیز به صورت زیر هستند،

$$\nu_j\equiv\int_{v_j^{\min}}^{\infty} v\sigma_j(q_{d0},v)\frac{\vec{k}.\vec{v}}{\omega-\vec{k}.\vec{v}}\, f_{j0}(v) d^3p \qquad (۱۳)$$

برای مطالعه امواج الکتروستاتیک، از تبدیل فوریه‌ی معادله‌ی پوآسون با در نظر گرفتن افت و خیز بار غبار استفاده می‌شود[۵]

$$k^2\Phi_1=4\pi(en_{i1}-en_{e1}+q_{d0}n_{d1}+q_{d1}n_{d0}) \qquad (۱۴)$$

که در آن n_{j1} اختلال چگالی عددی ذره نوع j است و از تابع توزیع اختلالی بدست می‌آید

$$n_{j1}=\int f_{j1}d^3p \qquad (۱۵)$$

با استفاده از (۸)، (۱۰)، (۱۴) و (۱۵)، گذردهی دی الکتریک طولی $\varepsilon^{lo}(\omega,k)$ حاصل می‌شود [۵]

$$\begin{aligned} \varepsilon^{lo}(\omega,k) &= 1+\sum_{j=i,e,d}\chi_j \\ &-\sum_{j=i,e}\frac{i n_{d0}}{\omega+i\nu_{ch}}\frac{\nu_j}{n_{j0}k^2\lambda_{Dj}^2}=0 \end{aligned} \qquad (۱۶)$$

که در آن $\lambda_{Dj}=\sqrt{T_j/4\pi n_{j0}e^2}$ طول دبای و $\chi_j=-4\pi q_j n_{j1}/k^2\Phi_1$ پذیرفتاری الکتریکی ذره‌ی نوع j هستند [۵]

$$\chi_j=-\frac{4\pi q_j^2 m_j^3}{k^2 T_j}\int\frac{\vec{k}.\vec{v}\, f_{j0}(v)}{\omega-\vec{k}.\vec{v}}d^3v \qquad (۱۷)$$

ضرایب ν_e و ν_i و χ_j در محدوده‌ی فرکانسی مختلف قابل محاسبه هستند. بخش حقیقی و موهومی فرکانس نیز با استفاده از رابطه پاشندگی بدست می‌آیند.

۳- امواج غبار-یون-صوت

امواج غبار-یون-صوت امواجی هستند که سرعت فازشان کم تر از سرعت حرارتی الکترون ها و بیش تر از سرعت حرارتی یون ها و ذرات غبار است ($v_{Td}, v_{Ti} \ll \omega/k \ll v_{Te}$) بنابراین به ازا تابع توزیع

ماکسولی، χ_i و χ_e را می‌توان محاسبه نمود و به ازا شرط $\omega_{pd} \ll \omega_{pi}$ از χ_d می توان صرف نظر کرد[۵]

$$\chi_i = -\frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} + i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{k^2\lambda_{Di}^2}\frac{\omega}{kv_{Ti}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{kv_{Ti}}\right)^2\right] \qquad (۱۸)$$

$$\chi_e = \frac{1}{k^2\lambda_{De}^2} - i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{k^2\lambda_{De}^2}\frac{\omega}{kv_{Te}} \qquad (۱۹)$$

که $v_{Tj} = \sqrt{T_j/m_j}$ و $\omega_{pj} = \sqrt{4\pi n_{j0} q_j^2/m_j}$ به ترتیب سرعت حرارتی و فرکانس پلاسمایی ذره‌ی نوع j هستند. همچنین v_e و v_i را نیز می توان یافت [۵]

$$v_e = -a_d^2 n_{e0}\sqrt{\frac{8\pi T_e}{m_e}}\exp\left(\frac{e\Phi_{d0}}{T_e}\right) = -\frac{|I_{e0}|}{e} \qquad (۲۰)$$

$$v_i = \frac{2}{3}\frac{k^2 a_d^2 n_{i0}}{\omega^2}\sqrt{\frac{8\pi T_i^3}{m_i^3}}\left(2 - \frac{e\Phi_{d0}}{T_i}\right) = \alpha\frac{k^2 v_{Ti}^2}{\omega^2}\frac{|I_{e0}|}{e} \qquad (۲۱)$$

که ضریب α برابر است با

$$\alpha = \frac{2}{3}\frac{\left(2 + \frac{|e\Phi_d|}{T_i}\right)}{\left(1 + \frac{|e\Phi_d|}{T_i}\right)} \qquad (۲۲)$$

بدین ترتیب بخش حقیقی و موهومی گذردهی دی الکتریک طولی بدست می‌آیند،

$$\mathrm{Re}\{\varepsilon^{lo}(\omega,k)\} = 1 + \frac{1}{k^2\lambda_{De}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \qquad (۲۳)$$

$$\mathrm{Im}\{\varepsilon^{lo}(\omega,k)\} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{k^2\lambda_{De}^2}\frac{\omega}{kv_{Te}} + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{k^2\lambda_{Di}^2}\frac{\omega}{kv_{Ti}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{kv_{Ti}}\right)^2\right] + \frac{1}{\omega}\left(\frac{\beta_e}{k^2\lambda_{De}^2} - \frac{\beta_i\omega_{pi}^2}{\omega^2}\right) \qquad (۲۴)$$

که ضرایب β_i و β_e برابر هستند با

$$\beta_i \equiv \frac{\omega^2}{\omega_{pi}^2}\frac{n_{d0}}{n_{i0}k^2\lambda_{Di}^2}v_i = \alpha\frac{n_{d0}}{n_{i0}}\frac{|I_{e0}|}{e} \qquad (۲۵)$$

$$\beta_e \equiv -\left(\frac{n_{d0}}{n_{e0}}\right)v_e = \frac{n_{d0}}{n_{e0}}\frac{|I_{e0}|}{e} \qquad (۲۶)$$

با فرض $\omega = \omega_r + i\delta$، قسمت حقیقی و موهومی فرکانس امواج قابل محاسبه است $(\omega_r \gg \delta)$

$$\omega_r^2 = \frac{k^2\lambda_{De}^2\omega_{pi}^2}{1 + k^2\lambda_{De}^2} \qquad (۲۷)$$

$$\delta = \delta_L + \delta_f \qquad (۲۸)$$

که δ_L ناشی از میرایی لانداو

$$\delta_L = -\sqrt{\frac{\pi}{8}}\frac{1}{1 + k^2\lambda_{De}^2}\frac{\omega_r^2}{kv_{Te}} - \sqrt{\frac{\pi}{8}}\frac{1}{1 + k^2\lambda_{De}^2}\frac{\lambda_{De}^2}{\lambda_{Di}^2}\frac{\omega_r^2}{kv_{Ti}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_r}{kv_{Ti}}\right)^2\right] \qquad (۲۹)$$

و δ_f ناشی از افت و خیز بار غبار هستند،

$$\delta_f = -\frac{\omega_r^2}{2\omega_{pi}^2}\frac{\beta_e}{k^2\lambda_{De}^2} + \frac{\beta_i}{2} = -\frac{1}{2}\frac{n_{d0}}{n_{e0}}\frac{|I_{e0}|}{e}\left(\frac{1}{1 + k^2\lambda_{De}^2} - \alpha\frac{n_{e0}}{n_{i0}}\right) \qquad (۳۰)$$

اگر شرط $2\delta_L + \beta_e/(1 + k^2\lambda_{De}^2) - \beta_i < 0$ برقرار باشد، امواج غبار-یون-صوت ناپایدار می‌گردند. به ازا $\delta_L \ll \delta_f$، این شرط تبدیل به $k\lambda_{De} > \sqrt{n_{i0}/(\alpha n_{e0}) - 1}$ می شود و در مقاله‌ی [۲]، به صورت $k\lambda_{De} > \sqrt{n_{i0}/n_{e0} - 1}$ است. در حد $k^2\lambda_{De}^2 \ll 1$، جمله ی داخل پرانتز معادله‌ی (۳۰) برابر با $1 - \alpha n_{e0}/n_{i0}$ می‌شود و در مقاله‌ی [۴]، این جمله برابر با $1 - n_{e0}/n_{i0}$ است. از مقایسه‌ی آن ها می توان نتیجه گرفت که ضریب α تصحیح ناشی از محاسبه از طریق نظریه‌ی جنبشی می‌باشد.

۴- نتیجه‌گیری

نتایج نشان می دهد که امواج غبار-یون-صوت بر اثر افت و خیز بار غبار حتی بدون سرعت سوقی هم می توانند رشد کنند و تفاوت بین نتایج حاصل از نظریه‌ی جنبشی با نظریه‌ی سیالی در ضریب α می باشد که در نظریه‌ی سیالی برابر با ۱ و در نظریه‌ی جنبشی تابعی از پارامترهای پلاسما است.

مراجع

[1] R. K. Varma, P. K. Shukla, and V. Krishan, Phys. Rev. E **47**, 3612 (1993)

[2] M. R. Jana, A. Sen, and P. K. Kaw, Phys. Rev. E **48**, 3930(1993)

[3] F. Li, O. Havnes and F. Melandso, Planet. Space, Sci. **42**, 40 I 407 (1994)

[4] Hee J. Lee, Journal of the Korean Physical Society, **44**, June (2004)

[5] P.K. Shukla and A.A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, IOP Publishing Ltd, 2002