



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شهید چمران اهواز،  
خوزستان، ایران.  
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



## اندازه گیری ضریب شکست و ضخامت لایه نازک $MgF_2$ بر روی بستر BK7 به روش بیضی سنجی نول

مسعود کاوش تهرانی، آصف عبدالهادی، علی کیانی

مجتمع دانشگاهی علوم کاربردی، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

m\_kavosh@mut-es.ac.ir, assefabdalhade@gmail.com, kiani2231@gmail.com

چکیده - در این تحقیق با استفاده از چیدمان آزمایشگاهی بیضی سنجی نول ضریب شکست و ضخامت لایه  $MgF_2$  بر روی بستر BK7 اندازه گیری شده است. در این چیدمان با تابش نور لیزر هلیوم نئون تحت زوایای ۴۵، ۵۰ و ۵۵ درجه به نمونه ضریب شکست و ضخامت لایه  $MgF_2$  توسط برنامه نوشته شده در نرم افزار متلب تعیین گردیده است. نتایج به دست آمده با نتایج واقعی تطابق خوبی نشان می دهد

کلید واژه- بیضی سنجی نول، ضریب شکست، لایه نازک

## Measurement of refractive index and thickness of $MgF_2$ thin film on BK7 substrate by null ellipsometry

Masoud Kavosh Tehrani, Assef Abdalhade, Ali kiani

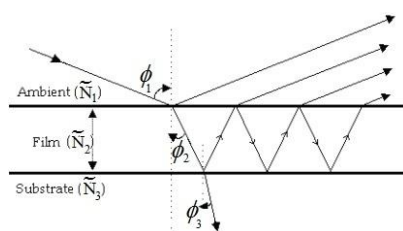
Faculty of applied science, Malek ashtar University of Technology

m\_kavosh@mut-es.ac.ir, assefabdalhade@gmail.com, kiani2231@gmail.com

**Abstract-** In this paper, the refractive index and thickness of  $MgF_2$  thin film on BK7 substrate have been measured using the null ellipsometry. In this arrangement, helium neon laser light irradiation at angles of 45, 50 and 55 degrees to the sample. The refractive index and thickness of the  $MgF_2$  layer is determined by the program written in MATLAB software. The results show a good agreement with the real results.

Keywords: null ellipsometry, refractive index, thin film

همان‌گونه که در شکل ۱ نشان داده شده است، نتیجه بازتاب نور از سطح مشترک از محیط اول برابر است با جمع تمام عبورهای نور از سطح دو به سطح یک.



شکل ۱: بازتاب و انتقال از چندلایه‌ای [۱].

کمیت مختلط  $\rho$ ، تغییرات حاصل در قطبش پس از بازتاب است و ضریب نسبی بازتاب نامیده و به صورت زیر تعریف می‌شود [۵-۱].

$$\rho = \tan \Psi e^{j\Delta} \quad (1)$$

این معادله یک رابطه بنیادی در بیضی‌سنجی است که  $\tan \Psi$  تغییرات در نسبت دامنه‌ها برای دو قطبش s و p مربوط به نور منعکس شده و  $\Delta$  جابجایی اختلاف‌فاز بین نور ورودی و خروجی را نشان می‌دهد. با استفاده از معادله ۱ و با داشتن زاویه تابش،  $\phi_1$  می‌توان ضریب شکست مختلط لایه نازک،  $\tilde{N}_2$ ، را حساب کرد [۴].

$$\tilde{N}_2 = \sin \phi_1 \left[ 1 + \tan^2 \phi_1 \left( \frac{1 - \rho}{1 + \rho} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

ضرایب بازتاب فرنل r که برابر با مقدار دامنه نور بازتاب شده به نور فرودی است عبارت است از [۱، ۴]:

$$r_{ij}^p = \frac{\tilde{N}_j \cos \phi_i - \tilde{N}_i \cos \phi_j}{\tilde{N}_j \cos \phi_i + \tilde{N}_i \cos \phi_j} \quad (3)$$

$$r_{ij}^s = \frac{\tilde{N}_i \cos \phi_i - \tilde{N}_j \cos \phi_j}{\tilde{N}_i \cos \phi_i + \tilde{N}_j \cos \phi_j} \quad (4)$$

در اینجا بالانویس مربوط به نوع قطبش و زیرنویس مربوط به محیط i و j است. از طرفی ضریب بازتاب که معرف میزان شدت بازتابی برای یک سطح است برابر است با [۱]:

## مقدمه

بیضی‌سنجی روشی نوری برای مطالعه ویژگی‌های دی‌الکتریک و لایه‌نازک است. در این روش با بررسی خصوصیات انتقال و بازتاب پس از برخورد نور با برخی مواد به مطالعه ویژگی‌های اپتیکی آن مواد پرداخته می‌شود. میدان الکتریکی نوری که به‌عنوان مثال از لیزر ساطع می‌شود را می‌توان به دو قطبش s و p تقسیم کرد. زمانی که پرتو نور به ماده‌ی شفاف برخورد می‌کند قسمتی از آن، بازتاب می‌شود؛ اما قسمت دیگری از آن ابتدا به داخل ماده نفوذ می‌کند و اگر مرز دیگری وجود داشته باشد دوباره بازتاب می‌شود. هنگام تابش نور روی یک نمونه قطبش‌های s و p تغییرات مختلف را در دامنه و فاز نشان می‌دهند. با اندازه‌گیری این تغییرات می‌توان ضریب شکست و ضخامت لایه را تعیین کرد [۵-۱].

در این مقاله با چیدمان آزمایشگاهی یک بیضی‌سنج تک‌فام نول به‌عنوان روشی نسبتاً ساده و کم‌هزینه نسبت به سایر روش‌های متداول، ضریب شکست، ضریب خاموشی و ضخامت لایه‌نازک MgF<sub>2</sub> بر بستر BK7 محاسبه و نتایج حاصل با مقادیر واقعی مقایسه خواهد شد و محدوده خطا به‌دست خواهد آمد.

## مبانی نظری بیضی‌سنج نول

بیضی‌سنج نول از نظر تاریخی اولین بیضی‌سنجی بود که در اواخر قرن نوزدهم ساخته شد. اصلی که این نوع بیضی‌سنجی بر آن استوار است، به حداقل رساندن شدت نور در آشکارساز است. با تنظیم زاویه سمتی قطبش‌گر (P) و جبران‌کننده (C) می‌توان نور را پس از انعکاس در مرز سطح به‌صورت خطی قطبی کرد. با تنظیم زاویه سمتی آنالیزور (A) با زاویه تابش پرتو به سطح نمونه جهت دستیابی به جهت عمود نسبت به موج قطبیده خطی، شدت نور در آشکارساز به حداقل می‌رسد یا صفر می‌شود [۵].

ارتباط بین  $\Psi$  و  $\Delta$  و زاویه آنالیزور و قطبش‌گر در این دو ناحیه به صورت زیر است [۶]:

$$\Psi_1 = A_1, \Delta_1 = 270^\circ - 2P_1 \text{ یا } \Delta_1 = -90^\circ - 2P_1 \quad (۸)$$

$$\Psi_2 = -A_2, \Delta_2 = 90^\circ - 2P_2 \quad (۹)$$

در اینجا اندیسه‌های ۱ و ۲ مربوط به ناحیه ۱ و ۲ است. به همین ترتیب دو راه حل دیگر برای تیغه چارک موجی در زاویه  $-45^\circ$  درجه نسبت به صفحه تابش خواهیم داشت، ارتباط بین  $\Psi$  و  $\Delta$  با زاویه آنالیزور و قطبش‌گر در این حالت مطابق روابط ۸ و ۹ است؛ بنابراین چهار مجموعه  $P$  و  $A$  با شدت صفر به دست می‌آوریم. با این چهار دسته جواب می‌توان چهار دسته  $\Psi$  و  $\Delta$  به دست آورد و از این چهار دسته می‌توان با استفاده از روابط ۱ تا ۶ و نوشتن یک برنامه محاسباتی چهار ضریب شکست و چهار ضخامت به دست آورد؛ بنابراین برای هر زاویه تابش چهار ضریب شکست و چهار ضخامت به دست می‌آید. با تغییر زاویه تابش می‌توان جواب‌های بیشتری به دست آورد و در نهایت جهت کاهش خطا متوسط‌گیری کرد.

### نتایج اندازه‌گیری

در بیضی‌سنجی نول، همان‌طور که در بخش بالا ذکر شد، جبران‌کننده در  $45^\circ$  درجه یا  $-45^\circ$  درجه نگه داشته می‌شود و برای به دست آوردن حداقل شدت برای هر زاویه فرودی، زاویه آنالیزور و قطبش‌گر را باید تغییر داد. نمونه‌ای که در این آزمایش اندازه‌گیری می‌شود، یک لایه نازک  $MgF_2$  به ضخامت  $110\text{ nm}$  بر روی شیشه BK7 است، جدول‌های ۱ تا ۳ نتایج اندازه‌گیری در زاویه‌های تابش  $45^\circ$ ،  $50^\circ$  و  $55^\circ$  را نشان می‌دهد.

جدول ۱: نتایج اندازه‌گیری برای زاویه تابش  $45^\circ$  درجه.

ردیف	C (درجه)	A (درجه)	P (درجه)
۱	$45^\circ$ منطقه اول	۱۶	۵۶
۲	$45^\circ$ منطقه دوم	-۱۶	-۳۴
۳	$-45^\circ$ منطقه اول	۱۶	۳۵

$$r^s = \frac{r_{12}^s + r_{23}^s \exp(-i2\beta)}{1 + r_{12}^s r_{23}^s \exp(-i2\beta)} \quad (۵)$$

$$r^p = \frac{r_{12}^p + r_{23}^p \exp(-i2\beta)}{1 + r_{12}^p r_{23}^p \exp(-i2\beta)} \quad (۶)$$

در اینجا  $\beta$  برابر با ضخامت فازی لایه است و برابر است با:

$$\beta = 2\pi \left(\frac{d}{\lambda}\right) \tilde{N}_2 \cos \phi_2 \quad (۷)$$

که  $\lambda$  طول موج نور فرودی و  $d$  ضخامت لایه است.

### چیدمان آزمایشگاهی بیضی‌سنج نول

در روش بیضی‌سنجی نول مطابق شکل ۲ ابتدا تیغه چارک موجی نسبت به صفحه تابش در زاویه  $+45^\circ$  یا  $-45^\circ$  درجه قرار می‌گیرد. سپس با تغییر زاویه قطبش‌گر و آنالیزور کاری می‌کنیم که نور بازتابی از سطح نمونه به صورت خطی قطبیده گردد و پس از عبور از آنالیزور شدت نور در آشکارساز به حداقل یا صفر برسد. به این ترتیب با اندازه‌گیری زاویه قطبش‌گر و آنالیزوری می‌توان پارامترهای بیضی‌سنجی را محاسبه کرد.



شکل ۲: تصویر از چیدمان آزمایشگاهی بیضی‌سنجی نول

با استفاده از قطبش‌گر و آنالیزور می‌توان چند مجموعه جواب را که به شدت صفر می‌رسد، تشکیل داد. با قرار دادن زاویه تیغه چارک موجی ( $C_i$ ) در  $45^\circ$  درجه نسبت به صفحه تابش و محدود کردن زاویه قطبش‌گر ( $P_i$ ) و آنالیزور ( $A_i$ )، مجموعه شرایط را می‌توان به دو مجموعه مطابق زیر محدود کرد.

ناحیه ۱:  $-45^\circ < P_1 < 135^\circ$ ,  $0^\circ < A_1 < 90^\circ$ ,  $C = 45^\circ$

ناحیه ۲:  $-135^\circ < P_2 < 45^\circ$ ,  $-90^\circ < A_2 < 0^\circ$ ,  $C = 45^\circ$

۱۰۰۰۰	۰۰۰۰۰	۰۰۰۰۰	۰۰۰۰۰	۰۰۰۰۰	۰۰۰۰۰	متوسط	۵
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	---

-۵۵	-۱۵	۴۵- منطقه دوم	۴
-----	-----	---------------	---

جدول ۲۰: نتایج اندازه‌گیری برای زاویه تابش ۵۰ درجه.

جدول ۵: ضخامت نمونه در زاویه‌های فرود مختلف.

ردیف	C (درجه)	ضخامت (nm)		
		$\theta=55$	$\theta=50$	$\theta=45$
۱	۴۵ ناحیه ۱	۱۱۹,۷۸	۱۱۰,۱۹	۱۰۶,۴۱
۲	۴۵ ناحیه ۲	۱۰۹,۶۹	۱۱۴,۱۱	۱۰۶,۴۱
۳	-۴۵ ناحیه ۱	۱۱۹,۷۸	۱۱۳,۱۴	۱۰۲,۹۵
۴	-۴۵ ناحیه ۲	۱۲۱,۱۷	۱۱۶,۶۸	۱۱۴,۲۰
۵	متوسط	۱۱۷,۵۸	۱۱۳,۵۲	۱۰۷,۴۹

ردیف	C (درجه)	A (درجه)	P (درجه)
۱	۴۵ منطقه اول	۱۳	۷۰
۲	۴۵ منطقه دوم	-۱۲	-۲۰
۳	-۴۵ منطقه دوم	۱۰	۲۳
۴	-۴۵ منطقه اول	-۸	-۶۲

جدول ۳ نتایج اندازه‌گیری برای زاویه تابش ۵۵ درجه.

ردیف	C (درجه)	A (درجه)	P (درجه)
۱	۴۵ منطقه اول	۹	۹۱
۲	۴۵ منطقه دوم	-۹	-۲
۳	-۴۵ منطقه اول	۹	۹۱
۴	-۴۵ منطقه دوم	-۸,۵	۲

### جمع بندی

با توجه به نتایج به‌دست آمده مقدار ضریب شکست لایه هلیوم نئون (  $632,8\text{nm}$  )  $1,37$  و ضخامت لایه  $d=113\pm 4\text{nm}$  به‌دست می‌آید. مقدار اسمی ضریب شکست  $\text{MgF}_2$  در طول موج لیزر هلیوم نئون (  $632,8\text{nm}$  )  $1,37$  و ضخامت لایه مورد استفاده  $110\text{nm}$  بوده است که مشاهده می‌گردد نتایج در محدوده خطا بوده است. در ضمن قسمت موهومی ضریب شکست ماده در طول موج مورد استفاده صفر است که با مقادیر به‌دست آمده از محاسبات هم خوانی ندارد. علت این امر را می‌توان عدم همراستایی قطعات اپتیکی و مناسب نبودن قطبیده‌ها و تیغه ربع موج بیان کرد.

جهت محاسبه ضریب شکست و ضخامت لایه برنامه‌ای به زبان متلب نوشته شده است که در این برنامه زاویه فرودی  $\theta$ ، زاویه قطبش گر  $P$  و زاویه آنالیزور  $A$  وارد می‌گردد و در نتیجه اجرای برنامه  $\Delta$ ،  $\Psi$ ، ضریب نسبی بازتاب  $\rho$ ، ضریب شکست مختلط لایه نازک و ضخامت آن محاسبه می‌شود، نتایج به‌دست آمده از اجرای این برنامه در جدول‌های ۴ و ۵ ارائه شده است

جدول ۴: ضریب شکست نمونه در زاویه‌های فرود مختلف.

### مرجع ها

- [1] D. Goncalves, A. Irene, "Fundamentals and Applications of Spectroscopic Ellipsometry", Quim. Nova, Vol. 25, No. 5, (2002) 794-800
- [2] R. V. A. Azzam and N. M. Bashara, "Ellipsometry and Polarized Light", ch. 4, North-Holland, Amsterdam, The Netherlands, (1977).
- [3] R. Todorov, I J. Tasseva, I V. Lozanova, I A. Lalova, I Tz. Iliev, 2 and A. Paneva, 3, "Ellipsometric characterization of thin films from multicomponent chalcogenide glasses for application in modern optical devices", Advances in Condensed Matter Physics, Volume 2013, Article ID 308258
- [4] L Z Maulana et. Al., "Inexpensive home-made single wavelength ellipsometer ( $\lambda = 633\text{ nm}$ ) for measuring the optical constant of nanostructured materials" IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 202 012031, 2017
- [5] Harland G. Tompkins and Eugene A. Irene, "Handbook of ellipsometry", 2005 by William Andrew, Inc.
- [6] H. Fujiwara, "spectroscopy ellipsometry: principles and applications", John Wiley & Sons, Ltd, 2007.

ردیف	C (درجه)	ضریب شکست مختلط					
		$\theta=55$		$\theta=50$		$\theta=45$	
		$n_2$	$k_2$	$n_2$	$k_2$	$n_2$	$k_2$
۱	۴۵ ناحیه ۱	۱,۳۵۱	۰,۲۰	۱,۳۵۱	۰,۳۵۵	۱,۳۵۱	۰,۳۳۱
۲	۴۵ ناحیه ۲	۱,۳۵۱	۰,۳۰۲	۱,۳۵۱	۰,۳۳۱	۱,۳۵۱	۰,۳۳۱
۳	-۴۵ ناحیه ۱	۱,۳۵۱	۰,۲۰۱	۱,۳۵۱	۰,۲۰۱	۱,۳۵۱	۰,۳۳۱
۴	-۴۵ ناحیه ۲	۱,۳۵۱	۰,۲۰۷	۱,۳۵۱	۰,۱۱۱	۱,۳۵۱	۰,۱۵۱

با سلام و احترام  
ضمن تشکر از زحمات داوران محترم تصحیحات لازم به شرح  
زیر انجام گردید.  
۱- مبانی نظری بیضی سنجی نول باز نویسی شد  
۲- کلیه پارامترها در معادلات در متن تعریف شد و یکسان گردید  
۳- مرجع ۶ به مقاله اضافه گردید.  
۴- در خصوص خروجی نتایج و برنامه نویسی متلب جهت  
پیدا کردن نتایج باید گفت که در این صفحات محدود بیشتر از این  
مقدور نبود. انشاءالله توضیحات کامل در زمان ارائه داده خواهد  
شد.