



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



انتشار نور کوانتومی در دو موجبر خمیده دارای تقارن پاریته-زمان

بهاره عبیدی ، مجتبی گلشانی ، محمدحسین زندی

دانشکده فیزیک دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

b.abidi20@yahoo.com , Golshani@uk.avc.ir , mzandi@uk.ac.ir

در این مقاله، به بررسی نقطه شکست تقارن پاریته-زمان در دو موجبر نوری دارای فاصله‌ی متناوب، می‌پردازیم. بدین منظور از رهیافت کوانتومی برای انتشار نور ورودی درهم‌تنیده استفاده شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد که در فاز تقارن پاریته-زمان، انرژی کل سیستم ثابت و انرژی بین دو موجبر به صورت نوسانی مبادله می‌شود. با افزودن میزان افت و بهره و در فاز شکست تقارن پاریته-زمان، که توسط معیار مبتنی بر شدت محاسبه شده است، انرژی در سیستم به صورت نمایی رشد می‌کند.

کلید واژه- اپتیک کوانتومی، تقارن پاریته زمان، موجبرهای نوری خمیده، نقطه شکست تقارن پاریته-زمان.

Propagation of Quantum light in two curved PT-symmetry optical waveguides

Bahare Abidi, Mojtaba Golshani, Mohammad Hossein Zandi

Department of Physics, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

b.abidi20@yahoo.com , Golshani@uk.avc.ir , mzandi@uk.ac.ir

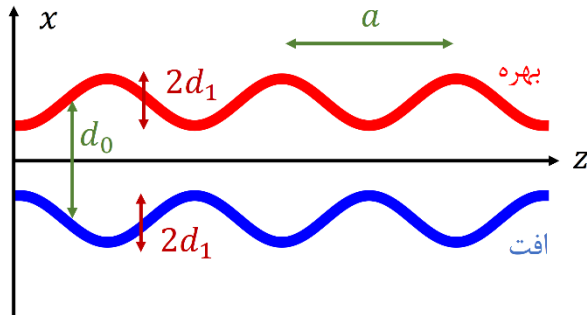
In the paper, we investigate parity-time symmetry breaking point in two optical waveguides with alternative distance. To this end, a quantum approach is used to investigate light propagation for an entangled input state. Numerical results show that in the PT-symmetry phase total energy is constant and oscillates between two waveguides. By increasing gain/loss and in the PT-symmetry breaking phase, which is calculated by an intensity-based criterion , the total energy of the system increases exponentially.

Keywords: quantum optics, PT-symmetry, curved optical waveguides, parity-time symmetry breaking point.

مقدمه

در اواخر دهه ۱۹۶۰ توجه به آرایه های موجبرهای نوری رشد چشمگیری نمود. آرایه موجبرهای نوری به دلیل توانایی کنترل دقیق پارامترها، در دسترس بودن و انعطاف پذیری زیاد، یک سیستم ایده آل برای بررسی پدیده های فیزیکی مختلف می باشند [۱]. در سال ۱۹۹۸، بندر و بوتچر نشان دادند که طبقه وسیعی از هامیلتونی های غیر هرمیتی در صورت جابه جایی با عملگرهای پارایته-زمان (داشتن تقارن پارایته-زمان) می توانند ویژه مقادیر حقیقی داشته باشند. با افزودن افت و بهره به یک آرایه موجبرهای نوری، می توان نحوه تحول نور در موجبرهای دارای تقارن پارایته-زمان را، به ازای ضریب جفت شدگی مختلف، مورد بررسی قرار داد. در حالت جفت شدگی قوی، بهره یک موجبر می تواند افت مربوط به موجبر دیگر را کاملاً جبران کند و عملکرد سیستم در فاز تقارن پارایته زمان با ویژه مقادیر حقیقی باشد. در حالت جفت شدگی ضعیف، بهره قادر به جبران افت نیست و بنابراین سیستم در فاز شکست تقارن پارایته-زمان با ویژه مقادیر مختلط عمل می کند. در بین این دو حالت متفاوت، نقطه ای وجود دارد که در آن یک گذار فاز از طیف حقیقی به طیف مختلط اتفاق می افتد. این نقطه را نقطه شکست تقارن پارایته-زمان می نامند [۲]. آرایه موجبرهای نوری دارای تقارن پارایته-زمان قبلاً مورد بررسی قرار گرفته است. اما تمام این بررسی ها در محدوده الکترومغناطیس کلاسیک بوده است. بررسی تئوری موجبرهای نوری در رژیم کوانتومی، به دلیل معادلات عملگری حاکم بر سیستم، چالش برانگیز است [۳]. ما در این مقاله به بررسی تحول

نور کوانتومی در دو موجبر نوری دارای تقارن پارایته-زمان و پیدا کردن نقطه شکست آن، خواهیم پرداخت.



شکل ۱: دو موجبر نوری خمیده دارای افت و بهره

تئوری مساله

در این پژوهش، سیستم متشکل از دو موجبرنوری خمیده تک مد دارای تقارن پارایته-زمان با فاصله متناوب بررسی می شود (شکل ۱). در رژیم کوانتومی، هامیلتونی $\hat{H}(z)$ که انتشار نور در سیستم دو موجبر را توصیف می کند بصورت زیر می باشد [۳]:

$$\hat{H}(z) = \beta_1(z)\hat{a}_1^+\hat{a}_1 + \beta_2(z)\hat{a}_2^+\hat{a}_2 + c(z)(\hat{a}_1^+\hat{a}_2 + \hat{a}_1\hat{a}_2^+) \quad (1)$$

که در آن a_n و a_n^+ به ترتیب عملگر فنا و خلق در موجبر n ام می باشد. در این رابطه، $\beta_1(z)$ و $\beta_2(z)$ به ترتیب ثابت انتشار موجبر اول و دوم و $c(z)$ ضریب جفت شدگی نور بین دو موجبر می باشند. در این مقاله فرض می شود که انحنای موجبرها به صورت رابطه $x_{1,2}(z) = \pm \frac{d_0}{2} \mp d_1 \cos(\frac{2\pi}{a}z)$ باشد که در آن d_0 فاصله متوسط بین موجبرها، d_1 دامنه ی انحنای موجبرها، و a دوره تناوب خمیدگی موجبرها است (شکل ۱). باتوجه به انحنای موجبرها و در نتیجه تغییر فاصله ی بین آنها، ثابت انتشار و ضریب جفت شدگی در طول انتشار تغییر می کنند و برای یک سیستم دارای

$$I_2(z) = \langle \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \rangle = \sum_{i,j} |\gamma_{i,j}(z)|^2 j \quad (7)$$

نتایج عددی

به منظور بررسی عددی مسئله، حالت نور ورودی نور به سیستم به صورت حالت درهم تنیده زیر در نظر گرفته شده است:

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1,0\rangle + |0,1\rangle) \quad (8)$$

شکل (۲) نحوه تحول انرژی را در مقدار افت و بهره کوچک $g = 0.20 \text{ mm}^{-1}$ نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، در این شرایط انرژی کل در سیستم ثابت است و به صورت تناوبی بین دو موجبر جابه‌جا می‌شود. در این شرایط سیستم در فاز تقارن پاریته-زمان قرار دارد. با در نظر گرفتن مقدار افت و بهره بیشتر $g = 0.29 \text{ mm}^{-1}$ ، سیستم در فاز شکست تقارن پاریته-زمان قرار می‌گیرد. در این شرایط، با موهومی شدن ویژه مقادیر سیستم، توازن میان افت و بهره از بین رفته و انرژی سیستم در طول انتشار z بصورت نمایی رشد می‌کند (شکل (۳) را ببینید). به منظور تعیین دقیق نقطه شکست تقارن پاریته-زمان، می‌توان از الگوی انتشار نور در موجبرها استفاده کرد [۴]. بدین منظور از معیار معرفی شده در مرجع [۴]، استفاده می‌کنیم:

$$I_r = \exp\left(-\alpha \left| \frac{I_{avg,2} - I_{avg,1}}{I_{avg,2} + I_{avg,1}} \right|^\beta\right) \quad (9)$$

که $I_{avg,2}$ و $I_{avg,1}$ به ترتیب میانگین شدت کل در نیمه اول طول انتشار ($0 \leq z \leq \frac{z_{max}}{2}$) و میانگین شدت کل در نیمه دوم طول انتشار ($\frac{z_{max}}{2} \leq z \leq z_{max}$) و α ، β دو ثابت مثبت خیلی بزرگتر از یک می‌باشند [۴]. در فاز تقارن پاریته-زمان، انرژی منتشر شده سیستم نوسانی و $I_{avg,2} \approx I_{avg,1}$ ، در نتیجه معیار I_r خیلی نزدیک یک خواهد بود. در جهت مخالف، در فاز شکست تقارن پاریته-زمان، به دلیل رشد نمایی

تقارن پاریته-زمان، با گسسته‌سازی معادله هلمهولتز پیرامحوری در تقریب جفت‌شدگی مدها به صورت [۴]

$$\beta_n(z) = (-1)^n \frac{2\pi^2 n_s}{a^2 \lambda} d_0 d_1 \cos\left(\frac{2\pi}{a} z\right) + i(-1)^n g \quad (2)$$

$$c(z) = c_0 + 2c_1 \cos\left(\frac{2\pi}{a} z\right) \quad (3)$$

می‌باشند. در این رابطه، c_0 و $c_0 \pm 2c_1$ به ترتیب ضریب جفت‌شدگی مربوط به فاصله d_0 و $d_0 \mp 2d_1$ بین موجبرها می‌باشند. علاوه بر این، λ طول موج، n_s ضریب شکست محیط زمینه و قسمت موهومی $\mp g$ به ترتیب نشان‌دهنده بهره و افت موجبر اول و دوم است. برای بررسی نحوه تحول نور در دو موجبر نوری خمیده در طول انتشار z ، از تصویر شرویدینگر استفاده می‌شود. در این حالت تابع موج مربوط به حالت نور به صورت

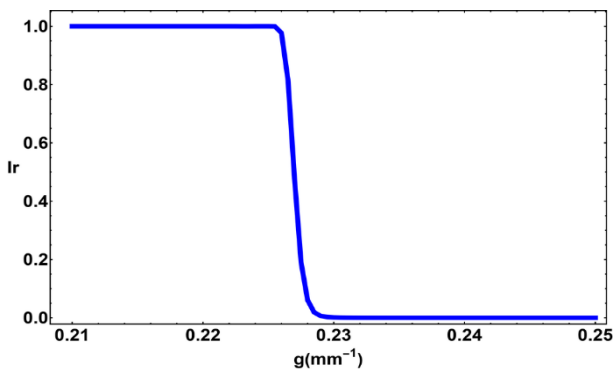
$$|\psi(z)\rangle = \sum_{i,j} \gamma_{i,j}(z) |i,j\rangle \quad (4)$$

می‌باشد، که در آن $|i,j\rangle$ نشان دهنده حالت عددی مربوط به i فوتون در موجبر اول و j فوتون در موجبر دوم است. با جایگذاری کت حالت (۴) و هامیلتونی (۱) در معادله شرویدینگر $-i \frac{d|\psi(z)\rangle}{dz} = \hat{H}(z) |\psi(z)\rangle$ ، معادلات حاکم بر تحول دامنه $\gamma_{i,j}(z)$ بصورت زیر بدست می‌آید:

$$-i \frac{d\gamma_{i,j}(z)}{dz} = (\beta_1(z)i + \beta_2(z)j) \gamma_{i,j}(z) + c(z) [\gamma_{i-1,j+1}(z) \sqrt{i(j+1)} + \gamma_{i+1,j-1}(z) \sqrt{(i+1)j}] \quad (5)$$

با حل دستگاه معادلات فوق برای یک حالت ورودی مشخص $|\psi(0)\rangle = \sum_{i,j} \gamma_{i,j}(0) |i,j\rangle$ ، می‌توان شدت نور در هر موجبر را بر اساس روابط زیر محاسبه نمود:

$$I_1(z) = \langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \rangle = \sum_{i,j} |\gamma_{i,j}(z)|^2 i \quad (6)$$



شکل ۴: نمودار معیار I_r بر حسب میزان افت و بهره موجبرها g

نتیجه گیری

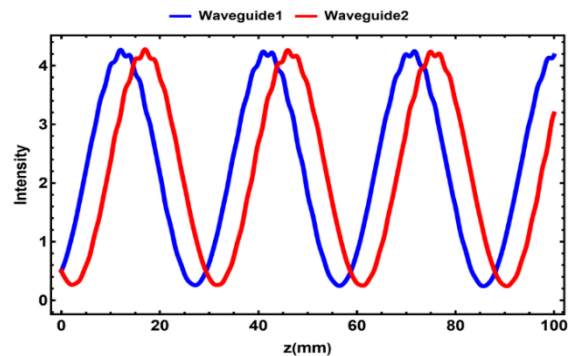
در این مقاله به بررسی نقطه شکست تقارن پاریته زمان در دو موجبر نوری خمیده تک مد، در رژیم کوانتومی پرداخته شد. با حل عددی معادلات شرودینگر حاکم بر تحول مکانی عملگرهای میدان در هر یک از موجبرها، و محاسبه الگوی شدت موجبرها، از طریق معیار I_r نقطه شکست تقارن سیستم، محاسبه گردید. نتایج عددی نشان می‌دهد که در مقادیر افت و بهره کمتر از این مقدار بحرانی شدت کل در سیستم ثابت باقی می‌ماند، درحالی که در مقادیر بزرگتر از این مقدار بحرانی، شدت در موجبرها به صورت نمایی افزایش می‌یابد.

مرجع ها

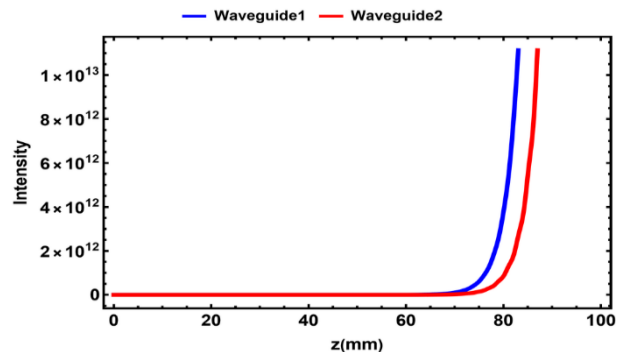
- [1] D. N. Christodoulides, F. Lederer and Y. Silberberg. Discretizing light behaviour in linear and nonlinear waveguide lattices. Nature 424, 817 (2003).
- [2] Ş. K. Özdemir, S. Rotter, F. Nori and L. Yang. Parity-time symmetry and exceptional points in photonics. Nature Materials, 18, 783 (2019).
- [3] Y. N. Joglekar, C. Thompson, D. D. Scott, and G. Vemuri. Optical waveguide arrays: quantum effects and PT symmetry breaking. Eur. Phys. J. Appl. Phys. 63(3), 17 (2013).

[۴] فاطمه رهرو، تاثیر میزان انحنا بر نقطه شکست تقارن پاریته-زمان در دو موجبر نوری خمیده، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان (۱۳۹۹).

انرژی در طول انتشار z ، $I_{avg,2} \gg I_{avg,1}$ و معیار I_r خیلی نزدیک صفر خواهد بود. بنابراین می‌توان نقطه شکست تقارن پاریته-زمان را نقطه گذار معیار I_r از یک به صفر در نظر گرفت. شکل (۴) نحوه تغییر معیار فوق را بر حسب میزان افت و بهره نشان می‌دهد. با توجه به این شکل و با حل معادله $I_r = 0.5$ ، نقطه شکست تقارن پاریته-زمان $g_c = 0.226$ بدست آمده است. بنابراین، در مقادیر افت و بهره کمتر از این مقدار بحرانی سیستم دارای ویژه مقادیر حقیقی و در فاز تقارن پاریته-زمان قرار دارد، و در مقادیر بزرگتر از این مقدار بحرانی وارد فاز شکست گردیده و با موهومی شدن ویژه مقادیر، شدت موجود در سیستم به صورت نمایی افزایش می‌یابد.



شکل ۲: نمودار شدت هر یک از موجبرها بر حسب طول انتشار در فاز تقارن پاریته-زمان ($g = 0.20 \text{ mm}^{-1}$)



شکل ۳: نمودار شدت هر یک از موجبرها بر حسب طول انتشار در فاز شکست تقارن پاریته-زمان ($g = 0.29 \text{ mm}^{-1}$)