



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شهید چمران اهواز، خوزستان، ایران.  
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



## بررسی دینامیک درهم‌تنیدگی بین دو اتم دوترازی در مجاورت ساختارهای

### دولایه‌ای دارای تقارن پاریته و وارونی زمان

پروین رحیمی<sup>۱</sup>، احسان عموقربان<sup>۲</sup> و علی مهدی‌فر<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشکده‌ی فیزیک، دانشگاه اصفهان

<sup>۲</sup>گروه فیزیک، دانشکده‌ی علوم، دانشگاه شهرکرد

[p.rahimi@sci.ui.ac.ir](mailto:p.rahimi@sci.ui.ac.ir), [ehsan.amooghorban@sku.ac.ir](mailto:ehsan.amooghorban@sku.ac.ir), [a.mahdifar@sci.ui.ac.ir](mailto:a.mahdifar@sci.ui.ac.ir)

چکیده - در این مقاله با استفاده از نظریه‌ی محیط‌های موثر در اپتیک کوانتومی به بررسی درهم‌تنیدگی دو اتم دوترازی که در نزدیکی یک ساختار دولایه‌ای دارای تقارن پاریته و وارونی زمان (PT) هستند، می‌پردازیم. بدین منظور دو ساختار دولایه‌ای در نظرمی‌گیریم که یکی از آن‌ها از لایه‌های بهره و اتلاف کاملاً یکسان و دیگری از لایه‌های غیریکسان تشکیل شده‌اند. با الگوسازی ویژگی‌های اتلافی، تقویت‌کنندگی و پاشندگی هر لایه با الگوی لورنتس و به کار بردن پارامترهای اپتیکی موثر، تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه را به دست می‌آوریم. سپس با محاسبه‌ی آهنگ‌های واپاشی دسته‌جمعی و گسیل خودبه‌خودی زیر سامانه‌ی اتمی، سنج‌های تلاقی را برای وضعیت‌ی که یکی از اتم‌ها در حالت برانگیخته و دیگری در حالت پایه است، به دست می‌آوریم. مشاهده خواهیم کرد که سامانه‌ی اتمی در بازه‌ی زمانی بزرگتری نسبت به وضعیت‌ی که ساختارهای متقارن PT حضور ندارند، درهم‌تنیده می‌شود.

کلیدواژه: درهم‌تنیدگی، سامانه‌های متقارن PT، نظریه‌ی محیط‌های موثر.

## Investigation of the dynamics of entanglement between atoms in the presence of bilayers with parity and time reversal symmetry

Parvin Rahimi<sup>1</sup>, Ehsan Amooghorban<sup>2</sup> and Ali Mahdifar<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, University of Isfahan, Isfahan, Iran

<sup>2</sup>Department of Physics, University of Shahrood, Shahrood, Iran

[p.rahimi@sci.ui.ac.ir](mailto:p.rahimi@sci.ui.ac.ir), [ehsan.amooghorban@sku.ac.ir](mailto:ehsan.amooghorban@sku.ac.ir), [a.mahdifar@sci.ui.ac.ir](mailto:a.mahdifar@sci.ui.ac.ir)

**Abstract-** In this paper, we investigate the entanglement between two-level atoms in the presence of a bilayer structure with parity and time reversal symmetry using the effective medium theory in quantum optics. To do this, we consider two bilayer structures, one of them is composed of identical gain and loss layers and the other one of nonidentical layers. We model dissipation, amplification and dispersion properties of layers with Lorentz model and use effective optical parameters to calculate the electromagnetic Green tensor of the system. Then by calculating the collective damping rates and spontaneous emission rate of atomic subsystem, we obtain the concurrence for the situation that only one of the atoms is excited. It is shown that the atomic system is entangled in larger time interval rather than the systems without the PT-symmetric layers.

Keywords: Entanglement, PT-symmetric systems, Effective medium theory.

## مقدمه

سامانه‌ی اتمی مزبور یک پدیده‌ی صرفاً کوانتومی است و کاربرد بسیاری در حوزه‌ی اطلاعات کوانتومی خواهد داشت. انتظار داریم بازه‌ی زمانی‌ای که دو اتم در حضور ساختارهای PT با یکدیگر به طور موثر درهم تنیده هستند، با تغییر فاز تقارن قابل کنترل باشد.

برای رسیدن به این هدف از نظریه‌ی محیط‌های موثر در اپتیک کوانتومی استفاده می‌کنیم و ساختار مزبور را با یک ساختار همگن با پارامترهای اپتیکی و نوفه‌ای موثر جایگزین می‌کنیم [۳]. پس با محاسبه‌ی تانسور گرین الکترومغناطیسی برای ساختارهای تخت، آهنگ‌های واپاشی دسته‌جمعی، گسیل خودبه‌خودی و جابه‌جایی لمب را برای دو اتم دوترازی که در فاصله‌ی نزدیکی از ساختار دولایه‌ای متقارن PT هستند، به دست می‌آوریم. در نهایت با تجزیه و تحلیل سنجی تلافی، دینامیک درهم‌تنیدگی سامانه‌ی اتمی را بررسی می‌کنیم.

## روابط پایه و الگوسازی سامانه

یک ساختار دولایه‌ای متقارن PT متشکل از لایه‌های بهره و اتلاف با ضخامت  $d = 10nm$  در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم ابعاد ساختار مزبور در صفحه‌ی XY نامتناهی بوده و دو اتم دوترازی یکسان که یکی در حالت پایه و دیگری در حالت برانگیخته مهیا شده‌اند در فاصله‌ی نزدیکی از دولایه‌ای باشند (شکل ۱). گذردهی الکتریکی هر لایه را با الگوی لورنتس زیر مدل‌سازی می‌کنیم.

$$\varepsilon_{g(l)}(\omega) = \varepsilon_{bg(l)} - \frac{\alpha_{g(l)}\omega_{0g(l)}\gamma_{g(l)}}{\omega^2 - \omega_{0g(l)}^2 + i\omega\gamma_{g(l)}} \quad (1)$$

در این جا،  $\varepsilon_{bg(l)}$  گذردهی الکتریکی زمینه‌ی محیط بهره (اتلاف)،  $\omega$  بیان‌کننده‌ی بسامد نور فرودی و  $\omega_{0g(l)}$ ،  $\gamma_{g(l)}$  و  $\alpha_{g(l)}$  به ترتیب نشان‌گر بسامد جذب (گسیل)، پهنای خط و ضریب بهره (اتلاف) هستند.

در ادامه دو نمونه ساختار متقارن PT که از لایه‌های بهره و اتلاف با پارامترهای مادی یکسان و غیریکسان تشکیل شده‌اند، در نظر می‌گیریم:

تا حدود ۳۰ سال پیش عقیده‌ی فیزیکدانان بر این بود که شرط لازم و کافی برای تضمین حقیقی بودن طیف انرژی یک سامانه‌ی فیزیکی، هرمیتی بودن هامیلتونی سامانه است. بندر و بوچر در سال ۱۹۸۹ با معرفی مفهوم تقارن PT در قالب فرمول بندی مکانیک کوانتومی نشان دادند که اگر یک هامیلتونی غیرهرمیتی، تحت وارونی فضایی  $P(\vec{r} \rightarrow -\vec{r}, \vec{p} \rightarrow -\vec{p})$  و وارونی زمانی  $T(\vec{p} \rightarrow -\vec{p}, \vec{r} \rightarrow \vec{r}, i \rightarrow -i)$  ناوردا باقی بماند، می‌تواند دارای ویژه مقادیر انرژی حقیقی باشد [۱]. به بیان دیگر، شرط لازم برای وجود این دو تقارن در سامانه‌ای با هامیلتونی  $H(\vec{r}, \vec{p}, t)$  برقراری رابطه‌ی  $H(\vec{r}, \vec{p}, t) = H^*(-\vec{r}, \vec{p}, -t)$  یا  $[H, PT] = 0$  است. شرط مزبور برای یک هامیلتونی به شکل  $H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{r})$ ، به صورت  $V(\vec{r}) = V^*(-\vec{r})$  بیان می‌شود.

با توجه به عدم وجود پتانسیل‌های مختلط در طبیعت و هم‌چنین به دلیل ماهیت مختلط تابع ضریب شکست، شاخه‌ی اپتیک و فوتونیک زمینه‌ی تحقق تجربی سامانه‌های متقارن PT را فراهم می‌کند. در حقیقت تحقق این سامانه‌ها در اپتیک بر اساس شباهت بین معادله‌ی هلمهولتز پیرامحوری و معادله‌ی شرودینگر است. با توجه به این شباهت، شرط لازم برای تقارن در این سامانه‌ها به صورت  $\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon^*(-\vec{r})$  در می‌آید که  $\varepsilon(\vec{r})$  گذردهی الکتریکی سامانه است.

تاکنون مطالعه‌های اندکی در حوزه‌ی اپتیک کوانتومی این ساختارها شده است. اخیراً پیلهور و همکارانش نشان داده‌اند که تعدادی از ویژگی‌های غیرعادی کلاسیکی این سامانه‌ها از قبیل ناپدیدسازی تک راستایی در چارچوب کوانتوم دوم برقرار نیست [۲]. از این رو، در این مقاله قصد داریم به بررسی کاملاً کوانتومی برهم‌کنش این سامانه‌ها با کیوبیت‌های کوانتومی که توسط اتم‌های دوترازی الگوسازی می‌شوند، پردازیم. مطالعه‌ی دینامیک درهم‌تنیدگی

مشخص کننده ی قطبش نور فرودی است که برای قطبش های S و P به صورت  $\beta_{j,s} = \beta_j$  و  $\beta_{j,p} = \beta_j / \epsilon_j$  است.

با توجه به ارتباط بین آهنگ های واپاشی دسته جمعی، آهنگ گسیل خودبه خودی اتم ها و جابه جایی لمب با تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه، در گام بعدی تانسور گرین سامانه را به ترتیب برای وضعیت هایی که نقطه های چشمه و میدان در مکان اتم اول و اتم دوم و یا فقط در مکان اتم اول هستند، محاسبه می کنیم. بنابراین داریم [۴]:

$$\vec{G}(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = \frac{i}{8\pi^2} \sum_{\sigma} \int d\vec{k} \frac{k^{\square}}{\beta_1} e^{2i\beta_1(|z|-d)} e^{i\vec{k}^{\square} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)} t_{13}^{\sigma} \hat{e}_{\sigma 3}^+ \hat{e}_{\sigma 1}^+ \quad (3)$$

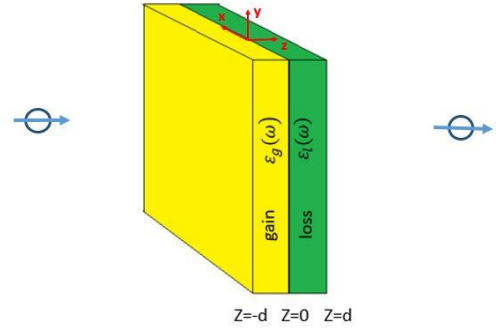
$$\vec{G}(\vec{r}_1, \vec{r}_1) = \frac{i}{8\pi^2} \sum_{\sigma} \int d\vec{k} \frac{k^{\square}}{\beta_1} e^{2i\beta_1(|z|-d)} r_{13}^{\sigma} \hat{e}_{\sigma 1}^- \hat{e}_{\sigma 1}^+$$

در این جا،  $k^{\square}$  و  $\beta_j$  به ترتیب بیان گر مولفه موازی و عمودی نور فرودی ( $\vec{k}_j = \beta_j \hat{e}_z + k^{\square} \hat{e}_{\square}$ )،  $t_{13}^{\sigma}$  و  $r_{13}^{\sigma}$  ضرایب عبور و بازتاب از تیغه ی موثر و  $\hat{e}_{\sigma j}$  برای  $\sigma = s, p$  بیان گر بردارهای قطبش نور TE و TM در لایه ی زام هستند.

از آن جا که سنجهی تلاقی مناسب ترین سنجه برای بررسی دینامیک درهم تنیدگی سامانه های آمیخته با فضای هیلبرت  $2 \times 2$  است، برای بررسی میزان درهم تنیدگی بین اتم ها در سامانه ی مزبور، از سنجهی تلاقی استفاده می کنیم. برای وضعیتی که یکی از اتم ها در حالت برانگیخته و دیگری در حالت پایه باشد این سنجه به صورت زیر تعریف می شود [۵]:

$$c(t) = \frac{1}{2} \sqrt{(e^{-(\Gamma+\Gamma_{12})t} - e^{-(\Gamma-\Gamma_{12})t})^2 + 4e^{-2\Gamma t} \sin^2(2\Omega_{12}t)} \quad (4)$$

که در آن  $\Gamma$ ،  $\Gamma_{12}$  و  $\Omega_{12}$  به ترتیب آهنگ گسیل خودبه خود، آهنگ واهلش دسته جمعی و ضریب برهم کنش دوقطبی دوقطبی بین اتم ها هستند و برحسب تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه، به صورت زیر نوشته می شوند:



شکل ۱: طرحواره ای از ساختار دولایه ی متقارن PT متشکل از لایه های بهره و اتلاف. در این جا اتم ها یکسان و در فاصله ی یکسان از دولایه ای هستند.

و  $\omega_{0g} = \omega_{0l} = 1PHz$  ،  $\epsilon_{bg} = \epsilon_{bl} = 2$  (الف)  
 $\gamma_g = \gamma_l = 0.067PHz$

،  $|\alpha_g| = 20.86$  ،  $\epsilon_{bg} = 2$  ،  $\epsilon_{bl} = 3.22$  (ب)  
 $\gamma_g = 0.067PHz$  ،  $\omega_{0l} = 1.2PHz$  ،  $\omega_{0g} = 1PHz$   
و  $\gamma_l = 0.14PHz$

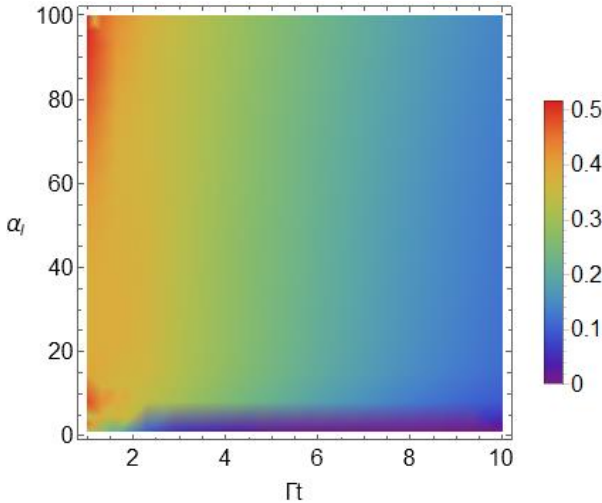
در نمونه ی نخست، با توجه به یکسان بودن پارامترهای مادی، شرط لازم برای برقراری تقارن PT در بسامد  $\omega_{PT} = 1PHz$  اتفاق می افتد و ساختار به ازای  $\alpha_l < 890$  در فاز دقیق تقارن است. در نمونه ی دوم شرط لازم برای برقراری تقارن PT در بسامد  $\omega_{PT} = 1.58PHz$  فراهم می شود و سامانه تنها به ازای  $\alpha_l = 2$  در فاز دقیق تقارن است.

با توجه به این که ضخامت لایه ها نسبت به طول موج های مورد مطالعه بسیار کوچک تر است، می توانیم برای ساده تر شدن محاسبات از نظریه ی محیط های موثر برای توصیف پارامترهای مادی ساختارهای دولایه ای استفاده کنیم. بنابراین ساختارهای دولایه ای بالا را با ساختار تک لایه ی موثر همگن با پارامتر موثر زیر مدل سازی می کنیم:

$$\cos(\beta_{eff,\sigma} d) = \cos(\beta_a d_a) \cos(\beta_b d_b) - \frac{1}{2} \left( \frac{\beta_{a,\sigma}}{\beta_{b,\sigma}} + \frac{\beta_{b,\sigma}}{\beta_{a,\sigma}} \right) \sin(\beta_a d_a) \sin(\beta_b d_b), \quad (2)$$

که در آن  $d_a$  و  $d_b$  به ترتیب ضخامت محیط های بهره، اتلاف و محیط موثر هستند.  $\beta_a$ ،  $\beta_b$  و  $\beta_{eff}$  نیز به ترتیب بیان گر مولفه ی عمودی بردار موج فرودی در محیط های بهره، اتلاف و محیط موثر هستند. اندیس  $\sigma$  در رابطه ی بالا

برای  $\alpha_1$  های گسترده تر ( $\alpha_1 < 100$ ) بررسی کرده ایم. در این جا مشاهده می شود که میزان درهم تنیدگی سامانه اتمی در زمان های کوچک، به ازای  $\alpha_1$  های بزرگ بیش تر از  $\alpha_1$  های کوچک است ولی با گذر زمان افزایش  $\alpha_1$  ها تاثیری بر میزان درهم تنیدگی ندارد. در نهایت در زمان های طولانی، میزان درهم تنیدگی به سمت صفر میل می کند.



شکل ۳: نمودار چگالی سنجی تلاقی بر حسب زمان بدون بعد  $\Gamma t$  و ضریب اتلاف  $\alpha_1$  برای ساختار با لایه های یکسان.

## مراجع

- [۱] C. M. Bender, S. Boettcher and P. N. Meisinger, *Journal of Mathematical Physics*, vol. ۴۰(۵), pp. ۲۲۰۱-۲۲۲۹, ۱۹۹۹.
- [۲] E. Pilehvar, E. Amooghorban & M. K. Moravvej-Farshi, *J. Opt.*, vol. ۲۴, ۲۰۲۲.
- [۳] E. Amooghorban, N. A. Mortensen and M. Wubs, *Physical review letters*, vol. ۱۱۰(۱۵), p. ۱۵۳۶۰۲, ۲۰۱۳.
- [۴] M. S. Tomas, "Green function for multilayers: Light scattering in planar cavities," *PHYSICAL REVIEW A*, vol. ۵۱(۳), p. ۲۵۴۵, ۱۹۹۵.
- [۵] R. Tanaš and Z. Ficek, *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, vol. ۶(۳), p. ۰۹۰, ۲۰۰۴.

$$\Gamma = \frac{2}{\hbar \epsilon_0} \frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{P} \cdot \text{Im} \vec{G}(\vec{r}_1, \vec{r}_1, \omega_0) \cdot \vec{P},$$

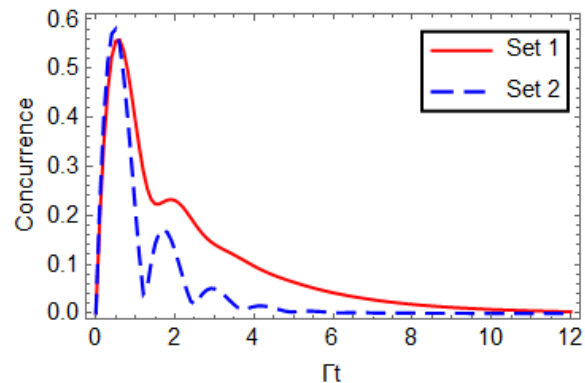
$$\Gamma_{12} = \frac{2}{\hbar \epsilon_0} \frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{P} \cdot \text{Im} \vec{G}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \omega_0) \cdot \vec{P}, \quad (5)$$

$$\Omega_{12} = \frac{1}{\hbar \epsilon_0} \frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{P} \cdot \text{Re} \vec{G}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \omega_0) \cdot \vec{P},$$

که در آن  $\vec{P}$  گشتاور دوقطبی القایی اتمها است. در این جا فرض می کنیم که گشتاور دوقطبی اتمها در راستای محور Z است.

## نتایج

در شکل ۲ وابستگی زمانی سنجی تلاقی برای دو ساختار یکسان (Set ۱) و غیریکسان (Set ۲) مقایسه شده است. سامانه اتمی در ساختار یکسان در بازه های زمانی بزرگتری نسبت به ساختار غیریکسان درهم تنیده است. ولی هر دو در بازه های زمانی کوچک شبیه به هم رفتار می کنند و به بیشینه درهم تنیدگی ۰٫۶ می رسند.



شکل ۲: وابستگی زمانی سنجی تلاقی نسبت به زمان بدون بعد  $\Gamma t$  برای نمونه های با لایه های بهره و اتلاف یکسان (نمودار قرمز) و غیریکسان (نمودار آبی). در این جا،  $\alpha_1 = 2$  و  $\omega/\omega_{0g} = 1.58$  است.

البته این میزان درهم تنیدگی اندکی کمتر از وضعیتی است که ساختارهای متقارن PT حضور ندارند (در شکل نشان داده نشده اند [۵])، ولی بازه زمانی درهم تنیدگی در حضور ساختارهای متقارن PT به شدت افزایش می یابد.

در شکل ۳ نمودار چگالی سنجی تلاقی بر حسب زمان بدون بعد  $\Gamma t$  و ضریب اتلاف  $\alpha_1$  برای ساختار یکسان رسم شده است. با توجه به این که ساختار یکسان در بازه  $\alpha_1 < 890$  در فاز متقارن است ولی به ازای  $\alpha_1 < 116$  در رژیم خطی است [۳]، بنابراین در شکل ۳ تغییرات تلاقی را