بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۲-۱۴ بهمن ۱۴۰۰

کنترل همدوس دینامیک اطلاعات فیشرکوانتومی اتم دو ترازی در یک موجبر کریستال فوتونی

نگار نیکدل یوسفی[۱]، علی مرتضی پور[۲]

[۱]دانشکده علوم پایه دانشگاه گیلان، رشت، بلوار نامجو nnikdel@phd.guilan.ac.ir

[۲]دانشکده علوم پایه دانشگاه گیلان، رشت، بلوار نامجو mortezapour@guilan.ac.ir

چکیده – در این مقاله یک اتم دو ترازی (کیوبیت) واقع در یک موجبر کریستال فوتونی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. فرض می‌کنیم کیوبیت مورد نظر با یک میدان کلاسیکی جفت کننده و مدهای خلاء الکترومغناطیسی موجبر کریستال فوتونی برهمکنش می‌کند. با توجه به قابلیت های مهندسی ساختار موجبر درکنترل انتشار میدان به مطالعه دینامیک اطلاعات فیشر کوانتومی کیوبیت در این ساختار می‌پردازیم. نشان می‌دهیم که با دستکاری شدت میدان جفت کننده و طول اپتیکی موجبر می‌توان دینامیک اطلاعات فیشر کوانتومی سامانه را کنترل نمود.

کلید واژه- اتم دوترازی ، اطلاعات فیشر کوانتومی، طول اپتیکی، موجبر کریستال فوتونی

Coherent control of the dynamics of Quantum fisher information a two-level atom in a photonic crystal waveguide

Negar Nikdel Yousefi[۱] ,Ali Mortezapour[۲]

[۱,۲]Department of Physics, Faculty of Science, University of Guilan,Rasht, Iran

[۱]nnikdel@phd.guilan.ac.ir, [۲]mortezapour@guilan.ac.ir

Abstract- In this paper, we investigate a two-level atom (qubit) located in a photonic crystal waveguide. It is assumed that the qubit interacts with a classical driving coupling field and the vacuum electromagnetic modes of the photonic crystal waveguide. Due to the engineering capabilities of the waveguide in the control of the field propagation, we studied the dynamics of quantum fisher information of qubit in this structure. The results showed that with manipulation in the strength of driving coupling field and the optical length of the waveguide, the dynamics of quantum fisher information is controlled.

Keywords: Two-level atom, Quantum fisher information, Optical length, Photonic crystal waveguide

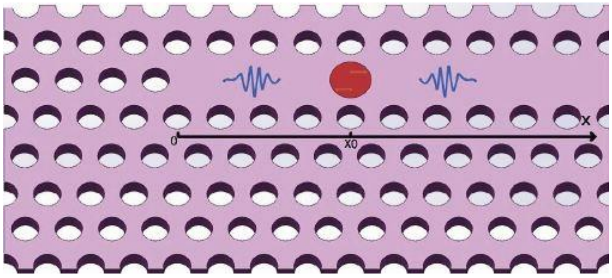
[Downloaded from opsi.ir on 2024-11-24]

مقدمه

نظریه اطلاعات و محاسبات کوانتومی به عنوان پایه اساسی کامپیوترهای کوانتومی محسوب می‌شوند. به‌طوریکه تکنولوژی آینده کامپیوترها در حوزه‌های مختلفی چون بهینه‌سازی روند دریافت و استخراج اطلاعات، پردازش اطلاعات و امنیت شبکه را در برگرفته و با سرعت بسیار زیادی در حال پیشرفت می‌باشند. از این رو مبحث سنجش کوانتومی[۱] در سامانه های کوانتومی توسعه یافته از جمله موضوعاتی است که مطالعات بسیاری را در سال‌های اخیر در این حوزه به خود اختصاص داده است. همان‌طور که می-دانیم دنیای کوانتوم دنیای احتمالات و عدم قطعیت است، بنابراین دقت در اندازه‌گیری اطلاعات و بهینه اطلاعات دریافتی از جنبه های قابل توجه محققان و پژوهشگران در این حوزه و حتی علوم بین رشته‌ای می‌باشد. این علم با به کارگیری سامانه ها و پدیده‌های کوانتومی دقت برآورد در اندازه‌گیری پارامترهای فیزیکی را تا حد ممکن افزایش می-دهد. از این رو مبحث اطلاعات فیشر کوانتومی به عنوان یک مفهوم مهم در تجزیه و تحلیل موقعیت هایی که در آن‌ها حساسیت فازی مطرح می‌باشد بکار می‌رود و نشان داده می‌شود که در سامانه های با ارزش QFI [۲] بیشتر، دقت اندازه گیری به مراتب بیشتری گزارش می‌شود[۱]. با توجه به برهم‌کنش سامانه های کوانتومی با محیط و به منظور حفاظت اطلاعات فیشر کوانتومی، ما یک اتم دو ترازی (کیوبیت) را در نظر می‌گیریم که توسط یک ساختار موجبر کریستال فوتونی احاطه شده است. با توجه به قابلیت های مهندسی این ساختار در کنترل انتشار میدان جفت کننده، دینامیک این سامانه دو ترازی را در این ساختار بررسی می‌کنیم. در ادامه به معرفی و حل این سامانه در موجبر کریستال فوتونی می‌پردازیم.

معرفی مدل پیشنهادی و حل آن

مطابق شکل ۱ یک موجبر کریستال فوتونی با یک شبکه مثلثی از حفره های هوا در نظر می‌گیریم که در یک بستر دی الکتریک احاطه شده است. به‌طوریکه این موجبر در نقطه $x=x_0$ با یک اتم دوترازی (کیوبیت) جفت شده‌است. در واقع x_0 مسافت بین کیوبیت و انتهای موجبر می‌باشد.



شکل ۱: مدل فیزیکی سامانه که شامل یک شبکه مثلثی از حفره های هوا در یک دی الکتریک است. موجبر در $x=x_0$ با یک اتم دوترازی (کیوبیت) جفت شده و انتهای موجبردر $x=0$ واقع شده است.

فرض می‌کنیم اتم دوترازی (کیوبیت) مورد نظر دارای حالت برانگیخته $|a\rangle$ و حالت پایه $|b\rangle$ است که با یک میدان کلاسیکی با بسامد ω_l برهمکنش می‌نماید. هامیلتونی کل این سامانه تحت تقریب‌های دو قطبی و موج چرخان به صورت زیر نوشته می‌شود$(\hbar=1)$:

$$\hat{H}=\frac{\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z+\sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k+ \left(\sum_k g_k \hat{a}_k \hat{\sigma}_+ +\Omega e^{-i\omega_L t}\hat{\sigma}_+ + H.c\right), \quad (۱)$$

با استفاده از تبدیل یکانی $U=e^{-i\omega_L \hat{\sigma}_z t/2}$، هامیلتونی موثر سامانه را به شکل زیر بدست می‌آوریم:

$$\hat{H}_{eff}=\hat{H}_I+\hat{H}_{II},$$
$$\hat{H}_I=\frac{\Delta}{2}\hat{\sigma}_z+\Omega\hat{\sigma}_x, \quad (۲)$$
$$\hat{H}_{II}=\sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k+\sum_k \{g_k \hat{a}_k e^{+i\omega_L t}\hat{\sigma}_+ + H.c.\},$$

که در آن $\Delta=\omega_0-\omega_L$ نامیزانی بین بسامد گذار کیوبیت و میدان کلاسیکی می‌باشد. بعلاوه $g_k=\sqrt{\Gamma\upsilon/\pi}Sinkx_0$

[۱] Quantum Metrology

[۲] Quantum fisher information

[Downloaded from opsi.ir on 2024-11-24]

شدت جفت شدگی بین کیوبیت و مد kام است که در آن Γ نرخ گسیل خودبخودی کیوبیت است.

هامیلتونین موثر این سامانه در ویژه حالت های پوشیده

$$|A\rangle = Sin\frac{\eta}{2}|b\rangle + Cos\frac{\eta}{2}|a\rangle, \qquad |B\rangle = Cos\frac{\eta}{2}|b\rangle - Sin\frac{\eta}{2}|a\rangle \qquad (۳)$$

به صورت زیر نوشته می‌شود[۳]:

$$\hat{H}_{eff} = \frac{\omega_D}{2}\hat{\chi}_z + \sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + cos^2(\frac{\eta}{2})\sum_k \{g_k \hat{a}_k \hat{\chi}_+ e^{+i\omega_L t} + H.c.\}. \qquad (۴)$$

که در آن $\eta = Arc\tan[2\Omega/\Delta]$ و $\omega_D = \sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2}$ بسامد گذار کیوبیت در ویژه حالتهای پوشیده است. همچنین $\hat{\chi}_z = |A\rangle\langle A| - |B\rangle\langle B|$ ماتریس پائولی و $\hat{\chi}_+ = |A\rangle\langle B|, \hat{\chi}_- = |B\rangle\langle A|$ عملگرهای بالابرنده و پایین برنده جدید هستند.

فرض می‌کنیم در مبدا زمان، کیوبیت مورد نظر در یک برهم‌نهی همدوس از حالت‌های اولیه خویش و همچنین مُدهای کاواک در حالت خلا $|0\rangle$ باشند:

$$|\Psi(0)\rangle = (\cos(\theta/2)|A\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|B\rangle)|0\rangle_R \qquad (۵)$$

در چنین شرایطی بردار حالت کل سامانه در لحظه دلخواه t به صورت زیر نوشته شود:

$$|\Psi(t)\rangle = \cos(\theta/2)C(t)|A\rangle|0\rangle_R + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|B\rangle|0\rangle_R + \cos(\theta/2)\sum_k C_k(t)|B\rangle|1_k\rangle \qquad (۶)$$

حال با جایگذاری معادله بالا در معادله شرودینگر، معادله دیفرانسیل زیر را برای دامنه‌ی احتمال $C(t)$ بدست می- آوریم:

$$\dot{C}(t) + Cos^4(\frac{\eta}{2})\int_0^t F(t,t')C(t')dt' = 0, \qquad (۷)$$

بطوریکه $F(t-t') = \sum_k |g_k|^2 e^{i(\omega_D-\omega_k)(t-t')}$ تابع همبستگی می‌باشد که در آن تابع چگالی طیفی بصورت

$$J(\omega-\omega_0) = \frac{\Gamma}{4\pi}Sin^2[\frac{t_d}{2}(\omega-\omega_0) + \frac{\varphi_\ell}{2}] \qquad (۸)$$

که متناسب با $|g_k|^2$ می‌باشد.که در آن t_d زمان حافظه و φ_ℓ طول اپتیکی موجبر می‌باشد[۲]. بنابراین با جایگذاری رابطه (۸) در (۷) داریم:

$$\dot{C}(t) = -\frac{\Gamma}{8}C(t) + \frac{\Gamma}{8}C(t-t_d)e^{i(2\Omega t_d + \varphi_\ell)}\Theta(t-t_d), \qquad (۹)$$

که در آن $\Theta(t)$ تابع پله ای می‌باشد[۲]. با حل عددی معادله (۹) می‌توانیم $C(t)$ را بدست آوریم.با محاسبه $C(t)$، ماتریس چگالی کاهش یافته کیوبیت در پایه‌های $|A\rangle$, $|B\rangle$ به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \cos^2(\frac{\theta}{2})|C(t)|^2 & \frac{1}{2}\sin(\theta)e^{-i\phi}C(t) \\ \frac{1}{2}\sin(\theta)e^{+i\phi}C(t)^* & 1-\cos^2(\frac{\theta}{2})|C(t)|^2 \end{pmatrix} \qquad (۱۰)$$

اکنون با در دست داشتن ماتریس چگالی کمیت اطلاعات فیشر کوانتومی قابل محاسبه است که در بخش بعدی بطور مختصر به آن می‌پردازیم.

اطلاعات فیشر کوانتومی

با توجه به نیاز روز افزون به محاسبات کوانتومی و کنترل سامانه‌های کوانتومی، توانایی دستیابی به بیشینه اطلاعات نهفته در یک حالت کوانتومی از مهم‌ترین موضوعات روز علم فیزیک می‌باشد که توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است. از طرفی با توجه به این‌که نظریه برآورد کوانتومی به دنبال بهترین رهیافت برای تخمین یک یا چند پارامتر تصادفی می‌باشد، مسئله برآورد کوانتومی به دنبال این است تا با کمک قوانین کوانتومی بیشینه دقت ممکن در تخمین یک پارامتر کوانتومی را ارائه دهد. بطوریکه بر اساس نظریه کرامر-رائو، خطای ممکن در اندازه گیری یک پارامتر تصادفی همواره بزرگتر و یا مساوی عکس اطلاعات فیشر کوانتومی است. بنا بر نامساوی کرامر- رائو داریم[۴]:

$$\delta Q_{est} \geq \frac{1}{\sqrt{mF_Q}} \qquad (۱۱)$$

در اینجا m تعداد دفعات فرآیند اندازه‌گیری است. همچنین F_Q اطلاعات فیشرکوانتومی است که به صورت $F_Q = Tr[\rho_Q L_Q^2]$ تعریف می‌شود که در آن L_Q عملگر مشتق لگاریتمی متقارن می‌باشد که توسط رابطه $\partial_Q\rho_Q = \frac{1}{2}[L_Q\rho_Q + \rho_Q L_Q]$ مشخص می‌شود. بنابراین با بکارگیری تجزیه طیفی ماتریس چگالی بصورت

[Downloaded from opsi.ir on 2024-11-24]

$\rho_Q = \sum_n \lambda_n |\psi_n\rangle\langle\psi_n|$. تعریف کلی اطلاعـات فیشـــر کوانتومی بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود

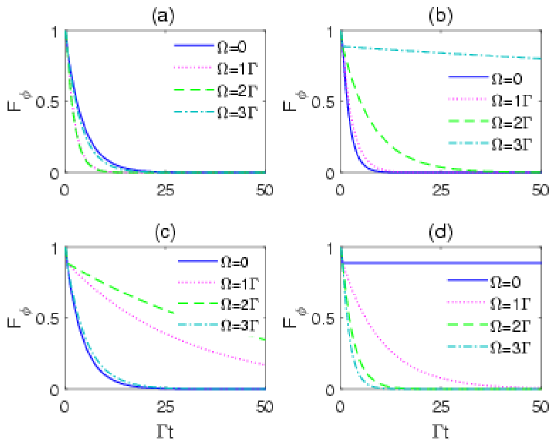
(۱۲)

$$F_Q = \sum_n \frac{(\partial_Q \lambda_n)^2}{\lambda_n} + 2\sum_{n\neq m} \frac{(\lambda_n - \lambda_m)^2}{\lambda_n + \lambda_m} \left|\langle \psi_n | \partial_Q \psi_m \rangle\right|^2$$

در تساوی بالا، اولین و دومین جمله شامل جمع بر روی همه مقادیر که در آن $\lambda_n \neq 0$ و $\lambda_n + \lambda_m \neq 0$ است[۱،۴] . با توجه به رابطه (۱۱) دقت در تخمین پارامتر تصادفی Q را می توان با افزایش اطلاعات فیشر کوانتومی مرتبط با آن افزایش داد.

بحث و بررسی

در این بخش به دنبال این هستیم تا دریابیم چگونه می‌-توانیم با تغییر شدت میدان کلاسیکی، دقت در تخمین پارامتر فاز اولیه ϕ در بردار حالت کیوبیت را افزایش دهیم.



شکل ۲: تحول زمانی F_ϕ به ازای شدت های میدان لیزری جفت کننده Ω
(a) $\varphi_\ell = \pi/2$,(b) $\varphi_\ell = \pi$ (c) $\varphi_\ell = 3\pi/2$, (d) $\varphi_\ell = 2\pi$
مقادیر پارامترهای اولیه بصورت $\theta = \pi/2$. $t_d = 0.5$, $\phi = \pi/4$, در نظر گرفته می‌شود.

از این رو در شکل ۲ تاثیر بسامد رابی میدان کلاسیکی (Ω) را بر تحول زمانی اطلاعات فیشر کوانتومی پارامتر (ϕ F_ϕ) به ازای موجبرهایی با طول‌های مختلف به نمایش می‌-گذاریم.به ازای مقادیر مختلف بسامد رابی میدان کلاسیکی (Ω)، انچه که بوضوح مشاهده می‌شود این است که تاثیر شدت میدان جفت کننده به ازای مقادیر مختلف φ_ℓ متفاوت است.ملاحظه می‌کنیم در وضعیت $\varphi_\ell = \pi/2$، اعمال و تغییر بسامد رابی تاثیر چندانی بر دینامیک F_ϕ و از این رو تخمین پارامتر ϕ ندارد. اما در مورد $\varphi_\ell = \pi$ پیداست که اعمال میدان کلاسیکی و افزایش شدت آن تاثیر به سزایی در حفظ F_ϕ و در نتیجه بهبود تخمین پارامتر ϕ در زمان‌های بزرگتر دارد. در مورد $\varphi_\ell = 3\pi/2$ وجود میدان کلاسیکی تاثیرگذار است اما افزایش مداوم شدت آن لزوما بهترین نتیجه را دربر نخواهد داشت. همچنین در وضعیت $\varphi_\ell = 2\pi$، اعمال میدان کلاسیکی و تغییر شدت آن نتیجه تخمین را بدتر می‌کند.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق مشاهده نمودیم که با دستکاری شدت میدان کلاسیکی اعمال شده به کیوبیت قرار گرفته در موجبر کریستال فوتونی، می‌توان دینامیک اطلاعات فیشر کوانتومی مرتبط با پارامتر فاز اولیه در بردار حالت کیوبیت را کنترل نمود. از این حیث با توجه به طول اپتیکی موجبر و تعیین یک شدت (بسامد رابی مشخص) برای میدان کلاسیکی می‌توان دقت در تخمین کوانتومی این پارامتر را بهبود بخشید.

مرجع‌ها

[۱] Jiang, Z., “Quantum Fisher information for states in exponential form.” Physical Review A., Vol.۸۹, pp.*032128*,(۲۰۱٤).

[۲] Wang, J., Wu, Y., Guo, N., Xing, Z. Y., Qin, Y.,& Wang, P."Classical-driving-assisted entanglement trapping in photonic-crystal waveguides." Optics Communications., Vol. ٤۲۰, pp.۱۸۳-۱۸۸, (۲۰۱۸).

[۳] Mortezapour, A., Nourmandipour, A., & Gholipour, H."The effect of classical driving field on the spectrum of a qubit and entanglement swapping inside dissipative cavities." Quantum Information Processing., Vol.۱۹, pp۱-۱٦, (۲۰۲۰).

[۴] Ren, Y.K., Wang, X.L. and Zeng, H.S., “Protection of quantum Fisher information for multiple phases in open quantum systems”. Quantum Information Processing, Vol ۱۷,pp.۱-۱٦, (۲۰۱۸).

[Downloaded from opsi.ir on 2024-11-24]