



بیست و هفتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و سیزدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.  
۱۴-۱۶ بهمن ۱۳۹۹



کد مقاله : ۱-۳۲۹-۱۰-A

## شبیه‌سازی مکانیکی و بررسی هندسه پوسته نیم‌کروی ارتعاشی

عبدالله اسلامی مجد<sup>۱</sup>، آیلار خوشه‌مهری<sup>۲</sup>، الهام عرب‌شیبانی<sup>۳</sup>، مریم کوخایی<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> و <sup>۲</sup> هیات علمی دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر\*، <sup>۳</sup> و <sup>۴</sup> کارشناسی ارشد برق و الکترونیک مالک‌اشتر تهران

چکیده - ژيروسکوپ ارتعاشی نیم‌کروی از سه بخش اصلی پوسته نیم‌کروی، الکترودها و مدارهای کنترلی تشکیل شده‌است که در میان بخش‌های مذکور، از پوسته ارتعاشی به‌عنوان قلب تپنده ساختار یاد می‌گردد. در این پژوهش، برای مطالعه و بررسی پوسته نیم‌کروی با ساقه توخالی انتخاب شده‌است. به منظور شبیه‌سازی مکانیکی، ابتدا معادلات حاکم بر پوسته بررسی و مدل‌سازی سه بعدی در نرم‌افزار کامسول انجام شده‌است. در خروجی شبیه‌سازی، حالت‌های ارتعاشی پوسته، فرکانس‌های طبیعی، فاکتور کیفیت سیستم و تاثیر هندسه بر فرکانس طبیعی پوسته بررسی شده‌است. فاکتور کیفیت مربوط به پوسته با ساقه توخالی در حدود دو میلیارد در مد دوم و سوم ارتعاشی می‌باشد. همچنین با بررسی ارتباط میان پارامترهای هندسه و عملکردی این نتیجه حاصل شد که با افزایش شعاع ساقه و شعاع پوسته، فرکانس ارتعاش کاهش و با افزایش ضخامت پوسته، فرکانس ارتعاش افزایش خواهد یافت.

کلید واژه- ژيروسکوپ ارتعاشی، شبیه‌سازی پوسته ارتعاشی نیم‌کروی، فرکانس ارتعاشی، فاکتور کیفیت، پارامترهای هندسی

## Mechanical simulation and investigation of Hemisphere Shell Resonator(HSR) geometry

Abdollah Eslami Majd, Aylar Khoosheh Mehri, Elham Arab Sheibani, Maryam Koukhaei

**Abstract-** The Hemispherical Resonator Gyroscope(HRG) consists of three main parts of the hemispherical shell, electrodes and control circuits. In this research, a hemispherical shell with a hollow stem has been investigated. In order to mechanical simulation, first the equations of shell are studied and three-dimensional modeling is performed in Comsol Multiphysics software. In the simulation output, the vibrating modes of the shell, natural frequencies, system quality factor and the effect of geometry on the natural frequency of the shell are investigated. The quality factor is about 2 billion in the second and third vibrating modes. Also, by examining the relationship between geometry and performance parameters, it was concluded that with increasing stem radius and shell radius, the natural frequency decreases and with increasing shell thickness, the natural frequency will increase.

Keywords: Hemispherical Resonator Gyroscope(HRG), Hemispherical Shell Resonator(HSR) Simulation, Natural Frequency, Quality Factor, Geometric Parameter

\*a\_eslamimajd@mut-es.ac.ir

است. می‌توان با استفاده از پارامترهای هندسی حجم پوسته را از رابطه زیر بدست آورد [6]:

$$V_{\text{wineglass}} = \pi R r^2 (\alpha - \sin(\alpha)) \quad (2)$$

طبق **Error! Reference source not found.** در رابطه بالا  $r$  شعاع کوچکتر و  $R$  شعاع بزرگتر و  $\alpha$  زاویه باز شدن پوسته است، شعاع کوچک و بزرگ را می‌توان با استفاده از بیان زیر بدست آورد [6]:

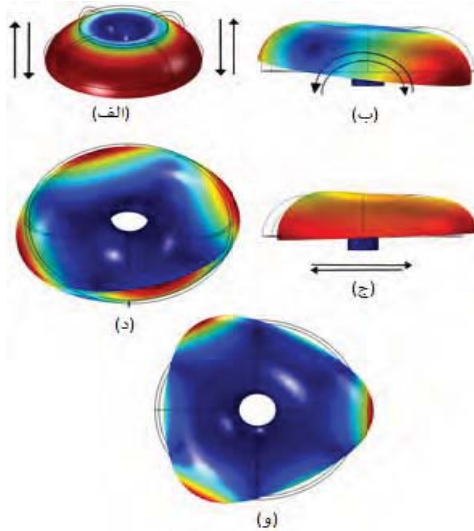
$$\begin{cases} r = \frac{r_2 - r_1}{2 \sin(\alpha/2)} \\ R = \frac{r_2 + r_1}{2} \end{cases} \quad (3)$$

رابطه‌ای بین شعاع کوچکتر ( $r$ )، زاویه باز شدن پوسته ( $\alpha$ ) و ارتفاع جام ( $h_e$ ) را به این ترتیب است [6]:

$$h_w = r \left(1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \quad (4)$$

### شبیه‌سازی پوسته نیم‌کروی ارتعاشی

پوسته ارتعاشی با شعاع پوسته  $1250 \mu\text{m}$ ، شعاع ساقه  $500 \mu\text{m}$ ، ضخامت  $100 \mu\text{m}$  و جنس پیرکس با چگالی  $2230 \text{ Kg/m}^3$ ، ضریب پواسون  $0.2$  و مدول یانگ  $64 \text{ GPa}$  در نرم‌افزار کامسول به صورت سه‌بعدی طراحی و شبکه‌بندی شده و مدهای ارتعاشی پوسته استخراج گردید که در شکل ۲ قابل مشاهده است.



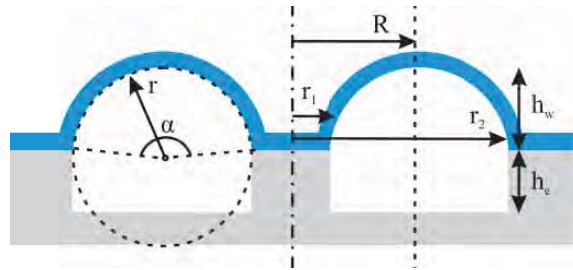
شکل ۲) نمایش شکل مدهای مختلف ارتعاشی پوسته نیم‌کروی با پایه توخالی با استفاده از نرم‌افزار کامسول، الف) حرکت تنفسی ( $n=0$ )، ب) حرکت ضربه‌ای ( $n=1$ )، ج) حرکت انتقالی، د) مدوم ارتعاشی ( $n=2$ )، و) مد سوم ارتعاشی ( $n=3$ )

### مقدمه

میکروژیروسکوپ‌ها دارای ویژگی‌های اندازه کوچک، توان مصرفی کم و هزینه کم هستند. اخیراً تشدیدکننده‌های میکرو پوسته ساخته شده از فرآیند دمش شیشه‌ای در مرجع [1] و [2] به دلیل فاکتور کیفیت بالا و کاربرد بالقوه توجه زیادی را به ژيروسکوپ‌های نیم‌کروی ارتعاشی افزایش داده‌اند. پس از آن مرجع [3] طراحی و شبیه‌سازی پوسته نیم‌کروی با ساقه توخالی از جنس الماس پلی‌کریستال است که با فرکانس  $80/61$  کیلوهرتز در مد دوم ارتعاشی نوسان می‌کند. بدلیل فاصله فرکانسی مطلوب  $0/32$ ، پوسته تشدیدگر نسبت به لرزش حساسیت کمتری داشته و مقاومت در برابر ضربه را بهبود بخشد. مرجع [4] اثر پارامترهای جنس و هندسه بر فرکانس را بررسی نموده و سعی در کاهش اتلاف و افزایش فاکتور کیفیت در تشدیدگر را دارد. مرجع [5] پوسته تشدیدگر فیوزدسیلیکا، که در فرکانس طبیعی  $5/803$  کیلوهرتز با فاصله فرکانسی  $2/1$  هرتز در مد دوم ارتعاشی نوسان می‌کند را طراحی نموده که دارای فاکتور کیفیت بیش از  $10^6$  میلیون می‌باشد. همچنین با بررسی پارامترهای عملکردی تشدیدگر، پوسته را برای کاربردهای مختلف فضایی و نظامی مناسب می‌داند.

### مدل‌سازی پوسته نیم‌کروی با پایه توخالی

برای پیش‌بینی فرکانس طبیعی مناسب و ارتباط آن با ابعاد پوسته نیم‌کروی، لازم است مدل‌سازی ریاضی پوسته انجام شود [6]. در شکل ۱، پارامترهای هندسی پوسته مشخص شده است. شعاع کوچکتر  $r$  شعاع بزرگتر  $R$ ، محیط داخلی  $r_1$ ، محیط خارجی  $r_2$ ، عمق زدایش  $h_e$  و ارتفاع جام  $h_w$  داده شده است.



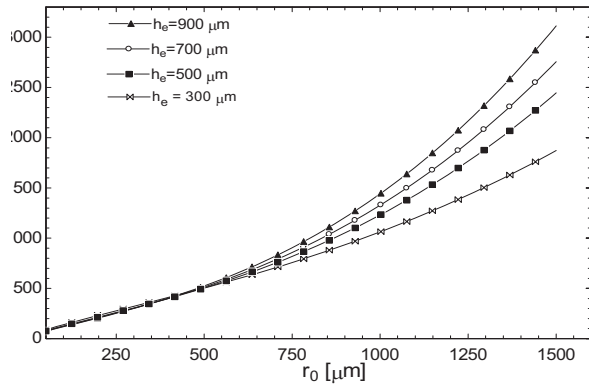
شکل ۱) نمایش پارامترهای هندسی پوسته نیم‌کروی با پایه توخالی [6]

با توجه به شکل ۱، حجم حفره زدایش شده محاسبه می‌شود [6]:

$$V_{\text{cavity}} = \pi(r_2^2 - r_1^2)h_e \quad (1)$$

طبق **Error! Reference source not found.** در این رابطه  $r_2$  محیط بیرونی حفره،  $r_1$  محیط حفره میانی و  $h_e$  عمق زدایش

میکرومتر افزایش داده شده است. نتایج تغییرات در شکل ۴ مشاهده می شود.

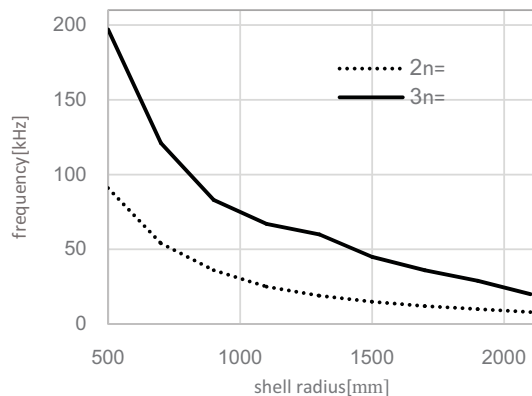


شکل ۴) نمودار تغییرات شعاع پوسته بر حسب شعاع و ارتفاع حفره زدایش شده با استفاده از نرم افزار EES

در هر منحنی مربوط به ارتفاع خاص حفره، با افزایش شعاع حفره، شعاع پوسته افزایش می یابد. همچنین هرچه ارتفاع حفره بیشتر باشد، شعاع پوسته کروی نرخ افزایش بیشتری دارد. در واقع هرچه حجم حفره زدایش شده بیشتر باشد، شعاع پوسته کروی بیشتر خواهد بود.

#### اثر هندسه پوسته نیم کروی بر فرکانس ارتعاش

در پوسته نیم کروی با پایه توخالی نیز پارامترهای هندسی پوسته نظیر شعاع پوسته، شعاع حفره، ضخامت پوسته و جنس پوسته بر فرکانس ارتعاش اثر می گذارد. در هر مرحله از شبیه سازی، یک پارامتر متغیر و باقی ثابت هستند تا اثر پارامتر متغیر بر فرکانس مد دوم و سوم ارتعاشی بدست آید. شعاع پوسته را از ۵۰۰ تا ۲۰۰۰ میکرومتر افزایش داده و اثر آن بر فرکانس ارتعاش مد دوم و سوم بررسی می شود که در شکل ۵ نتیجه شبیه سازی قابل مشاهده است.



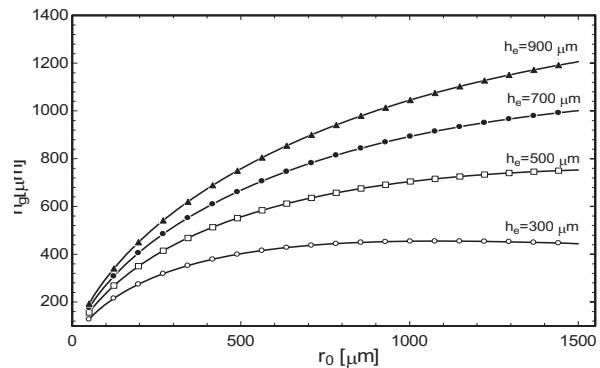
شکل ۵) منحنی تغییرات فرکانس پوسته بر حسب شعاع پوسته نیم کروی

حالت نوسانی  $n=0$ ،  $n=1$  و حرکت انتقالی پوسته به شتاب حساس هستند و اثر ژيروسکوپی ندارند. در این حالت ها پوسته گره و شکم ندارد و فقط حرکت ضربه ای یا انبساط و انقباض دارد. لذا چرخش موج ایستا در پوسته تشخیص داده نمی شود. حالت نوسانی  $n=2$  (دو گره و دو شکم) و  $n=3$  (سه گره و سه شکم) با فرکانس ارتعاش ۴۲ و ۸۳ کیلوهرتز و با فاکتور کیفیت ۱/۹۴ و ۲/۳۵ میلیارد، بعنوان مد کاری ژيروسکوپ استفاده می شود. این حالت ها اثر ژيروسکوپی دارند و در برابر شتاب خارجی و شوک مقاوم هستند. در بین حالت نوسانی دوم و سوم، هرچه ضریب زاویه و دامنه ارتعاش کمتر باشد، حساسیت کمتر می شود به همین دلیل عموماً از مد دوم ارتعاشی  $n=2$  بعنوان مد کاری ژيروسکوپ استفاده می شود [7].

#### تأثیر تغییر هندسه حفره زدایش شده بر ارتفاع و شعاع

##### پوسته نیم کروی

در شرایط ثابت آزمایشگاهی ارتفاع حفره  $h_e$  را به مقادیر ۳۰۰، ۵۰۰، ۷۰۰ و ۹۰۰ میکرومتر تغییر داده و هر بار شعاع حفره زدایش شده ( $r_0$ ) از ۰ تا ۱۵۰۰ میکرومتر افزایش داده می شود تا اثر آن بر ارتفاع پوسته بررسی شود. نتیجه تغییرات در شکل ۳ نمایش داده شده است.



شکل ۳) نمودار تغییرات ارتفاع پوسته بر حسب شعاع و ارتفاع حفره زدایش شده با استفاده از نرم افزار EES

همانطور که در شکل ۳ قابل مشاهده است، هر منحنی مربوط به یک ارتفاع خاص از حفره می باشد. در هر ارتفاعی از حفره، با تغییر شعاع حفره از ۵۰ تا ۱۵۰۰ میکرومتر، ارتفاع پوسته افزایش می یابد. نرخ افزایش ارتفاع پوسته در ابتدا سریع و سپس هرچه شعاع بیشتر می شود نرخ افزایش ارتفاع آهسته تر می شود. برای آنالیز اثر شعاع حفره بر شعاع پوسته، با ثابت نگه داشتن شرایط آزمایشگاهی مانند آنچه قبل تر ذکر شد، ارتفاع حفره را از ۳۰۰ تا ۷۰۰ میکرومتری تغییر داده و در هر مورد شعاع حفره از ۵۰ تا ۱۵۰۰

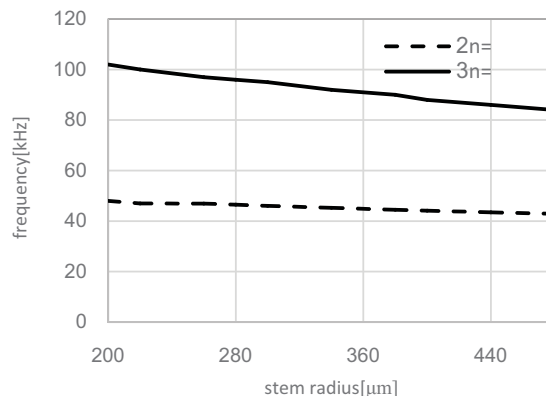
### نتیجه‌گیری

با افزایش شعاع پوسته و شعاع ساقه، فرکانس مد دوم و سوم ارتعاشی کاهش و با افزایش ضخامت پوسته، فرکانس مد دوم و سوم ارتعاشی با شیب ملایمی افزایش می‌یابد.

### مرجع‌ها

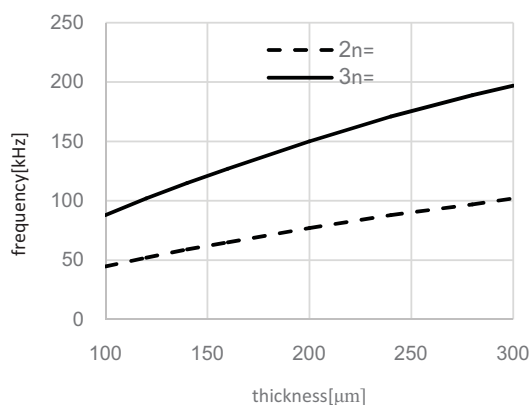
- [1] X. Liu *et al.*, "3D fabrication of spherical microlens arrays on concave and convex silica surfaces," *Microsyst. Technol.*, vol. 25, no. 1, pp. 361-370, 2019.
- [2] Y. Wang, M. H. Asadian, and A. M. Shkel, "Compensation of frequency split by directional lapping in fused quartz micro wineglass resonators," *J. Micromechanics Microengineering*, vol. 28, no. 9, p. 95001, 2018.
- [3] Z. Liu, W. Zhang, F. Cui, and J. Tang, "Three-dimensional micromachined diamond birdbath shell resonator on silicon substrate," *Microsyst. Technol.*, vol. 26, no. 4, pp. 1293-1299, 2020.
- [4] A. Darvishian *et al.*, "Thermoelastic dissipation in micromachined birdbath shell resonators," *J. Microelectromechanical Syst.*, vol. 26, no. 4, pp. 758-772, 2017.
- [5] S. Singh, J. K. Woo, G. He, J. Y. Cho, and K. Najafi, "0.0062°/hr Angle Random Walk and 0.027°/hr Bias Instability from a Micro-Shell Resonator Gyroscope with Surface Electrodes," *Proc. IEEE Int. Conf. Micro Electro Mech. Syst.*, vol. 2020-Janua, pp. 737-740, 2020.
- [6] D. Senkal and P. M. Johnson, "Micro-glassblowing Paradigm for Realization of Rate Integrating Gyroscopes," *Mech. Aersp. Eng.*, vol. Dissertati, p. 123, 2015.
- [7] C. L. Mayberry, "Interface circuits for readout and control of a micro-hemispherical resonating gyroscope," Georgia Institute of Technology, 2014.

با توجه به منحنی رسم‌شده در شکل ۵ می‌توان دریافت که با افزایش شعاع پوسته، فرکانس ارتعاشی مد دوم از ۹۱ تا ۱۰ کیلوهرتز و فرکانس مد سوم از ۱۹۷ تا ۲۰ کیلوهرتز کاهش دارد. شعاع ساقه را از ۲۰۰ تا ۵۰ میکرومتر تغییر داده و اثر آن بر فرکانس مد دوم و سوم ارتعاشی استخراج شده است. نتیجه شبیه-سازی در شکل ۶ قابل مشاهده است.



شکل ۶) منحنی تغییرات فرکانس پوسته بر حسب شعاع ساقه در پوسته نیم‌کروی

در شکل ۶ مشخص می‌شود که با تغییر شعاع ساقه در پوسته نیم-کروی با ساقه توخالی، فرکانس ارتعاش مد دوم با شیب ملایمی از ۴۸ تا ۴۳ کیلوهرتز کاهش می‌یابد. همچنین در مد سوم ارتعاشی شیب منحنی نزولی کمی بیشتر شده و از ۱۰۲ تا ۸۳ کیلوهرتز کاهش یافته است. ضخامت را از ۱۰۰ تا ۳۰۰ میکرومتر تغییر داده و نتایج بصورت شکل ۷ بدست آمد.



شکل ۷) منحنی تغییرات فرکانس پوسته بر حسب ضخامت پوسته نیم‌کروی

همانطور که در شکل ۷ قابل مشاهده است، در مد دوم و سوم ارتعاشی با افزایش ضخامت پوسته از ۱۰۰ تا ۳۰۰ میکرومتر، فرکانس ارتعاش در مد دوم از ۴۴ تا ۱۰۲ کیلوهرتز و در مد سوم از ۸۷ تا ۱۹۷ کیلوهرتز افزایش دارد.