



بیست و هفتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و سیزدهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.
۱۴-۱۶ بهمن ۱۳۹۹



کد مقاله : ۱-۳۶-۱۰-A

بررسی اثر اشباع بر روی رفتار سالیتون ها با استفاده از حل وردشی معادله شرودینگر کسری

داود، حاجی تقی طهرانی^۱، مهدی، سلیمانی^۱ و محبوبه قلندری^۱

گروه فیزیک، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی قم، قم

چکیده - در این مقاله، انتشار سالیتون ها را از محیطی با ضریب اشباع s بر اساس معادله شرودینگر کسری بررسی کردیم. از روش وردشی برای حل معادله شرودینگر کسری استفاده کردیم. نمودارهای کانتوری شدت سالیتون را به ازاء ضرایب مختلف لوی α و همچنین به ازاء ضرایب مختلف اشباع s مطالعه کردیم. مشاهده نمودیم که با افزایش ضریب لوی α از ۱.۲ تا ۲، نوسانات سالیتون کمتر شده و با افزایش ضریب اشباع s از ۰.۰۵ تا ۰.۱۵، نیز نوسانات سالیتون کمتر شده است.

کلید واژه- روش وردشی، معادله شرودینگر کسری، اثر اشباع، سالیتون

Investigation of saturation effect on the solitons behavior using variational method of fractional Schrödinger equation

Davood, Haji Taghi Tehrani^{*1}, Mehdi, Solaimani^{*2} and Mahboubeh, Ghalandari^{*3}

^{*}Department of Physics, Faculty of Mechanical Engineering, Qom University of Technology, Qom

prparadoxes@gmail.com¹, solaimani@qut.ac.ir², mahboubeh.ghalandari@gmail.com³

Abstract- In this paper, we have investigated propagation of spatial solitons through a medium with saturation coefficient based on the fractional Schrödinger equation. We have used variational technique to solve fractional Schrödinger equation. We have studied contour plots of the soliton intensity for the various Levy coefficients α as well as for the different saturation coefficients. We observed sinusoidal behavior for soliton width. We have observed that with increasing the Levy coefficient α from 1.2 to 2, soliton oscillations increased and with increasing the saturation coefficient s from 0.05 to 0.15, soliton oscillations also decreased.

Keywords: variational method, fractional Schrödinger equation, saturation effect, soliton

که در آن، $(-\partial^2/\partial x^2)^{\alpha/2}$ عملگر لاپلاسین کسری را نشان می‌دهد که در آن α ، $(1 < \alpha \leq 2)$ ضریب لوی^۶ است. وقتی $\alpha = 2$ باشد، معادله‌ی شرودینگر کسری به معادله‌ی شرودینگر استاندارد تبدیل می‌شود. جمله‌ی دوم سمت راست معادله‌ی (۱) اثر اشباع را نشان می‌دهد که S ضریب اشباع می‌باشد. در این مقاله ما از روش وردشی [5] برای مطالعه‌ی رفتار سالیتون فضایی در معادله‌ی شرودینگر کسری در حضور اثر اشباع استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم تابع حدسی دارای نمایه‌ی گوسی باشد که به صورت زیر است:

$$\psi(x, z) = A(z) \exp(ib(z) + (-x^2(1+iq(z)))/(2w(z)^2))(2) \quad (2)$$

که A دامنه، b فاز دامنه، w عرض باریکه و q چیرپ مکانی است که متناسب با انحنای جبهه موج باریکه است. با استفاده از تابع چگالی لاگرانژی^۷ برای معادله شرودینگر کسری که در مرجع [6] آمده است و با پیروی از روشهای استاندارد وردشی [5]، معادلات حاکم بر پارامترهای A، q و w را می‌یابیم:

$$A'(z) = \frac{\alpha \Gamma(\frac{\alpha+1}{2}) A(z) q(z) (q(z)^2 + 1)^{\frac{\alpha-1}{2}} w(z)^{-\alpha}}{2\sqrt{\pi}} \quad (3)$$

$$w'(z) = \frac{\alpha \Gamma(\frac{\alpha+1}{2}) q(z) (q(z)^2 + 1)^{\frac{\alpha-1}{2}} w(z)^{1-\alpha}}{\sqrt{\pi}} \quad (4)$$

مقدمه

امواج جایگزیده در سال ۱۹۸۴ توسط راسل^۱ توضیح داده شد. وی نشان داد که بعضی از امواج ایزوله می‌توانند مسافت‌های طولانی را در یک کانال باریک و کم عمق بدون تغییر در شکل یا سرعت طی کنند. سپس کورتوگ^۲ و دوریس^۳ مشاهده کردند که یک موج ایزوله می‌تواند دامنه‌ای بزرگتر از مقدار معمول داشته باشد. این رفتار نتیجه غیرخطی بودن محیط است. در ادامه، زاباسکی^۴ و کراسکل^۵ در هنگام مطالعه برخورد این بسته موج‌ها دریافتند که انرژی و همچنین سرعت اولیه این موج‌ها در حین برخورد پایسته می‌ماند. این امواج جایگزیده در حین برهمکنش با یک دیگر نظیر برهمکنش ذرات عمل می‌کنند. چنین امواجی را سالیتون می‌نامند [۱].

معادله شرودینگر غیر خطی، معادله توصیف کننده تحول و انتشار امواج نوری در محیط‌های غیرخطی کر است. در سیستم‌های غیرخطی غیرکر، هدف کاهش توان‌های نوری مورد نیاز در محیط‌های مرتبه‌ی دوم و سوم [۲] و محیط‌های نورشکست [۳] است. در این حالات، ضریب غیرخطی از نوع اشباع شده است. در این کار، هدف ما شناخت تاثیر اشباع بر روی خواص فیزیکی سالیتون‌ها است.

فرمالیزم

معادله‌ی شرودینگر کسری غیرخطی با حضور اثر اشباع را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [4]:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)^{\alpha/2} \psi - \frac{|\psi|^2}{1+s|\psi|^2} \psi \quad (1)$$

¹ Russell S John

² Korteweg

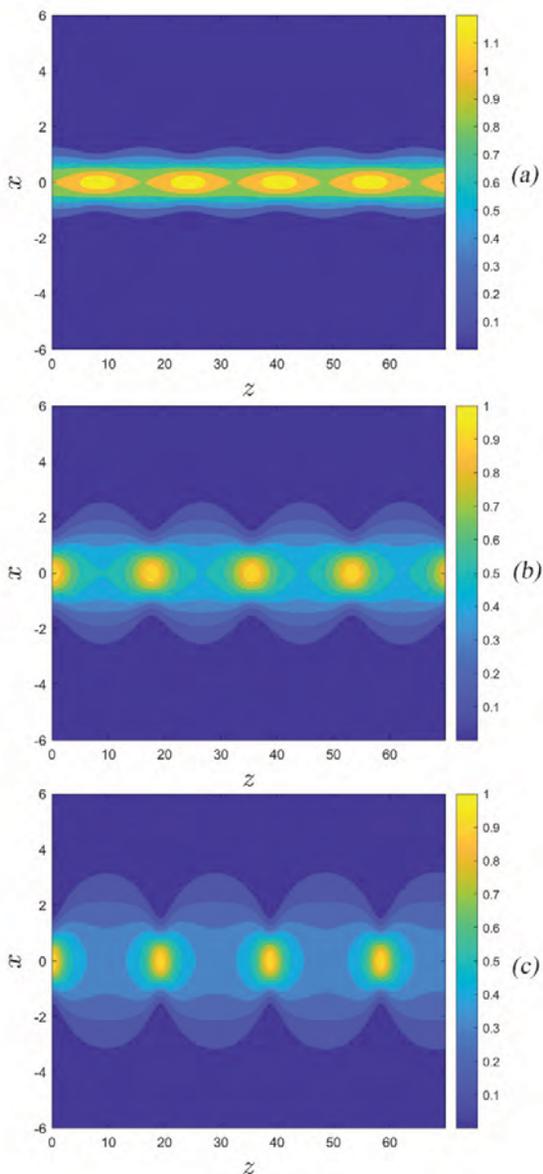
³ deVries

⁴ Zabusky

⁵ Kruskal

⁶ Levy

⁷ Lagrangian density function



شکل ۱: نمودارهای کانتوری سالیتون منتشر شونده از محیطی با ضریب اشباع $s=0.05$ برای ضرایب لوی $\alpha=1.2$ (a)، $\alpha=1.6$ (b) و $\alpha=2$ (c)

$$q'(z) = \frac{2 \left(\text{Li}_{\frac{1}{2}}(-sA(z)^2) - \text{Li}_{\frac{3}{2}}(-sA(z)^2) \right)}{s^2 A(z)^2} \quad (5)$$

$$\frac{\alpha \Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) (q(z)^2 + 1)^{\alpha/2} w(z)^{-\alpha}}{\sqrt{\pi}}$$

که $\Gamma(\alpha+1/2)$ تابع گاما^۸ است و تابع پلی لگاریتم Li_s با جمع زیر مشخص می شود:

$$\text{Li}_s(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k^s} \quad (6)$$

سه معادله‌ی کوپل شده را به روش عددی مونت کارلو^۹ با شرایط اولیه‌ی $A(0)=1, q(0)=0, w(0)=1$ حل می کنیم که در بخش بعد این نتایج آمده است.

نتایج عددی

در شکل های (1-a) تا (1-c) نمودارهای کانتوری سالیتونی که از محیطی با ضریب اشباع $s=0.05$ عبور می کند را برای ضرایب لوی مختلف $\alpha=1.2, 1.6, 2$ نشان می دهد. همانطور که از شکل های (1-a) تا (1-c) پیداست، به ازای ضرایب لوی مختلف، ما رفتار سالیتونی می بینیم و به جواب های پایدار رسیده ایم.

^۸ Gamma function
^۹ Monte-carlo method

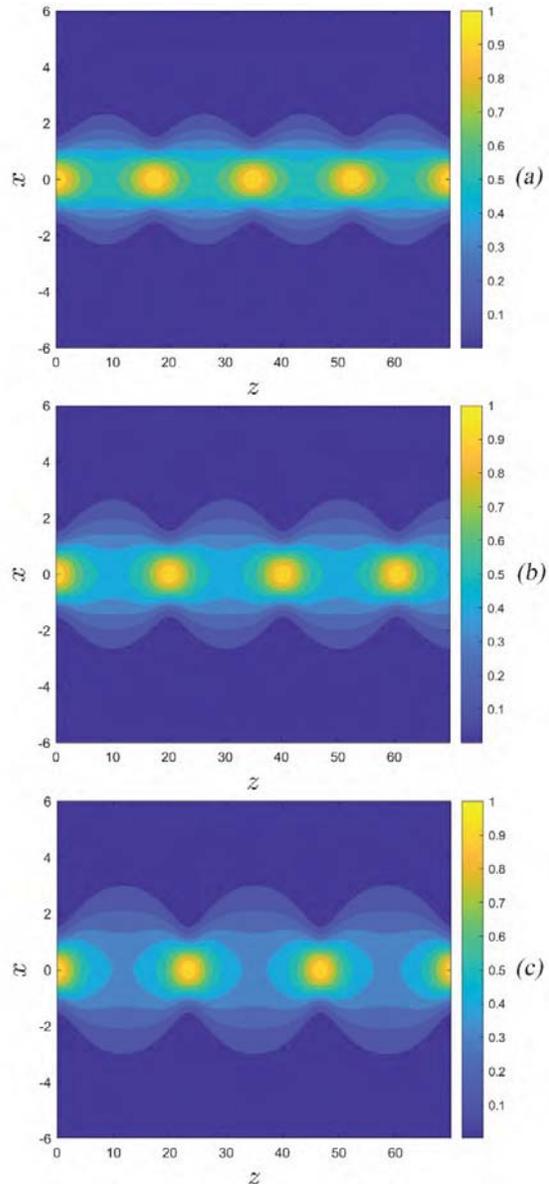
ضرایب اشباع مختلف $s=0.05, 0.1, 0.15$ نشان می‌دهد. دیده می‌شود که با افزایش ضریب اشباع s در محدوده بررسی شده، بیشینه‌ی شدت تغییر محسوسی نمی‌کند. همچنین، می‌بینیم نوسانات سالیتون کمتر شده و پهن-شدگی شدت سالیتون حول $x=0$ افزایش یافته است.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، به بررسی انتشار سالیتون‌های در محیطی با ضریب اشباع s که بر پایه‌ی معادله شرودینگر کسری بوده است، پرداختیم. با استفاده از روش وردشی به جواب‌های پایدار برای ضرایب مختلف لوی $\alpha = 1.2, 1.6, 2$ رسیدیم. همچنین به بررسی اثر ضرایب مختلف لوی α و اثر ضریب اشباع s بر رفتار سالیتون پرداختیم. دیدیم که نوسانات سالیتون تابع پارامترهای α و s می‌باشد.

مرجع‌ها

- [1] J. S. Russell, *British Association Report*, John urray, London, 1984.
- [2] V. Tikhonko, J. Christou, B. Luther-Davies, "Spiraling bright spatial solitons formed by the breakup of an optical vortex in a saturable self-focusing medium", *J. Opt. Soc. Am. B* Vol. 12, pp. 2046, 1995.
- [3] G. Duree, J. L. Shultz, G. Salamo, M. Segev, A. Yariv, P. DiPorto, E. Sharp, R. Neurgaonkar, "Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect", *Phys. Rev. Lett.* Vol. 71, pp. 533, 1993.
- [4] Y. Zhan, X. Liu, Milivoj, R. Belić, W. Zhong, Y. Zhang and M. Xiao, "Propagation Dynamics of a Light Beam in a Fractional Schrödinger Equation", *Phys. Rev. Lett.* Vol. 115, pp. 180403, 2015.
- [5] B. A. Malomed, "Variational methods in nonlinear fiber optics and related fields", *Prog. Opt.* Vol. 43, pp. 71, 2002.
- [6] S. I. Muslih, O. P. Agrawal, and D. Baleanu, "A fractional Schrödinger equation and its solution", *Int. J. Theor. Phys.* Vol 49, pp. 1746, 2010.



شکل 2: نمودارهای کانتوری سالیتون منتشر شونده از محیطی با ضریب ضریب لوی $\alpha=1.5$ برای ضرایب اشباع (a) $s=0.05$ ، (b) $s=0.1$ و (c) $s=0.15$

همین که ضریب لوی α از ۱.۲ تا ۲ افزایش می‌یابد، نوسانات سالیتون کمتر شده و بیشینه‌ی شدت برای $\alpha=1.2$ تا $\alpha=1.6$ بیشتر شده و بیشینه‌ی شدت برای $\alpha=1.6$ تا $\alpha=2$ تغییر محسوسی نکرده است. همچنین پهنای سالیتون برای $\alpha=1.2$ تا $\alpha=2$ بیشتر شده است. در شکل‌های (2-a) تا (2-c)، نمودارهای کانتوری سالیتونی که از محیطی با ضریب $\alpha=1.5$ عبور می‌کند را برای