



بیست و هفتمین کنفرانس اپتیک و  
فوتوونیک ایران و سیزدهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه سیستان و بلوچستان،  
 Zahedan, ایران.  
 ۱۴-۱۶ بهمن ۱۳۹۹



کد مقاله : A-۱۰-۲۲۰۸-۲

## مطالعه جابه‌جایی کانونی پرتوهای لورنتس-گاوس گذرنده از یک سامانه متتمرکز کننده روزنه‌ای

امیرحسین زارعیان، غلامرضا هنرآسا و مهدی بهادران

a.zareian@sutech.ac.ir, Honarasa@sutech.ac.ir, bahadoran@sutech.ac.ir

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

چکیده - در این مقاله با استفاده از انتگرال کالینز به بررسی نحوه انتشار پرتوهای لورنتس-گاوس در یک سامانه اپتیکی شامل یک روزنۀ دایروی و یک عدسی پرداخته شده است. سپس با استفاده از شدت محوری، جابه‌جایی کانونی و تاثیر عوامل جدایی بین روزنۀ عدسی و شعاع روزنۀ بر جابه‌جایی کانونی مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش شعاع روزنۀ دایروی، جابه‌جایی کانونی کاهش می‌یابد.

کلید واژه- انتگرال کالینز، پرتوهای لورنتس-گاوس، جابه‌جایی کانونی

## Focal Shift Study for Lorentz-Gauss Beams Passing Through an Apertured Focusing System

AmirHossein Zareian, Gholamreza Honarasa, and Mahdi Bahadoran

Department of Physics, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran.

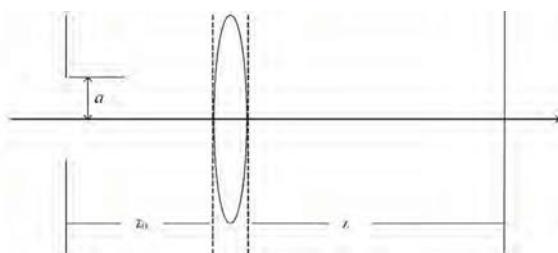
**Abstract-** In this paper propagation of a Lorentz-Gauss beam passing through a circular aperture and a lens is discussed by using Collins integral. With the aid of axial intensity, the Focal Shift and effect of aperture-lens separation and radius of aperture have been studied. The results show that Focal Shift decreases with the increasing values of radius of aperture.

Keywords: Collins Integral, Focal Shift, Lorentz-Gauss beams

$$E(x_0, y_0, 0) = \frac{E_0}{\omega_x \omega_y} \frac{1}{[1 + (x_0/\omega_x)^2][1 + (y_0/\omega_y)^2]} \times \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_0^2}\right) \quad (1)$$

## مقدمه

پرتوهای لورنتس-گاوس به عنوان حالت کلی تر پرتوهای لورنتس معرفی شدند [۱]. پرتوهای لورنتس-گاوس می‌توانند تابش خروجی از یک لیزر دایود تک مد را توصیف نمایند [۲]. در حالت کلی، پرتو لورنتس-گاوس به دلیل گسترش زاویه‌ای بالاتر نسبت به پرتو گاوسی، مدل مناسبی برای توصیف منابع لیزری فراهم می‌کند [۳]. تاکنون انتشار پرتوهای لورنتس-گاوس در بسیاری از محیط‌های اپتیکی مانند اتمسفر متلاطم، بلورهای تک محوری و محیط‌های غیر خطی غیرموضعی قوی مورد بررسی قرار گرفته است [۴-۶]. با مطالعه ویژگی‌های تمرکز نور مشخص شده که مکان بیشینه شدت محوری بر کانون هندسی منطبق نیست. این پدیده را جایه‌جایی کانونی می‌نامند که بسیار مورد توجه قرار دارد. گائو و همکاران به بررسی جایه‌جایی کانونی در پرتو توالی گاوسی با قطبش شعاعی پرداختند [۷]. جایه‌جایی کانونی در پرتو برداری لاغر-گاوس با قطبش هایبرید توسط چن و همکاران در سال ۱۹۲۰ انجام شد [۸]. سان و همکاران در سال ۱۹۹۰ به بررسی انتشار پرتو گاوسی در ساختار نوری شامل روزنه و عدسی نازک پرداختند و تغییر فاصله کانونی را برای این سیستم مطالعه کردند [۹]. در این مقاله ابتدا به بررسی انتشار پرتو لورنتس-گاوس در یک سامانه اپتیکی با استفاده از انتگرال کالینز و سپس بررسی جایه‌جایی کانونی در آن سامانه پرداخته می‌شود.



شکل ۱: سامانه اپتیکی

برای توصیف انتشار پرتو لورنتس-گاوس در سامانه نوری ذکر شده از فرمول بندی انتگرال کالینز در مختصات دکارتی استفاده می‌کنیم [۱۰].

$$E(x, y, z) = \frac{i}{\lambda B} \int_{-a}^a \int_{-a}^a E(x_0, y_0, 0) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2B}[A(x_0^2 + y_0^2) - 2(xx_0 + yy_0) + D(x^2 + y^2)]\right\} dx_0 dy_0 \quad (2)$$

که در آن  $E(x_0, y_0, 0)$  توزیع میدان پرتو لورنتس-گاوس ورودی است و از رابطه (۱) جایگزین می‌شود.  $A$ ،  $B$  و  $D$  عناصر ماتریس انتقال سامانه اپتیکی هستند.  $k = 2\pi/\lambda$ . عدد موج و  $\lambda$  طول موج است. محور  $z$  به عنوان راستای

## انتشار پرتو لورنتس-گاوس در سامانه متتمرکز کننده روزنه‌ای

توزیع میدان پرتو لورنتس-گاوس در صفحه  $z = 0$  به شکل زیر توصیف می‌شود [۱]:

(۷) انتشار در نظر گرفته شده است. ماتریس ABCD انتقال

سامانه نوری به صورت زیر است.

$$I(0, z) = |E(0, 0, z)|^2 = \frac{\omega_x^2 \omega_y^2}{(\omega_x^2 + a^2)^2 (\omega_y^2 + a^2)^2} \times \frac{1}{A' A''} \left\{ erfi \left[ (-1^{1/4}) \sqrt{\frac{kA' a^2}{2B}} \right] \right\}^2 \times \left\{ erfi \left[ (-1^{-1/4}) \sqrt{\frac{kA'' a^2}{2B}} \right] \right\}^2$$

(۸)

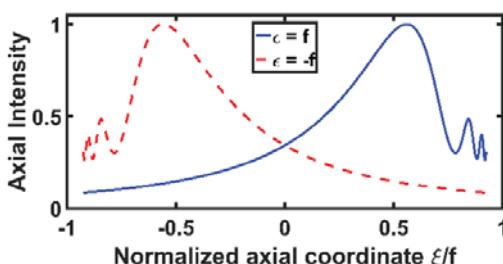
که در آن  $A''$  به شکل زیر است:

$$A'' = A + \frac{2iB}{k\omega_0^2} \quad (۹)$$

با دیفرانسیل گیری از رابطه شدت محوری و بررسی صفرهای آن می‌توان مکان بیشینه شدت محوری را بدست آورد که نشان دهنده جابه‌جایی کانونی است.

### نتایج و محاسبات

برای انجام محاسبات پارامتر  $\varepsilon = z_0 - f$  که معرف جدایی بین عدسی و روزنه و پارامتر  $\xi = z - f$  که نشان دهنده مختصه محوری است را تعریف می‌کنیم. با رسم شدت محوری در شکل ۲ به عنوان تابعی از  $\xi$  و  $\varepsilon$  مشاهده می‌شود که شدت محوری نسبت به کانون متقاض است.



شکل ۲: نمودار شدت محوری بر حسب مختصه محوری برای  $\varepsilon = f$  و  $\varepsilon = -f$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f-z & fz_0 + fz - zz_0 \\ f & f \\ -1 & f - z_0 \\ f & f \end{pmatrix} \quad (۱۰)$$

با جایگزینی روابط (۱) و (۱۰) در رابطه (۲) توزیع میدان در صفحه نمایش به صورت زیر بدست خواهد آمد:

$$E(x, y, z) = \frac{i E_0}{\lambda B} E(x_0) E(y_0) \quad (۱۱)$$

که (۱۱) و  $E(x_0)$  از رابطه زیر بدست می‌آیند:

$$E(j_0) = \omega_j \exp \left( -\frac{ikDj^2}{2B} \right) \exp \left( \frac{ikj^2}{2BA'} \right) \frac{(-1)^{3/4}}{2(\omega_j^2 + a^2)} \times \sqrt{\frac{2\pi B}{kA'}} \left\{ erfi \left[ \sqrt[4]{-1} \sqrt{\frac{kA'}{2B}} \left( a - \frac{j}{A'} \right) \right] - erfi \left[ \sqrt[4]{-1} \sqrt{\frac{kA'}{2B}} \left( -a - \frac{j}{A'} \right) \right] \right\} \quad (۱۲)$$

(۱۲)

که در آن  $a, j = x$  or  $y$  شعاع روزنه،  $erfi$  تابع خطای موهومی و  $A'$  به شکل زیر تعریف شده است:

$$A' = A - \frac{2iB}{k\omega_0^2} \quad (۱۳)$$

### Jabeh-Jaiyi Kanonni

در راستای بررسی پدیده جابه‌جایی کانونی، با صفر قرار دادن مولفه‌های  $x$  و  $y$  در معادله توزیع میدان پرتو لورنتس-گاووس (رابطه ۱۳) می‌توان توزیع میدان و شدت در راستای انتشار را به صورت زیر بدست آورد.

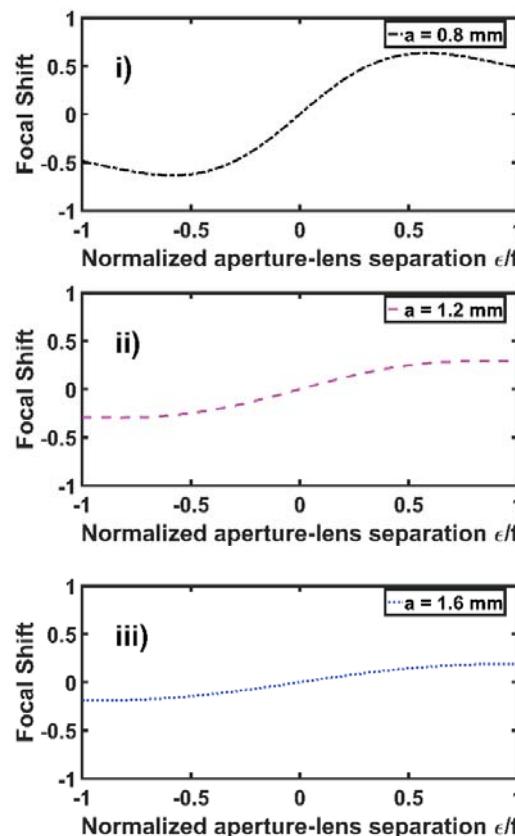
$$E(0, 0, z) = \frac{\omega_x \omega_y}{(\omega_x^2 + a^2)(\omega_y^2 + a^2)} \frac{1}{A'} \times erfi \left[ (-1^{1/4}) \sqrt{\frac{kA' a^2}{2B}} \right]^2$$

شد. همچنین با بررسی شدت محوری پرتو، جابه‌جایی کانونی به دست آمد. نتایج نشان می‌دهد با تغییر فاصله بین روزنه و عدسی کانون می‌تواند به عدسی نزدیک یا دور شود و با افزایش شعاع روزنه، جابه‌جایی کانونی کاهش می‌یابد.

### مرجع‌ها

- [1] O. El Ghwary and S. Severini, "Lorentz beams and symmetry properties in paraxial optics," *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, vol. 8, p. 409, 2006.
- [2] J. Yang, T. Chen, G. Ding, and X. Yuan, "Focusing of diode laser beams: a partially coherent Lorentz model," in *Semiconductor Lasers and Applications III*, 2008, p. 68240A.
- [3] A. Naqwi and F. Durst, "Focusing of diode laser beams: a simple mathematical model," *Applied optics*, vol. 29, pp. 1780-1785, 1990.
- [4] A. Keshavarz and G. Honarasa, "Propagation of Lorentz-Gaussian beams in strongly nonlocal nonlinear media," *Communications in Theoretical Physics*, vol. 61, p. 241, 2014.
- [5] C. Zhao and Y. Cai, "Paraxial propagation of Lorentz and Lorentz-Gauss beams in uniaxial crystals orthogonal to the optical axis," *Journal of Modern Optics*, vol. 57, pp. 375-384, 2010.
- [6] G. Zhou and X. Chu, "Average intensity and spreading of a Lorentz-Gauss beam in turbulent atmosphere," *Optics express*, vol. 18, pp. 726-731, 2010.
- [7] X. Gao, M. Gao, Q. Zhan, J. Li, H. Guo, J. Wang, et al., "Focal shift in radially polarized hollow Gaussian beam," *Optik*, vol. 122, pp. 671-676, 2011.
- [8] Y. Chen, S. Huang, M. Chen, and X. Liu, "Focal shift in tightly focused hybridly polarized Laguerre-Gaussian vector beams with zero radial index," *JOSA A*, vol. 35, pp. 1585-1591, 2018.
- [9] P. Sun, J. Liu, J. Guan, G. Wang, and Y. Yu, "Propagation equation of Gaussian beams through apertured focusing systems and parametric study of focal shift," *JOSA A*, vol. 36, pp. 818-825, 2019.
- [10] S. A. Collins, "Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics," *JOSA*, vol. 60, pp. 1168-1177, 1970.

با رسم بیشینه شدت محوری، اثر جدایی بین عدسی و روزنه و شعاع روزنه بر جابه‌جایی کانونی تعیین می‌شود. در شکل ۳ جابه‌جایی کانونی بر حسب فاصله بین روزنه و عدسی به ازای شعاع روزنه‌های متفاوت رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود برای جدایی روزنه-عدسی مثبت، جابه‌جایی کانونی مثبت است و نشان می‌دهد کانون از عدسی دور می‌شود و برای جدایی روزنه-عدسی منفی، جابه‌جایی کانونی منفی و کانون به عدسی نزدیک می‌شود. همچنین با افزایش شعاع روزنه جابه‌جایی کانونی کاهش می‌یابد.



شکل ۳: نمودار جابه‌جایی کانونی بر حسب جدایی بین روزنه و عدسی برای شعاع روزنه‌های متفاوت

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق توزیع میدان پرتو لورنتس-گاووس در ساختار متتمرکز کننده روزنه‌ای به وسیله انتگرال کالینز محاسبه