بیست و هفتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و سیزدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه سیستان و بلوچستان،
زاهدان، ایران.
۱۴-۱۶ بهمن ۱۳۹۹

کد مقاله : ۱-۲۱۳۸-۱۰-A

بررسی روش‌های کمینه‌سازی سنجش فشرده در بازسازی تصویر

ندا افخمی اردکانی، محمدرضا جعفرفرد

تهران، خیابان هنگام، دانشگاه علم و صنعت n.afkhami75@gmail.com

تهران، خیابان هنگام، دانشگاه علم و صنعت mrjafarfard@iust.ac.ir

چکیده - طبق قضیه‌ی نمونه‌برداری نایکوئیست برای جلوگیری از نابود شدن اطلاعات در حین ضبط سیگنال، باید حداقل دو برابر سریعتر از پهنای باند سیگنال نمونه‌برداری کنید. در بسیاری از موارد، توانایی اندازه‌گیری و ذخیره سیگنال در حد نرخ نایکوست وجود ندارد. اخیرا برای ضبط سیگنال‌های قابل فشرده‌سازی با سرعت پایین‌تر از نرخ نایکوئیست روشی ابداع و معرفی شده است که با نام سنجش فشرده معروف است. سنجش فشرده از پیش‌بینی‌های خطی غیرسازگار استفاده می‌کند و ساختمان سیگنال را حفظ می‌کند. سپس سیگنال با استفاده از فرآیند بهینه‌سازی بازسازی می‌شود. در این مقاله سه روش معروف بهینه سازی سنجش فشرده(کمترین مربعات،Basis PursuitوTwIST) معرفی و نتایج آن برای یک عکس دلخواه با یکدیگر مقایسه می شود.

کلید واژه- بهینه‌سازی، تصویربرداری، سیگنال، فشرده‌سازی، نمونه‌برداری.

Investigate the methods of minimizing compressed measurement in image reconstruction

Neda Afkhami Ardakani,MohammadrezaJafarfard

Departman Physic, Iran University Science and Technology, Narmak, Tehran

n.afkhami75@gmail.com,mrjafarfard@iust.ac.ir

Abstract- According tothe Nyquist sampling theorem, to avoid losing information for reconstruction a signal,the rate of capturing must be at least two times faster than the signal bandwidth. In many cases, measurement device are not capable to sample close to the Nyquist rate. Recently, a new method has been introduced that capture and represent compressible signals at a rate significantly below the Nyquist rate. This method, called Compressive Sensing (CS), employs nonadaptive linear projections that preserve the structure of the signal. The signal is then reconstructed from these projections using an optimization process. In this paper we introduce the optimization threemethods (Least square, Basis Pursuit, TwIST) and compare the result of recovering signal for an arbitrary image.

Keywords: Comppression, Imaging, Optimazation, ,Sapmeling, Signal.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.

مقدمه

این‌تئوری نمونه‌برداری شنون‌نایکوئیست بیان می‌کند که نمونه‌برداری باید دو برابر پهنای باند سیگنال(دو برابر سریعتر از پهنای باند) باشد. در سال‌های اخیر روش جدیدی را برای دریافت و بازسازی سیگنال‌هایی که قابلیت فشرده‌سازی دارند، پیشنهاد شده‌است. این روش به‌نام سنجش فشرده (Compressive Sensing) معروف است. سنجش فشرده با استفاده از برخی تکنیک‌های بازسازی غیرخطی بازسازی سیگنال اصلی را با استفاده از سیگنال‌های رندوم بسیار کمتر از سیگنال اصلی و فرآیند بهینه‌سازی ممکن می‌سازد [1].سنجش فشرده در سیستم‌هایی که تعداد داده‌ی اندازه‌گیری شده بسیار کمتر از تعداد سیگنال مورد نیاز است مانند:

۱- سیستم هایی که تعداد سنسورها در آن محدود است. مانند دوربین طول‌موج‌های غیرقابل مشاهده که دوربین های با پیکسل زیاد بسیار گران قیمت است.

۲- سیستم‌هایی مانند هولوگرافی دیجیتال که از یک عکس دو بعدی می خواهیم اطلاعات سه بعدی اجسام را بدست آوریم [2].

۳- سیستم‌هایی مانند تصویربرداری پزشکی که اندازه‌گیری وقت‌گیر است.

می‌تواند از روش‌های سنتی بسیار مفیدتر باشد. سنجش فشرده اساسا به دو فرض اصلی درمورد سیگنال یعنی تُنُکی (Sparsity) و ناهمدوسی (Incoherence)متکی است. تنکی به شدت سیگنال و ناهمدوسی به روش سنجش بستگی دارد [3]. تنکی بدان معنی است که تعداد صفرهای سیگنال در مقابل اعداد غیر صفر بسیار است. بیشتر سیگنال‌های طبیعی تنک هستند. از طرف دیگر ناهمدوسی بدین معنی است که سیگنال‌هایی که به طور طبیعی تُنُک هستند باید در دامنه‌ای که در آن بدست می‌آیند گسترش یابند.

بررسی اجمالی سنجش فشرده

همانطور که گفته شد نظریه CS شامل گرفتن پیش‌بینی-های تصادفی از سیگنال و بازیابی آن از تعداد کمی از اندازه‌گیری‌ها با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی است. در نتیجه تعداد کمتری ازنمونه‌ها مورد استفاده قرار می-گیرند که منجر به کاهش مصرف برق و همچنین کاهش بار سخت‌افزار و نرم‌افزار می‌شود. این مطلب به این دلیل امکان‌پذیر است که سیگنال به دامنه‌ای تبدیل می‌شود که دارای نمایش تنک باشد. میزان نمونه‌برداری با استفاده از تئوری نایکوئیست توسط بالاترین مولفه‌ی فرکانس موجود در سیگنال تعیین می‌شود. در حالی که نرخ نمونه‌برداری در سنجش فشرده توسط تنک بودن سیگنال اداره می-شود.

الف) مدل دسترسی

CS با اندازه‌گیری تصادفی کمتری که ناهمدوس باشد، کار می‌کند و می‌تواند به صورت ریاضی توسط معادله‌ی زیر توصیف شود:

$$y = \varphi x \qquad (۱)$$

که $x \in R^n$ یک سیگنالی است که می خواهیم به آن برسیم و به طول n است و به صورت یک بردار ستونی $n \times 1$ نمایش داده می‌شود. $\varphi \in R^{m \times n}$ یک ماتریس اندازه-گیری تصادفی $m \times n$ است که از یک توزیع یکنواخت گاوسی یا برنولی گرفته‌شده‌است و $y \in R^m$ برداری است که اندازه‌گیری شده و به طول m است. به عبارت دیگر y یک اندازه‌گیری با تعداد کمتر از مقدار واقعی یعنی x است $(m \ll n)$.لازم به ذکر است برای کاهش بیشتر اندازه-گیری‌های لازم برای بازسازی کامل ماتریس اندازه‌گیری باید مطابق با پایه‌ای باشد که سیگنال دارای نمایش تنک باشد، مانند فضای پایه‌ی سینوسی.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.

ب) مدل بازسازی

معمولا سیگنال ها در فضاهای متعامد تُنُک و شامل تعداد زیادی صفر هستند. بنابراین می توان آن را در یک فضای متعامد بسط داد.

$$x = \sum_{i=1}^{n} s_i \psi_i = \psi s \quad (۲)$$

که در آن ψ پایه‌ی یکه‌ی متعامد برای سیگنال xاست.اگر رابطه (۲) را در معادله (۱) جایگزین کنیم

$$y = \varphi\psi s = \theta s \quad (۳)$$

که $\theta = \varphi\psi$ یک ماتریس $m \times n$است. معادله (۳) یک معادله بیمار طرح (ill-posed) است بدین معنی که معادله ای هست که تعداد مجهولات آن یعنی بردار s از تعداد معادلات یعنی اندازه بردار y بیشتر است. $s \in R^n$بردار ستونی ضرایب تُنک به طول nاست که تعداد k ضریب آن غیر صفر و تعداد $(n-k)$ضریب آن صفر است.

با حل معادله‌ی (۳) و پیدا کردن s با استفاده از روش بازتکرار (iterative) و سپس ضرب آن در ψ، سیگنال اصلی یعنی x را می‌توان بازسازی کرد. رویکرد کلاسیک برای حل این مسئله یافتن برداری با کمترین نُرم (انرژی) L_2به وسیله حل معادله (۳) است. بدین معنا که مقدار s به گونه ای بدست آید که جمع مربع‌های آن مینیمم شود.

$$\hat{s} = \arg\min \|s\|_2 \quad (۴)$$

متاسفانه مینیمم کردن L_2همیشه یک راه‌حل k-sparse را پیدا نمی‌کند و به جای آن یک $\hat{s}$غیرتنک با المان‌های غیر صفر زیادی را برمی‌گرداند. یکی دیگر از گزینه‌ها استفاده از بهینه‌سازی محدب و جست‌وجوی راه‌حلی است که حداقل نرم L_1را داشته باشد:

$$\hat{s} = \arg\min \|s\|_1 \quad (۵)$$

که $\|s\|_1$بیانگر جمع قدر مطلق عناصر یک بردار است. این یک مسئله‌ی بهینه‌سازی محدب است که به راحتی به یک معادله‌ی خطی تبدیل می‌شود و با عنوان Basis Pursuit معروف است. به طور کلی یک هنجار را می‌توان طبق رابطه‌ی زیر بدست آورد:

$$L_P : \|x\|_P = \sqrt[P]{\sum_i |x_i|^P} \quad (۶)$$

بعد از به دست آوردن $\hat{s}$با استفاده از ضرب آن در ماتریس فضای متعامد می‌توان xرا بازسازی کرد.

روش بازسازی بعدی استفاده از الگوریتم انقباض دو مرحله‌ای TwIST است. در این روش مجموع گرادیان داده‌ها طبق معدله (۸) باید مینیمم شود[2].

$$\hat{x} = \arg\min \|x\|_{TV} \quad (۷)$$

که $\|x\|_{TV}$تعریف می‌شود با (۸)

$$\|x_k\|_{TV} = \sum_k \sum_{n_1} \sum_{n_2} \left| \nabla (x_k)_{n_1 n_2} \right|$$

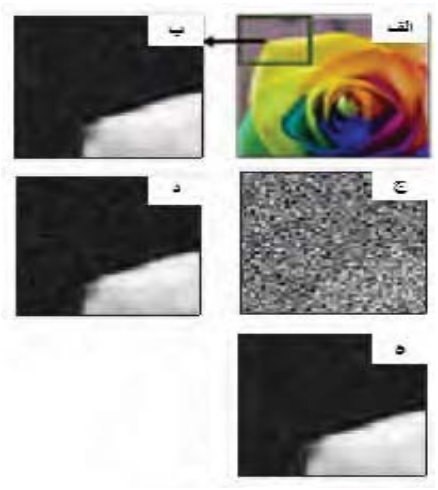
نتایج

در این بخش شبیه‌سازی سیستم پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB انجام شده‌است و در شکل ۱ نمایش داده شده است. یک عکس دلخواه مانند عکس (الف) انتخاب شد و سپس یک قسمت از عکس از آن جدا شد که در قسمت (ب) نمایشداده شده است. یک نمونه رندوم و با تعداد پیکسل بسیار کمتر از شکل (ب) گرفته شد و سپس با استفاده از روش سنجش فشرده و مینیمم سازی جمع کمترین مربعات (L_2)وBasis Pursuit(L_1) و الگوریتم TwISTشکل (ب) بازسازی شد که به ترتیب در شکل ۱ قسمت (ج) و (د) و (ه) نمایش داده شده‌اند.

با توجه به شکل تصاویر بازسازی‌شده با روش‌های Basis Pursuit و TwIST ظاهرا هم‌شکل هستند و نتیجه‌ی بهتری نسبت به روش کمترین مربعات دارند، اما در مقایسه مشخص می‌شود که روش TwIST (شکل ه) نتیجه‌ی بهتری نسبت به روشBasis Pursuit (شکل د)

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.

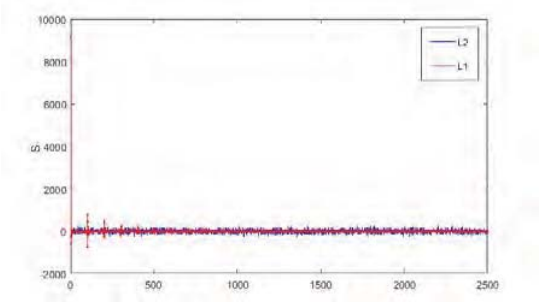
دارد و تصویر بازسازی شده به تصویر اصلی (شکل ب) شباهت بیش‌تری دارد.



شکل ۱: (الف) تصویر اصلی- (ب) قسمت جدا شده از تصویر اصلی- (ج) تصویر بازسازی شده با روش کمترین مربعات (د) تصویر بازسازی شده با روش Basis Pursuit–(ه) تصویر بازسازی شده با الگوریتم TwIST

درصد خطا تصاویر بازسازی‌شده با روش کمترین مربعات (R_3)، Basis Pursuit (R_2) وTwIST (R_1) از تصویر اصلی (O) با استفاده از رابطه‌ی $E_{1,2,3} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |O - R_{1,2,3}|}{\sum_{i=1}^{n} |O|}$ و با استفاده از برنامه MATLAB محاسبه شد و بدست آمد که $E_1 \; E_2 \; E_3$

$(3.2\times10^{-12} \;\; 0.0107 \;\; 0.49430)$.



شکل ۲: مقایسه‌ی تنک بودن s با روش L_1 و L_2

همچنین در شکل ۲ فضای تُنک کردن s نشان داده شده است. از شکل نتیجه می‌شود که بدست آوردن s با روش L_1 بسیار تنک‌تر است و صفرهای بیشتری دارد. به همین دلیل در مقایسه‌ی تصاویر بازسازی‌شده با روش‌های کمینه کردن L_2 و L_1، روش Basis Pursuitنسبت به روش کمترین مربعات کیفیت بهتری دارد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله روش‌های کمینه‌سازی سنجش فشرده در بازسازی تصویر بررسی و شبیه‌سازی شد. یک عکس دلخواه انتخاب شد و سپس با استفاده از یک تعداد پیکسل رندم و کمتر از سیگنال اصلی، بازسازی تصویر انجام شد. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که تصویر بازسازی شده با استفاده از الگوریتم TwISTبه ترتیب نسبت به روش‌های کمینه کردن جمع قدرمطلق‌ها (Basis Pursuit) و کمترین مربعات به تصویر اصلی شباهت بیشتری دارد.

مرجع‌ها

[1]RichardG.Baraniuk,CompressiveSensing,10535888/07/$25. 200700©2007IEEE,

[2] David J. Brady, Kerkil Choi, Daniel L. Marks, Ryoichi Horisaki and Sehoon Lim, Compressive Holography, OPTICS EXPRESS, Vol. 17, No. 15, 2009.

[3] Emmanuel J. Candès and Michael B. Wakin, An Introduction To Compressive Sampling, 1053-5888/08/$25.00©2008IEEE, 2008.

[4] Pooja C. Nahar, Dr. Mahesh T. Kolte, An Introduction to Compressive Sensing and its Applications, International Journal of Scientific and Research Publications, Volume 4, Issue6, 2014.

[5] Dr. Mohammad Ahmad Shaker, Compressive Sensing Based Signal Recovery With Different Transform, Journal of University of Duhok, Vol. 20,No.1(Pure and Eng. Sciences), Pp 129-141, 2017.

[6] Charu Bhardwaj, Urvashi, MeenakshiSood, Implementation and Performance Assessment of Compressed Sensing for Images and Video Signals, ISSN0975-8542,2017.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترس باشد.